פיסיקה 2 – מעבדה

חקירת
אופני
התנגדות

ניסוי מס' 2 – חקירת גורמי התנגדות

מטרות הניסוי

1. הכרת מכשירי מדידה חשמליים, מדידת התנגדות, מתח, זרם חשמלי.

2. חקירת גורמי התנגדות של מוליך, מדידת התנגדות סגולית של מוליך.

רקע תיאורטי

התנגדות חשמלית של מוליך נקבעת ע"י מס' גורמים :

א. התנגדותו הסגולית של המוליך - ρ
ב. אורכו של המוליך - ℓ
ג. שטח חתך המוליך - S

ומחושבת ע"פ הקשר : $R = \rho \cdot \frac{\ell}{s}$

כמו כן קיים קשר נוסף בין המתח , ההתנגדות והזרם , ע"פ חוק אוהם הקשר הוא :

$V = I \cdot R$

מהלך הניסוי :

א. <u>בדיקת תלות ההתנגדות לבין אורך התיל</u> .

מחברים "גיטרת" תילים כמתואר בתדריך.
מודדים קטרים של תילים, מחשבים את שטח החתך (שטח מעגל), קובעים את הזרם ל- 0.1 אמפר.
מודדים את המתח לאורך תיל בודד במס' נקודות.
מחשבים את ההתנגדות כתלות במתח ובזרם ע"פ נוסחת חוק אוהם $R = \frac{V}{I}$, משרטטים גרף של ההתנגדות המחושבת כתלות באורך התיל, עומדים על הקשר בין 2 גדלים אלו.
מחשבים משיפוע הגרף את התנגדותו הסגולית של המוליך ומעריכים לאיזה חומר ערך זה שייך כולל ציון שגיאת מדידה.
(שיפוע הגרף יהיה : $\frac{\Delta R}{\Delta \ell} = \frac{\rho}{s}$, כאשר R, ℓ נמדדים, ו- s הוא קבוע וחושב קודם לכן, וכך נחלץ את ρ.

ב. <u>בדיקת תלות ההתנגדות לבין שטח חתך התיל</u> .

מחברים "גיטרת" תילים כמתואר בתדריך, מחברים את כל התילים בטור.
מודדים קטרים של תילים, מחשבים את שטח החתך (שטח מעגל),הזרם בחיבור טורי קבוע בתילים.
מודדים את המתח על כל אחד מהתילים. מחשבים ע"פ $R = \frac{V}{I}$ את ההתנגדות של כל תיל.
משרטטים גרף של ההתנגדות כתלות בערך ההופכי של שטח החתך.
(שיפוע הגרף יהיה : $\frac{\Delta R}{\Delta s^{-1}} = \rho\ell \Leftarrow \rho\ell \cdot \frac{1}{s} = R$, כאשר R , s מחושבים ℓ נמדד קודם לכן, וכך נחלץ את ρ.
משווים את התוצאה שהתקבלה עם חלקו הקודם של הניסוי כולל שגיאה, מחשבים סטייה.
קובעים את שיטת המדידה הטובה יותר.

מהלך הניסוי :

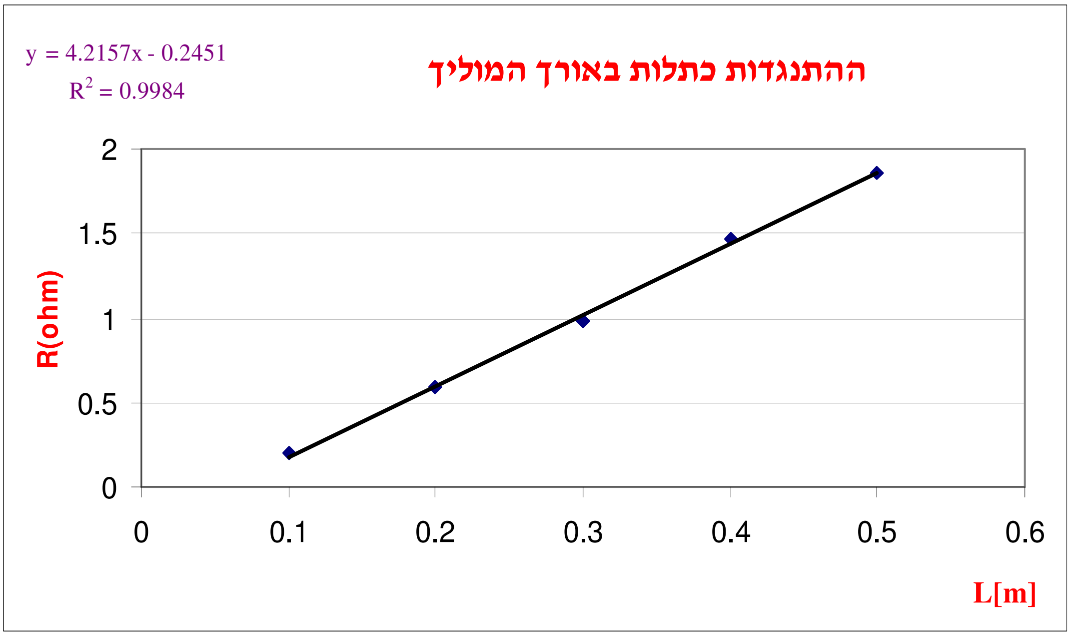
חלק ראשון : <u>בדיקת תלות ההתנגדות לבין אורך התיל</u>

הרכבנו את המערכת ע"פ הוראות התדריך , מדדנו את המתח באורכים שונים של התיל ע"י מד המתח,חישבנו את ההתנגדות, העלנו את הנתונים ע"ג טבלה .

