

תהליכי הפרדה 1 - נוסחאות והגדרות

מונחים כלליים

יחס ריכוז = ריכוז סופי של תוצר / ריכוז התחלתי של תוצר
 פעילות ספציפית = פעילות ביולוגית בדוגמא (u) / כמות חלבון כללית בדוגמא (mg)
 פקטור ניקוי = פעילות ספציפית סופית של התוצר / פעילות ספציפית התחלתית של התוצר
 ניצולת = כמות סופי של תוצר / כמות התחלתית של תוצר

שבירת תאים

R – רמת השחרור, פקטור המציין כמות יחסית של תוצר במהלך השבירה, למשל כמות חלבון/כמות מוצק.
 R_{max} – רמת שחרור מרבית (Rm)

$$D = \frac{R}{R_m} = \text{יחס השבירה}$$

$$\ln\left(\frac{R_m}{R_m - R}\right) = \ln\left(\frac{1}{1 - D}\right) = k' \cdot N = k_p \cdot N \cdot P^\alpha = k_t \cdot N \cdot t \quad \text{: משוואת Hetherington}$$

K' – קבוע פירוק אמפירי הנקבע לכל מכשיר ומיקרואורגניזם

K – קבוע פירוק אמפירי של המכשיר

N – מס' המעברים (מס' הפעמים שהתאים עברו במכשיר)

α – קבוע פירוק אמפירי הנקבע עבור כל מיקרואורגניזם

P – לחץ

$$t - \text{זמן קבוע הזמן} - \tau = \frac{1}{K_t N}$$

צורה ליניארית של משוואת Hetherington לצורך הצגה גראפית : $\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - D}\right)\right] = \alpha \ln P + \ln(k_p N)$

$$D = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \ln\left(\frac{1}{1 - D}\right) = \frac{t}{\tau}$$

משוואת Hetherington כתלות בזמן

$$\ln\left(\frac{1}{1 - D}\right) = k_t \cdot N \cdot t$$

שבירת תאים בטחנת כדורים

$$\Delta\pi = P_{out} - P_{in} = RT \cdot \left(\sum_i C_i^{out} - \sum_i C_i^{in} \right)$$

משוואת ואנט הוף לחישוב לחץ אוסמוטי

C – ריכוז מולרי של חומר בתמיסה

$\Delta\pi$ – הפרש הלחצים האוסמוטיים

הימגון מנתי

W – ספיקה נפחית

c_0 – ריכוז תאים בתרחיף מקורי

c_f – ריכוז ביציאה מהמהמגן

k – שבר התאים השורדים

F – ספיקה ממוצעת

n – מס' מעברים

המגון מנתי עם שחרור

$$\frac{c_f}{c_o} = e^{\left(\frac{Wt(1-k)}{V}\right)}, \quad \bar{F} = \frac{V}{t}$$

המגון רציף עם תחזיר

R – ספיקת תחזיר

C – ריכוז התאים בכניסה למהמגן

C_0 – ריכוז התאים בכניסה למיכל

נניח ש – K קבוע :

$$k = \frac{c_f}{c_o} \\ W = R + F$$

מאזן מסה :

$$W \cdot c = R \cdot c_f + F \cdot c_o \quad \text{מאזן ריכוזים :}$$

$$\frac{c_o}{c_f} = \frac{W}{F} \cdot \left(\frac{1}{K} - 1 \right) + 1 \quad \frac{c_f}{c_o} = \frac{1}{\frac{W}{F} \cdot \left(\frac{1}{K} - 1 \right) + 1} \quad \bar{F} = F \quad \text{מכאן מקבלים כי :}$$

צנטריפוגות

$$F_b = \frac{mg\rho}{\rho_p} \quad \text{כוח עילוי (ארכימדס) -}$$

$$F_D = \frac{C_D v^2 \rho A_p}{2} \quad \text{כוח גרר (עבור כדור) -}$$

$$F_D = 3\pi\mu v_g D_p \quad \text{כוח סטוקס -}$$

$$C_D = \frac{24}{N_{Re}} = \frac{24}{\left(\frac{\rho v_l D}{\mu} \right)} \quad \text{מקדם הגרירה -}$$

$$m \frac{dv}{dt} = F_e - F_b - F_D \quad \text{מאזן כוחות על חלקיק ששוקע :}$$

מהירות שקיעה של חלקיק במצב עמיד :

$$v_g = \sqrt{\frac{2gm(\rho_p - \rho)}{C_D \rho_p A_p \rho}}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{4g(\rho_s - \rho) \cdot d}{3C_D \rho}}$$