טבלה מס' 1 : נתוני מדידת מתח חשמלי כתלות באורך התיל

V(volt)	I(A)	R(Ω)	L(m)
0.190	0.102	1.862745098	0.5
0.150	0.102	1.470588235	0.4
0.100	0.102	0.980392157	0.3
0.060	0.102	0.588235294	0.2
0.020	0.102	0.196078431	0.1

בנינו גרף של ההתנגדות החשמלית כתלות באורך התיל , להלן הגרף שהתקבל :



תוצאות הגרף מראות כי התקבל גרף ליניארי.

<u>חישובי עזר מקדימים</u> :

קוטר שטח החתך של התיל : $d = (0.67 \pm 0.01)_{mm}$

שטח החתך : $s = \pi/4 \cdot d^2 = 3.54 \cdot 10^{-4}{}_{[m^2]}$

שגיאה בחישוב החתך : $\Delta s = \frac{\partial s}{\partial d} \cdot \Delta d = \frac{\pi}{2} \cdot d \cdot \Delta d = \frac{\pi}{2} \cdot 6.7 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^{-5} = 1.05 \cdot 10^{-9}{}_{[m^2]}$

ע"פ פונקצית ה-LINEST חישבנו שגיאה עבור שיפוע הגרף $\alpha = \frac{\rho}{s}$, כאשר α הוא פרמטר לצורך נוחות מתמטית ו – s הוא שטח חתך המוליך, להלן הערכים שהתקבלו :

-0.24509804	4.215686275
0.032515929	0.098039216

כעת יש לחשב את ρ ולחשב את $\Delta\rho$ ע"פ נגזרת חלקית (שגיאה חישובית).

$$\rho = \alpha \cdot s = \alpha \cdot \pi r^2 = \alpha \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 1.49 \cdot 10^{-8}{}_{[\Omega/m]}$$

$$\Delta p = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial\rho}{\partial s}\Delta s\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial\alpha}\Delta\alpha\right)^2\right]} = \sqrt{\left[(\alpha\Delta s)^2 + (s\Delta\alpha)^2\right]} =$$

$$= \sqrt{\left[\left(4.21*1.05*10^{-09}\right)^2 + \left(3.52*10^{-9}*0.09\right)^2\right]} = 4.44*10^{-09}{}_{[\Omega/m]}$$

$$\rho_1 = (1.5 \pm 0.4)*10^{-8}{}_{[\Omega/m]}$$

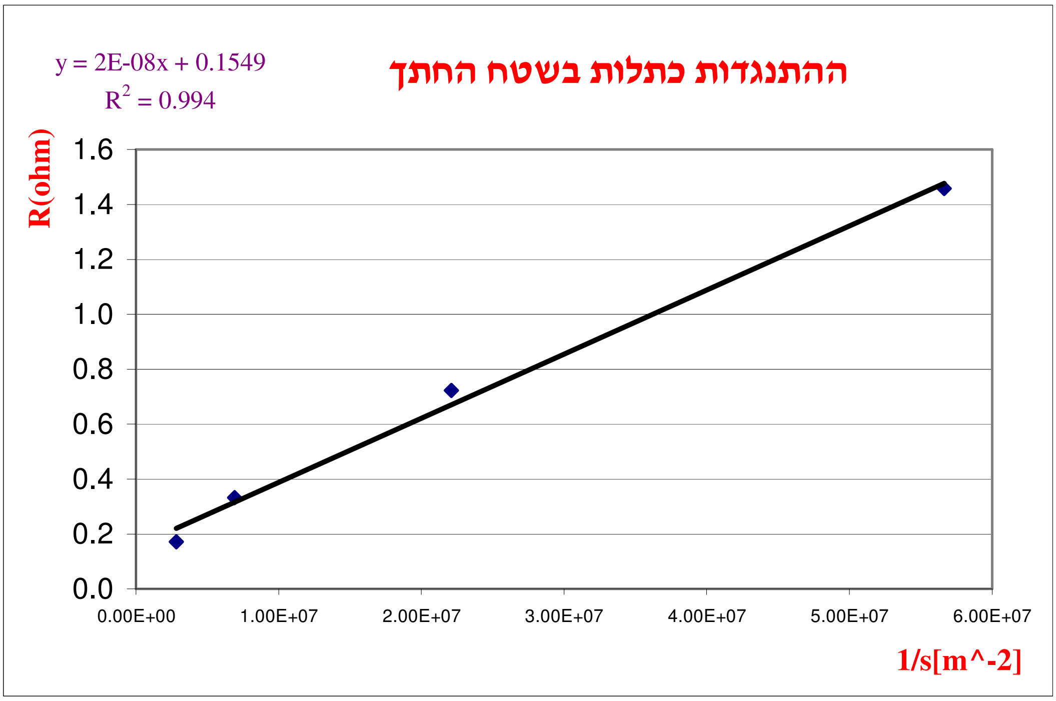
חלק שני : בדיקת תלות ההתנגדות לבין שטח חתך התיל