כאשר החלקיק כדורי אז :

$$v_g = \frac{gD_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu}$$

מהירות שקיעה של חלקיק **כדורי** במצב עמיד כאשר $Re \ll 1$:

$$v_s = \sqrt{\frac{10g(\rho_s - \rho_w)}{3\rho_w}}$$

מהירות שקיעה של חלקיק **כדורי** במצב עמיד כאשר $Re > 2000$:

תנועה בשדה צנטריפוגלי

$$v_\omega = \frac{D_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu} \cdot \omega^2 R = \frac{v_g}{g} \cdot \omega^2 R \quad \text{מהירות שקיעה עבור חלקיק בצנטריפוגה :}$$

$$\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{D_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu} \cdot \omega^2 t = \frac{v_g}{g} \cdot \omega^2 t \quad \text{הקשר בין הזמן למיקום החלקיק :}$$

$$v_z = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi(R_o^2 - R_1^2)} \quad \text{מהירות ממוצעת של חלקיק בכיוון Z :}$$

$$Q_{\max} = v_g \cdot \sum = v_g \cdot \left[\frac{\pi L (R_o^2 - R_1^2) \omega^2}{g \ln\left(\frac{R_o}{R_1}\right)} \right] \quad \text{ספיקה מקסימאלית :}$$

השימוש בנוסחה הנ"ל היא לטובולרית כאשר R_o זהו רדיוס הצנטריפוגה ו- R_1 זה מרחק הנוזל מהציר L זהו גובה הצנטריפוגה

$$Q_{\max} = v_g \cdot \left[\frac{2\pi \cdot n (R_o^3 - R_1^3) \omega^2}{3g \cdot \tan \theta} \right] \quad \text{חישוב ספיקה נדרשת בצנטריפוגת דיסקים :}$$

הערה לגבי 2 הנוסחאות האחרונות – יש לשים לב, הגודל R_o ב-2 סוגי הצנטריפוגות אינו בהכרח מציין אותו גודל, יש לשים לב לנתונים !!!

R_o רדיוס חיצוני R_1 רדיוס פנימי (להיזהר לא להציב קוטר)

סינון

מספרי ריינולדס מאוד קטנים בתהליכי סינון מכיוון שקוטר חורי הסינון קטן מאוד. S_p – שטח פנים כולל של החלקיקים, V_p – נפח החלקיקים

$$\frac{S_p}{V_p} = \frac{6}{D}$$

עבור כדור -

עבור חלקיק לא כדורי

$$\frac{S_p}{V_p} = \frac{6}{\Phi_s D_p} \left[\Phi_s = \frac{S_p / V_p \text{ sphere}}{S_p / V_p \text{ non sphere}} \right]$$

$$D_{eq} = \frac{2}{3} \cdot \Phi_s \cdot D_p \cdot \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad \text{קוטר אקוויולנטי של תעלות :}$$

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{72 \lambda_1 \bar{v}_o \mu (1-\varepsilon)^2}{\Phi_s D_p^2 \cdot \varepsilon^3} \quad \text{לחץ סינון כולל תיקון עבור פיתול :}$$

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{150 \bar{v}_o \mu (1-\varepsilon)^2}{\Phi_s D_p^2 \cdot \varepsilon^3} \quad \text{משוואת kozeny- canman כאשר } Re \leq 1, \lambda_1 = 2.1 :$$

$$Q = \frac{A \Delta P}{L \mu} \cdot K \quad \left(K = \frac{\Phi_s D_p^2 \varepsilon^3}{72 \lambda_1 (1-\varepsilon)^2} \right) \quad \text{חוק Darcy :}$$

סינון במפל לחצים קבוע:

B – התנגדות הממבראנה

$$\frac{At}{V} = K \frac{V}{A} + B$$

משוואת Darcy :

$$\frac{\mu \alpha C}{2 \Delta P} = K \quad \frac{\mu R_m}{\Delta P} = B \quad (\Delta P \text{ הוא לפעמים הואקום})$$

$$t = K \left(\frac{V}{A} \right)^2 \quad \text{בהרבה מקרים התנגדות הממברנה לסינון זניחה לעומת התנגדות העוגה, ואז :}$$

"עוגה"

$$V_c = \frac{C \cdot V}{\rho_m} \cdot \frac{1}{1-\varepsilon} \quad \text{נפח "עוגה" :}$$

$$L_c = \frac{V_c}{A} = \frac{C \cdot V}{\rho_m (1-\varepsilon)} \cdot \frac{1}{A} \quad \text{אורך "עוגה" :}$$

$$R_c = \frac{L_c}{k} = \frac{1}{k} \cdot \frac{C \cdot V}{\rho_m \cdot (1-\varepsilon)} \cdot \frac{1}{A} = \frac{\alpha \cdot C \cdot V}{A} \quad \text{התנגדות ה"עוגה" (עוגה בלתי דחיסה) :}$$

$$\alpha = \alpha' \cdot (\Delta P)^s \quad \alpha' = \mu \cdot \frac{\partial c}{\partial \Delta P} \quad \text{כאשר ה"עוגה" דחיסה יש לבצע תיקון :}$$

S – דחיסות העוגה, $(0 < S < 1)$, בפועל ערכי S לעוגות דחיסות נעים בין 0.1 ל- 0.8.

$$\log \alpha = \log \alpha' + s \log \Delta P$$

סינון בקצב קבוע (ספיקה קבועה): ΔP חייב להשתנות

(ניתן לחשב זמן סינון מקסימאלי עם נתון אילוך של לחץ מקסימאלי)

$$\frac{V}{At} R_m + \frac{\mu \alpha C}{A} t \left(\frac{V^2}{A^2 t^2} \right) = \Delta P, \quad \frac{V}{t} = Q = v \cdot A$$

$$v R_m + \mu \alpha C t v^2 = \Delta P \quad \text{ואז :}$$

$$\boxed{\frac{\Delta P}{\alpha} = \mu C t v^2}$$

אם התנגדות הממברנה לסינון קטנה יחסית להתנגדות העוגה לסינון אזי :

ואם העוגה דחיסה :

$$\frac{\Delta P}{\alpha' \Delta P^s} = \mu C v^2 \rightarrow \Delta P^{(1-s)} = \alpha' \mu C v^2 t = K_r t$$

הקשר בין מהירות סיבוב לפרמטרים של הסינון (תוף סובב)

$$t_f = k \left(\frac{V}{A} \right)^2$$

$$t_f = \beta \cdot t_c$$

t_f - זמן היווצרות העוגה (זמן סינון אפקטיבי)

t_c - זמן המחזור (כמה זמן לוקח לו לעשות סיבוב)

β - יחס בין זמן ההיווצרות לזמן המחזור

A - השטח הטבול

K - התנגדות המכשיר

סינון דרך ממבראנה ואולטרפילטריציה

Cutoff - מושג המציין את המשקל המולקולארי המינימאלי שאינו עובר את הממבראנה (שכבת הסינון).

משוואת האגן פואסיל מתארת את הזרימה (הסעה) דרך ממבראנת האולטרפילטריציה :

$$v = \frac{(\Delta P - \Delta \pi) D^2 \varepsilon}{32 L \tau \mu}$$

המשתנים : ε - void volume של התעלות בממבראנה, τ - פיתוליות התעלות בממבראנה
D - קוטר התעלות בממבראנה, L - גובה הממבראנה.

ניתן לשקלל את כולם לפרמטר אחד - פרמביליות הממבראנה - Q_m
הפרמביליות מגדירה את השטף של מים (או ממש אחר) בטמפי' החדר עם השינוי בלחץ.

$$v = Q_m \Delta P$$

כאשר מבצעים אולטרפילטריציה לתמיסה אחרת, המכילה מומסים שאינם עוברים את הממבראנה, אזי יש

$$v = Q_m (\Delta P - \Delta \pi) \frac{\mu_{H_2O}}{\mu}$$

לתקן את המשוואה בהתאם :

כאשר ישנה עבירות חלקית של המומס דרך הממבראנה :

$$v = Q_m (\Delta P - \sigma \Delta \pi) \frac{\mu_{H_2O}}{\mu}$$

σ - Rejection coefficient

הערה- ניתן לעבור מיחידות שטף למהירות עם משחק ביחידות

כאמור- הלחץ האוסמוטי בפני הממבראנה תלוי בריכוז המומסים ליד הממבראנה.
השטף של מומס דרך הממבראנה הוא תוצאה של מעבר נוזל + מומס דרך הממבראנה וכן דיפוזיה של מומס משכבת הגיל אל השכבות שבהן ריכוז המומס נמוך יותר.

$$k_c = \frac{D_v}{\delta}$$

מגדירים : מקדם מעבר מסה k_c :