הרכבנו את המערכת ע"פ הוראות התדריך , מדדנו את המתח בתילים בעלי קטרים שונים זה מזה ע"י מד המתח,חישבנו את ההתנגדות, העלנו את הנתונים ע"ג טבלה .

טבלה מס' 2 : נתוני מדידת מתח חשמלי כתלות בקוטר התיל (עובי התיל – שטח החתך)

V(volt)	I(A)	R(Ω)	d[mm]	r(m)	s(m^2)	1/s[m^ -2]
0.180	1.050	0.171	0.670	3.35E-04	3.52E-07	2.84E+06
0.350	1.050	0.333	0.430	2.15E-04	1.45E-07	6.89E+06
0.760	1.050	0.724	0.240	1.20E-04	4.52E-08	2.21E+07
1.530	1.050	1.457	0.150	7.50E-05	1.77E-08	5.66E+07

בנינו גרף של ההתנגדות החשמלית כתלות בערכו ההופכי של שטח החתך,
להלן הגרף שהתקבל :



תוצאות הגרף מראות כי התקבל גרף ליניארי.

<u>חישובי עזר מקדימים</u> :

אורך התיל : $\ell = 0.5_m$

שגיאה בחישוב התיל (אקראית) : $\Delta\ell = \pm 0.001_m$

ע״פ פונקצית ה-LINEST חישבנו שגיאה עבור שיפוע הגרף $\rho\ell$, $\beta = \rho\ell$, כאשר β הוא פרמטר לצורך נוחות מתמטית ו– ℓ הוא אורך המוליך, להלן הערכים שהתקבלו :

0.154924	2.33552E-08
0.0393611	1.2855E-09

כעת יש לחשב את ρ ולחשב את $\Delta\rho$ ע״פ נגזרת חלקית (שגיאה חישובית).

$$\rho = \frac{\beta}{\ell} = \frac{2.33*10^{-10}}{0.5} = 4.67*10^{-8}{}_{[\Omega/m]}$$

$$\Delta p = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial\rho}{\partial\ell}\Delta\beta\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial\beta}*\Delta\ell\right)^2\right]} = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{\ell}*\Delta\beta\right)^2 + \left(-\frac{\beta}{\ell^2}*\Delta\ell\right)^2\right]} =$$

$$= \sqrt{\left[\left(2*1.28*10^{-9}\right)^2 + \left(\frac{-2.33*10^{-8}}{0.25}*0.0001\right)^2\right]} = 2.57*10^{-9}{}_{[\Omega/m]}$$

$$\rho_1 = (4.67 \pm 0.3)*10^{-8}{}_{[\Omega/m]}$$

חישוב סטייה לצורך השוואה בין ערכי ההתנגדות הסגולית שהתקבלו ב-2 חלקי הניסוי :

$$\delta_\rho = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}*100 = \frac{4.67*10^{-8} - 1.49*10^{-8}}{4.67*10^{-8}}*100 = 68.2\%$$

מסקנות :

ניתן לראות ע״פ הגרפים הליניאריים כי :

א. קיים יחס ישר בין התנגדותו החשמלית של מוליך לבין עוביו (שטח החתך שלו).
ב. קיים יחס הפוך בין התנגדותו החשמלית של מוליך לבין אורכו.
ג. בין 2 הערכים שהתקבלו קיימת סטייה גדולה , וזאת ככל הנראה בגלל טעות חישוב ו/או שגיאה מדידה, אך בכל מקרה טווח השגיאה אינו חורג מהנתונים המפורסמים בתדריך לגבי התנגדותן הסגולית של המתכות, אנו יכולים להניח ע״פ הערך של ההתנגדות הסגולית שהתקבל בחלק הראשון כי מדובר בתיל נחושת או כסף, נחשב סטייה בין הערך שהתקבל ובין ערך ההתנגדות הסגולית של כסף, למשל :

$$\delta_\rho = \frac{\rho_c - \rho_1}{\rho_c}*100 = \frac{1.6*10^{-8} - 1.49*10^{-8}}{1.6*10^{-8}}*100 = 6.8\%$$

התקבלה סטייה קטנה , הנחתנו ככל הנראה נכונה.

הערך של ההתנגדות הסגולית שקיבלנו בחלק השני הוא למעשה חושב כנגזרת מכל 4 התילים שכנראה עשויים מחומרים שונים, ולכן ערך זה מהווה מעין ממוצע התנגדות סגולית של כל התילים.
שיטת המדידה המדויקת יותר היא החלק הראשון של הניסוי (ההתנגדות כתלות באורך המוליך) מכיוון שמדובר בבדיקת תיל בודד מחומר אחיד, ולא מס׳ חומרים כמו בשיטה השנייה.

חוק אוהם (מציאת אופיין של נגד חשמלי)

נושאים לניסוי : מציאת אופיין של נגד.

מטרות הניסוי :

- חקירת נגד חשמלי בעל אופיין מסוים ומציאת ערכו.

מהלך הניסוי :

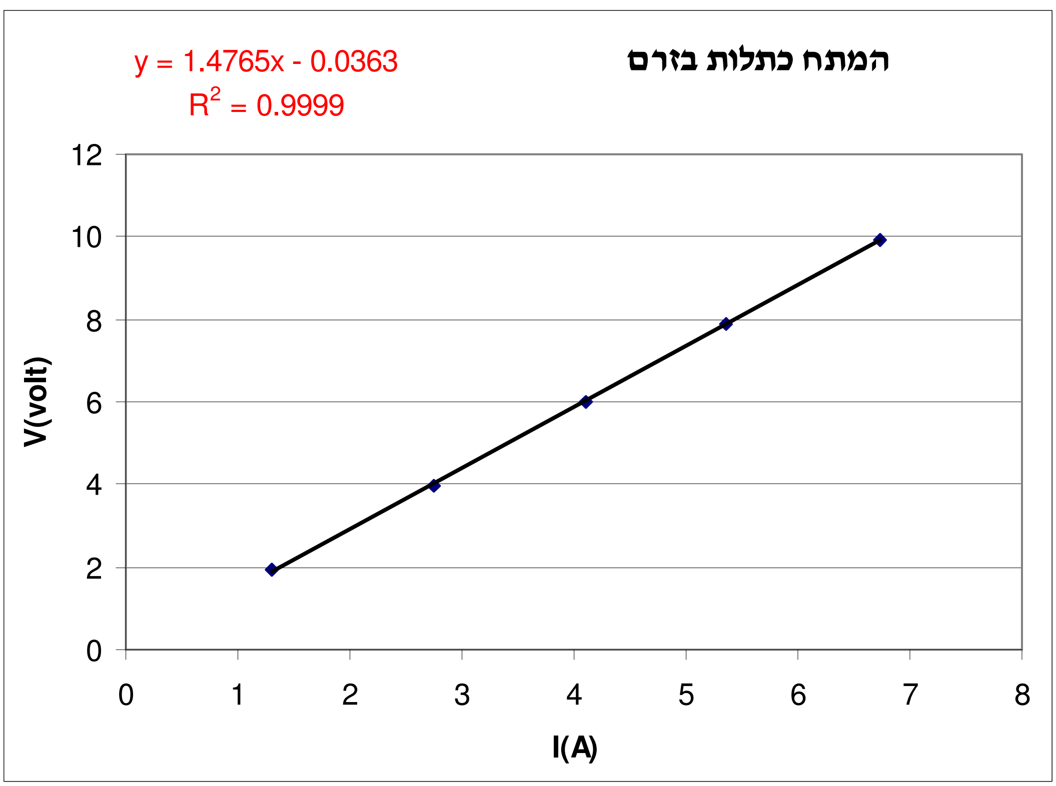
- מחברים את המערכת , משנים מס׳ פעמים את הזרם ומודדים את המתח .
- משרטטים גרף של הזרם V כתלות במתח I עבור הנגד.
- מתוך הגרף יש לקבוע את התנגדותו של הנגד ישירות ע״י האוהמטר, מחשבים סטייה מול הערך המתקבל מהגרף.

הערך הנמדד של התנגדות הנגד : 1.495_{Ω}

להלן נתוני המתח והזרם שנמדדו :

V(volt)	I (A)
1.919	1.297
3.98	2.75
6	4.1
7.88	5.36
9.92	6.73

להלן הגרף המתאים לנתונים שהתקבלו :



ע"פ פונקצית LINEST התקבלו התוצאות הבאות :

-0.03633	1.476535
0.039502	0.008829

כלומר שיפוע הגרף (התנגדות הנגד) תוך כדי התחשבות בספרות משמעותיות:

$R = 1.476 \pm 0.009_{\Omega}$

מתקיימת חפיפה בתחום השגיאה בין הערך הנמדד לערך המחושב

חישוב סטייה מהערך הנמדד (|ערך נמדד- ערך מחושב| / ערך נמדד :

$$\frac{|R_{measured} - R_{graph}|}{R_{measured}} \bullet 100 = \frac{|1.495 - 1.471|}{1.495} \bullet 100 = 0.016 \bullet 100 = 1.6\%$$

תוצאות :

- הסטייה מהערך הנמדד קטנה מאוד
- צורת הגרף ליניארי שראשיתו בראשית הצירים המעיד על יחס ישר (בקירוב טוב) .