ולאחר אינטגרציה מקבלים :

$$\ln \frac{C_m - C_p}{C_f - C_p} = \frac{JL}{D_v} = \frac{J}{k_c}$$

אם כל המומס נדחה מהממבראנה ואינו עובר אותה (למשל חומר בעל מ. מולרית גבוהה מסף המעבר של

$$v = k_c \ln \left[\frac{C_m}{C_f} \right]$$

הממבראנה) אז $C_2 = 0$ ומקבלים :

כאשר חלק מהמומס עובר את הממבראנה וחלק נדחה- מגדירים מקדים דחייה R_F

$$R_F = 1 - \frac{C_p}{C_f} \approx 1 - \frac{C_2}{C_1}$$

■ C_p - ריכוז המומס בפרמיאט, mg/1,gr/m³

■ C_f - ריכוז המומס בהזנה, mg/1,gr/m³

את k_c מחשבים מתוך אנלוגיות (קורלציות) אמפיריות של מעבר מסה.

לצורך זה צריך להגדיר מספרים חסרי מימד:

מס' **Sherwood** : $Sh = k_c D / D_v$

מס' **Schmidt** : $Sc = \mu / \rho D_v$

מס' **Reynolds** : $Re = \rho v D / \mu$

האנלוגיות מבטאות את הקשר בין הפרמטרים השונים בתנאי סביבה משתנים. למשל, עבור זרימה טורבולנטית, מעבר המסה לקיר של צינור יבוטא ע"י:

$$Sh = 0.023 Re^{0.8} Sc^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \text{עבור מספרי } Sc \text{ קטנים מ-1}$$

$$Sh = 0.0096 Re^{0.913} Sc^{0.346} \quad \text{עבור מספרי } Sc \text{ גדולים מ-1}$$

$$Sh = 0.082 Re^{0.69} Sc^{0.33} \quad \text{קורלציה אחרת עבור זרימה טורבולנטית}$$

$$k_c = 0.816 \left(\gamma_w \frac{D_v^2}{L} \right)^{1/3} \quad \text{לזרימה למינרית}$$

$$\text{בצינור } \gamma_w = \frac{8u}{D} = (u - \text{מהירות זרימת התמיסה ב-bulk}) \quad \text{כאשר:}$$

משך זמן סינון

$$t = \frac{1}{AQ_m \Delta P} \left\{ (V_0 - V) + \frac{RTn}{\Delta P} \ln \left(\frac{V_0 - \frac{RTn}{\Delta P}}{V - \frac{RTn}{\Delta P}} \right) \right\}$$

V_0 - נפח תרחיף התחלתי, V - נפח תסנין סופי n - מולים של המוצק

- **תסנין (Filtrate/Permeate)** - הנוזל הנקי לאחר המעבר דרך הממברנה.
- **רזה (Retenate/Concentrate)** - הנוזל המרוכז אשר לא עבר דרך הממברנה, מכיל את כל החומר אשר לא עבר דרך הממברנה בנפח הרבה יותר קטן של מים.
- **MWCO** - המולקולה בעלת המשקל המולקולרי הקטן ביותר אותו מפרידה הממברנה

אלקטרופורוזה

$$v = m \cdot \frac{d\Phi}{dx}$$

המהירות כתלות בהפרש הפוטנציאלים:

קבוע המוביליות:

$$m = \frac{DqF}{RT} \left[\frac{cm^2}{V \cdot s} \right]$$

קבוע הדיפוזיה:

$$D = \frac{k_B T}{3\pi\mu d}$$

m - מוביליות, $d\Phi$ - פוטנציאל, v - מהירות תנועת החלקיק, D - קבוע דיפוזיה, q - מטען המולקולה,

F - קבוע פאראדיי (96500 קולון למול), $R = 8.31 \frac{J}{mol \cdot ^\circ K}$ - קבוע הגזים, T - טמפרטורה, μ - צמיגות,

d - קוטר המולקולה (ההנחה היא כי החלקיק כדורי)

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

הגדרות ריכוז מוצקים בתרחיף

בתהליכים שונים אנו מעוניינים להפריד מוצק מנוזל או מתרחיף. אנו מעוניינים לדעת נתונים מספריים על מסת המוצקים, או על נפח התרחיף המכיל מסה זו, או על נפח התסנין שיתקבל בעקבות הפרדת המוצקים מהנוזל. להלן מספר דרכי מעבר מצורת הגדרה אחת לשנייה.