מסקנות :

- מתקיימת פרופורציה בין ערך הזרם החשמלי לערך המתח החשמלי - $V \propto I$
- מקדם הפרופורציה היא ההתנגדות החשמלית, דבר המאשר את חוק אוהם : $V = I \bullet R$

חיבור נגדים בטור ובמקביל

מטרות הניסוי

1. התנסות בבניית מעגלים חשמליים ובביצוע מדידות בהם.
2. אישור חוקי קירכהוף.
3. אישור נוסחאות לחישוב התנגדות שקולה.

רקע תיאורטי

ע"פ חוק אוהם הקשר בין המתח , לזרם ולהתנגדות הוא : $V = I \cdot R$
מפיתוח זה , חוקי קירכהוף נועדו כדי לבסס את חוק אוהם בהתאמה למעגלי זרם ישר.

חוקי קירכהוף

- חוק הצומת : $\sum_i I = 0$ - סכומם האלגברי של זרמים בצומת הוא אפס.
- חוק הלולאה : $\sum_i \varepsilon = 0$ - סכומם האלגברי של כל הכא"מים בכל לולאה סגורה שווה לסכומם האלגברי של מפלי המתח.

מדידת התנגדות שקולה :

חיבור נגדים בטור : $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_i R_n$

חיבור נגדים במקביל : $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \frac{1}{R_n} = \sum_i \frac{1}{R_n}$

מהלך הניסוי :

א. נגדים במקביל

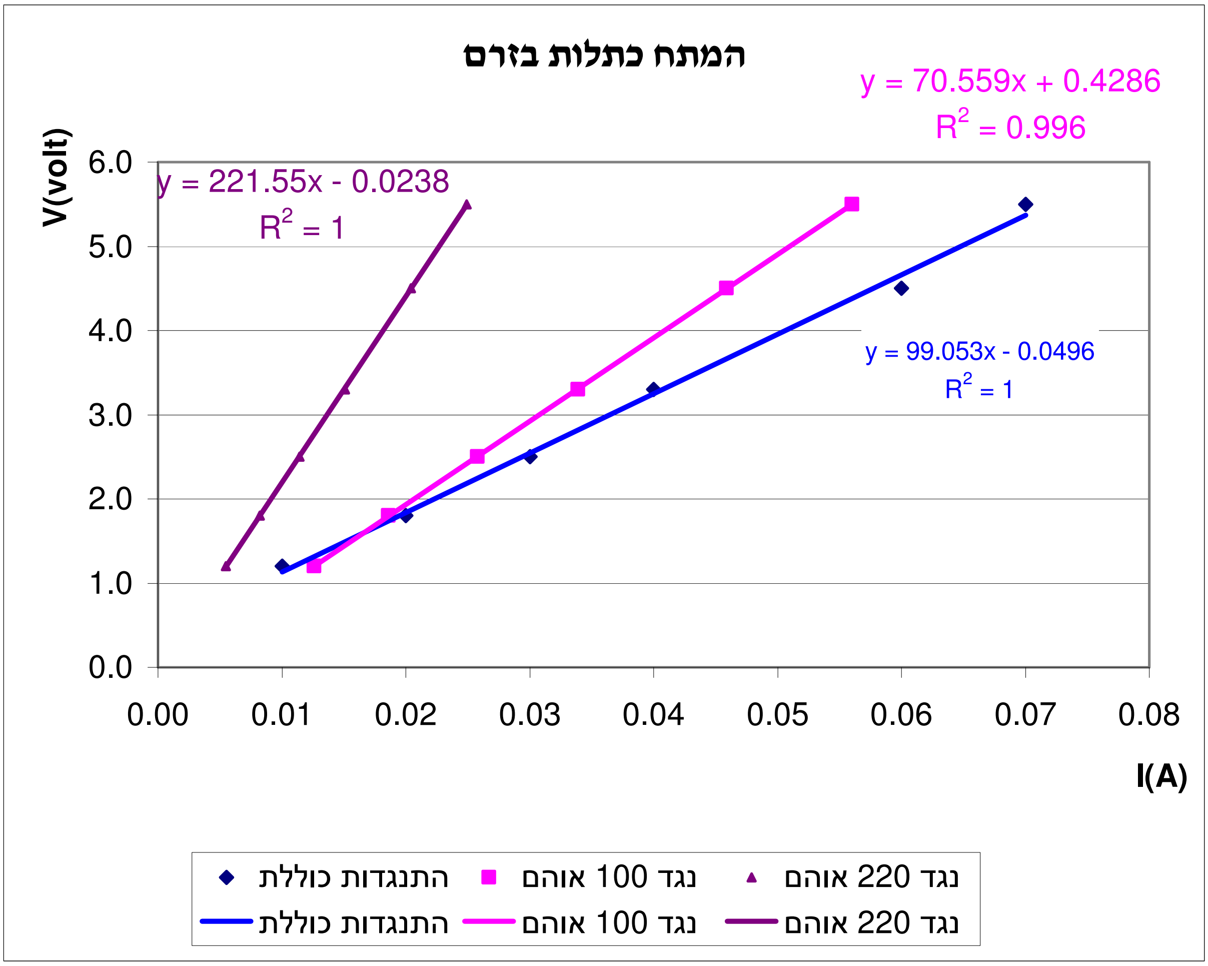
1. מרכיבים את המעגל המתואר בתדריך, התנגדויות הנגדים (הרשומות עליהם) הן :
$R_1 = 100_{\Omega}, R_2 = 220_{\Omega}$

2. כיוון שלצורך הניסוי התנגדותו של הספק אינה באה לידי ביטוי , יש להניח כי הספק אידיאלי ולכן ימדוד את המתח של כל המעגל ואת הזרם של כל המעגל.
3. מחברים את מדי הזרם הנוספים .

6-4. מפעילים את הספק , עורכים מדידות של מתח , זרם כולל וזרם בכל לולאה, עורכים טבלה של התוצאות, להלן הטבלה שנתקבלה :

V(volt)	I(A)	R=100Ω	R=220Ω
		I1(A)	I2(A)
1.2	0.01	0.0126	0.0055
1.8	0.02	0.0186	0.0082
2.5	0.03	0.0258	0.0114
3.3	0.04	0.0339	0.0151
4.5	0.06	0.0459	0.0204
5.5	0.07	0.0560	0.0249

7. משרטטים גרפים בהתאם להוראות התדריך, להלן הגרפים שהתקבלו(לנוחות וכדי לראות בצורה מיטבית את ההבדלים בין הגרפים, 3 הגרפים נבנו ע"ג מערכת צירים אחת) :



ע"פ פונקצית הLINEST התקבלו הערכים הבאים :

התנגדות כוללת	
0.43	70.56
0.10	2.25
נגד 100 אוהם	
-0.05	99.05
0.01	0.18
נגד 220 אוהם	
-0.02	221.55
0.01	0.75

נחשב התנגדות שקולה ע"פ נוסחא :

$$R_{eq}=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{99.05}+\frac{1}{221.05}\right)^{-1}=68.45_{\Omega}$$

$$R_{eq}{}^{-1}=1.46\bullet 10^{-2}{}_{[\Omega^{-1}]}$$

נחשב שגיאה עבור $R_{eq}{}^{-1}$:

$$\Delta R_{eq}{}^{-1}=\frac{\partial\left(\frac{1}{R_1}\right)}{\partial R_1}\bullet\Delta R_1+\frac{\partial\left(\frac{1}{R_2}\right)}{\partial R_2}\bullet\Delta R_2=\frac{1}{R_1{}^2}\bullet\Delta R_1+\frac{1}{R_2{}^2}\bullet\Delta R_2$$

$$=3.36\bullet 10^{-05}$$

כלומר הערך ההופכי של ההתנגדות השקולה מחישוב הוא :

$$R_{eq}{}^{-1}=(1.46\pm 0.03)\bullet 10^{-2}{}_{[\Omega^{-1}]}$$

הערך ההופכי התיאורטי השקול מחישוב ישיר הוא :

$$R_{eq}{}^{-1}=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{220}\right)^{-1}=1.45\bullet 10^{-02}{}_{[\Omega^{-1}]}$$

כמו כן הערך ההופכי של ההתנגדות השקולה מחישוב הגרף של המעגל הכולל הוא :

$$R_{eq}{}^{-1}=\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{70.56}=1.42\bullet 10^{-02}{}_{[\Omega^{-1}]}$$

ניתן לראות כי בין הערך התיאורטי לבין הערך שהתקבל מחישוב , קיימת חפיפה בתחום השגיאה.

נחשב סטייה בין הערך התיאורטי לבין הערך הנמדד :

$$\frac{|R^{-1}_{eq\ the}-R^{-1}_{eq\ mea}|}{R^{-1}_{eq\ the}}\bullet 100=\frac{|1.45\bullet 10^{-2}-1.46\bullet 10^{-2}|}{1.45\bullet 10^{-2}}\bullet 100=0.689\%$$

הסטייה שהתקבלה <u>זניחה</u>

9. נבחר שורה אחת מן הטבלה :

V(volt)	I(A)	R=100Ω	R=220Ω
		I1(A)	I2(A)
3.3	0.04	0.0339	0.0151

נבדוק לגבי שורה זו אם היא מקיימת את החוק הראשון של קירכהוף :

$$i_{total}-i_1-i_2=0\Rightarrow i_{total}=i_1+i_2$$

כלומר אם נביא לידי ביטוי את השגיאה בזרם (שנתה אחרונה של הספק או מד הזרם בהתאם) נקבל :

$$(i_{total}\pm\Delta i_{total})=(i_1+\Delta i_1)+(i_2+\Delta i_2)$$
$$\Rightarrow(0.04\pm 0.01)_A=(0.0339\pm 0.0001)_A+(0.0151\pm 0.0001)_A$$
$$\Rightarrow(0.04\pm 0.01)_A=(0.049\pm 0.0002)_A$$