מעבר מריכוז מוצקים בתרחיף לריכוז מוצקים ביחס לנפח תסנין אם אין נוזלים בעוגה

הגדרות :

$c = \frac{m}{V}$	מסת מוצקים ליחידת נפח תסנין	ריכוז ביחס לתסנין
$c_F = \frac{m}{V_F}$	מסת מוצקים ליחידת נפח תרחיף	ריכוז בתרחיף
V_m		נפח המוצקים בתרחיף
V		נפח התסנין
V_F	נפח התסנין ונפח המוצקים	נפח התרחיף
ρ_m		צפיפות המוצק

ברצוננו לבטא את הריכוז ביחס לנפח תסנין ע"י ריכוז המוצקים בתרחיף שהוא נתון לנו :

$$c_F = \frac{m}{V + \frac{m}{\rho_m}} \iff c_F = \frac{m}{V + V_M} \iff c_F = \frac{m}{V_F} \quad \text{נצא מהביטוי}$$

$$c = \frac{m}{V} = \left(\frac{c_F \cdot \rho_m}{\rho_m - c_F} \right)$$

מארגון המשואה נקבל את הגדרת ריכוז המוצקים ביחס לנפח תסנין :

מעבר משבר מסה של מוצקים בתרחיף, a, לריכוז ביחס לנפח תסנין c אם אין נוזלים בעוגה

הגדרות :

$c = \frac{m}{V}$	מסת מוצקים ליחידת נפח תסנין	ריכוז ביחס לנפח תסנין
$a = \frac{m}{m_F}$	מסת מוצקים ליחידת מסה תרחיף	שבר מסה
m		מסת המוצקים בתרחיף
m_F	מסת המוצקים ומסת התסנין	מסת התרחיף
m_L		מסת התסנין
V		נפח התסנין
ρ_L		צפיפות התסנין

$$a = \frac{m}{V\rho_L + m} \rightarrow a = \frac{m}{m_L + m} \rightarrow a = \frac{m}{m_F} \quad \text{נצא מהגדרת שבר מסה :}$$

$$c = \frac{m}{V} = \frac{a\rho_L}{(1-a)}$$

הגדרת הריכוז ביחס לנפח תסנין :

כאשר העוגה אינה יבשה לחלוטין: מעבר משבר מסה a לריכוז c

הגדרות :

רטיבות	מסת עוגה רטובה למסת עוגה יבשה. נמדד ע"י יבוש העוגה ומדידת משקלה לפני ואחרי הייבוש	b
ריכוז ביחס לנפח תסנין	מסת מוצקים ליחידת נפח תסנין	$c = \frac{m}{V}$
שבר מסה	מסת מוצקים ליחידת מסה תרחיף	$a = \frac{m}{m_F}$
מסת המוצקים בתרחיף	m	
מסת התרחיף	מסת המוצקים ומסת התסנין	m_F
מסת התסנין	m_L	
מסת המים בעוגה	m_{LC}	
נפח התסנין	V	
צפיפות התסנין	ρ_L	

$$b = \frac{m + m_{LC}}{m} \text{ : הגדרת רטיבות}$$

$$aV\rho_L = m(1 - ab) \text{ : עבור עוגה רטובה}$$

ארגון המשואה ייתן את הגדרת הריכוז ביחס לנפח התסנין :

$$c = \frac{m}{V} = \frac{a\rho_L}{(1 - ab)}$$

שיקוע חלבונים

כאשר מוסיפים מלח בריכוז נמוך מסיסות החלבון עולה, כאשר מוסיפים מלח בריכוז גבוה המסיסות יורדת, משוואת "קון" מתאימה לאזור ירידת המסיסות בלבד.

$$\log S = \beta - kI$$

$$I = 0.5 \sum c_i Z_i^2$$

$$\log S = a - bc$$

S-מסיסות החלבון

I-חוזק יוני

K, β , a, b-קבועים

c-הריכוז המולרי של כל יון

Z-ערכיות היון (מס' המטענים)

β, b תלוי בסוג החלבון, טמפרטורה ו-pH

a, k תלוי בסוג החלבון והמלח

הערה-C יכול להיות ריכוז מולרי של מלח שאותו מוסיפים כדי לקבל במשקע ריכוז S של חלבון

חישובים כלכליים בתהליכי הפרדה

$$PMT = PV \times PMD$$

$$PMD = \frac{i \times (i+1)^N}{(i+1)^N - 1}$$

PV – ההשקעה הכוללת עבור פס ייצור

PMT – החזר ההון הנדרש

PMD – מרכיב תוספת הריבית להחזר ההון

i – אחוז הריבית

N – משך זמן החזר (בשנים)

עלות ייצור כוללת = החזר הון נדרש + עלות שכר עובדים + עלות אחזקה + עלות אנרגיה + אחוז התקורה X עלות ייצור כוללת