10. נבחר שורה אחת מן הטבלה :

V(volt)	I(A)	R=100Ω	R=220Ω
		I1(A)	I2(A)
3.3	0.04	0.0339	0.0151

נבדוק לגבי שורה זו אם היא מקיימת את החוק השני של קירכהוף :

$$V \pm \Delta V = ?i_1 \bullet R_1 = ?i_2 \bullet R_2$$
$$\Rightarrow (3.3 \pm 0.1)_V = ?(100 \cdot 0.033)_V = ?(220 \cdot 0.0151)_V$$
$$\Rightarrow (3.3 \pm 0.1)_V = 3.39_V = 3.32_V$$

11. נבדוק את יחס הזרמים למול יחס ההתנגדויות :

$$\frac{R_1}{R_2} = ?\frac{i_2}{i_1} \Rightarrow$$

נבדוק את יחס הזרמים :

I1(A)	I2(A)	I1/I2
0.0126	0.0055	2.29
0.0186	0.0082	2.27
0.0258	0.0114	2.26
0.0339	0.0151	2.25
0.0459	0.0204	2.25
0.0560	0.0249	2.25

יחס ממוצע בין הזרמים : 2.26

היחס בין ההתנגדויות הוא :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{220}{100} = 2.2$$

חישוב סטייה בין היחסים :

$$\frac{|2.26 - 2.2|}{2.26} * 100 = 2.65\%$$

הסטייה שהתקבלה זניחה

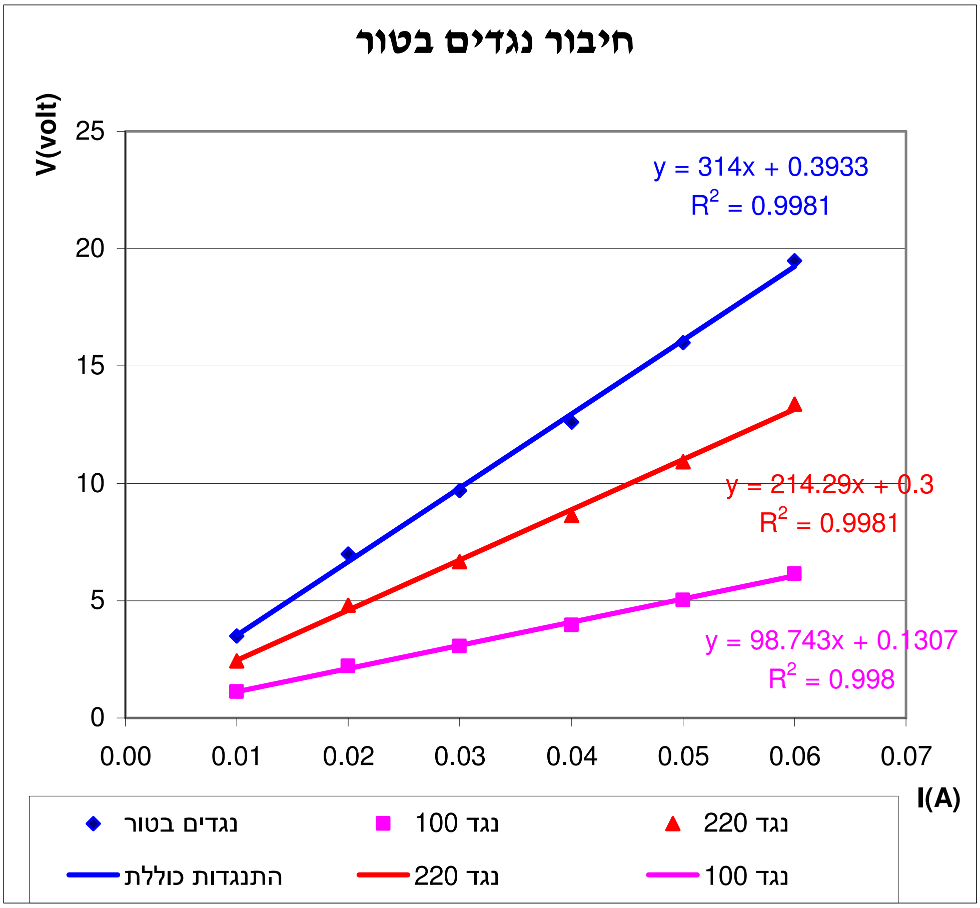
כלומר ניתן לראות כי בחיבור במקביל קיים יחס הזרמים הפוך ליחס ההתנגדויות.

ב. חיבור נגדים בטור

כמו בחלק הקודם בנינו מעגל , אך הפעם הנגדים חוברו בטור, שינינו את הזרם ומדדנו את המתח .
להלן הטבלה שקיבלנו :

I(A)	V(volt)	R=100Ω	R=220Ω
		V1(volt)	V2(volt)
0.01	3.5	1.12	2.44
0.02	7	2.20	4.79
0.03	9.7	3.05	6.65
0.04	12.6	3.97	8.63
0.05	16	5.03	10.93
0.06	19.5	6.15	13.36

להלן הגרפים שהתקבלו (שוב 3 הגרפים ע"ג מערכת צירים אחת) :



ע"פ פונקציית הLINEST התקבלו הערכים הבאים :

התנגדות כוללת	
314.00	0.39
6.82	0.27
נגד 100 אוהם	
98.74	0.13
2.18	0.09
נגד 220 אוהם	
214.29	0.30
4.70	0.18

חישוב ההתנגדות השקולה ע"פ חישוב ישיר :

$$R = R_1 + R_2 = 100 + 220 = 320_{\Omega}$$

חישוב ההתנגדות ע"פ פונקצית הlinest של המעגל הכולל :

$$R = (314 \pm 7)_{\Omega}$$

חישוב ההתנגדות הכוללת ע"פ פונקצית הlinest של הלולאות :

$$R = [(R_1 + \Delta R_1) + (R_2 + \Delta R_2)]_{\Omega} = [(99 \pm 2) + (214 \pm 5)]_{\Omega} = (313 \pm 7)_{\Omega}$$

ניתן לראות כי בין הערך התיאורטי לבין הערך שהתקבל מחישוב , קיימת חפיפה בתחום השגיאה.

נחשב סטייה בין הערך התיאורטי לבין הערך הנמדד :

$$\frac{|R_{eq_{the}} - R_{eq_{mea}}|}{R_{eq_{the}}} * 100 = \frac{|314 - 313|}{314} * 100 \cong 0.4\%$$

הסטייה שהתקבלה <u>זניחה</u>

סעיף נוסף (ע״פ דרישת המרצה) :
נבדוק את הקשר בין יחס המתחים ולבין יחס ההתנגדויות במעגל עם חיבור נגדים בטור :

להלן חישוב יחס המתחים :

V1(volt)	V2(volt)	V1/V2
1.12	2.44	0.459
2.20	4.79	0.459
3.05	6.65	0.459
3.97	8.63	0.460
5.03	10.93	0.460
6.15	13.36	0.460

יחס ממוצע בין הזרמים : 0.46
היחס בין ההתנגדויות :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{100}{220} = 0.455$$

חישוב סטייה בין היחסים :

$$\frac{|0.46 - 0.455|}{0.46} * 100 = 1.08\%$$

הסטייה שהתקבלה <u>זניחה</u>

<u>מסקנות :</u>

א. ע״פ צורתם הליניארית של כל שלושת הגרפים קיים יחס ישר בין המתח לזרם.
ב. ע״פ תוצאות הניסוי אישרנו את הנוסחאות להתנגדות שקולה עבור חיבור נגדים בטור ובמקביל.
ג. ע״פ תוצאות הניסוי אישרנו את חוקי קירכהוף.
ד. הוכחנו כי קיים יחס הפוך בין יחס הזרמים לבין יחס ההתנגדויות במעגל זרם ובו נגדים המחוברים במקביל.
ה. הוכחנו כי קיים יחס ישר בין יחס המתחים ליחס ההתנגדויות במעגל זרם ובו נגדים המחוברים בטור.

<u>הערות ושגיאות אפשריות בניסוי :</u>

א. הנחתנו כי מקור המתח הוא ללא התנגדות פנימית שגויה מיסודה.
ב. כנגזרת ישירה מסעיף א׳ – המתח והזרם שמודד מקור המתח אינם מהימנים .

דוח מעבדה מס׳ 4 : שדה חשמלי

נושאים לניסוי

א. חוק גאוס.
ב. שדה משמר.

מטרות הניסוי

1. הוכחת חוק גאוס.
2. האינטגרל על השדה סביב צורה סגורה הוא אפס – כלומר השדה משמר.

רקע תיאורטי

חוק גאוס הוא חוק בסיסי באלקטרוסטאטיקה, המבטא את הקשר בין שדות חשמליים ומטענים חשמליים. חוק גאוס קשור למשפט גאוס - משפט מתמטי כללי מענף האנליזה הוקטורית.
הניסוח המתמטי של החוק הוא :

$$\varepsilon_0 \cdot \oint \varepsilon_r \vec{E}_N \cdot d\vec{s} = \sum q_{(in)}$$

כלומר סך כל השטף של השדה החשמלי דרך מעטפת מסוימת כפול קבוע הדיאלקטריות של הריק כפול קבוע הדיאלקטריות של החומר (בהנחה שהשדה עובר בחומר) שווה לסך המטען הכלוא בתוך המעטפת.
שים לב : הווקטור dS מכוון במאונך למעטפת עצמה, והשדה החשמלי מוכפל סקלרית בווקטור מאונך זה ; ככל שקווי השדה מאונכים יותר למעטפת, כך השטף החשמלי גדול יותר.

שטף של שדה חשמלי-המכפלה הסקלרית $E \cdot A$ נקראת שטף דרך פיסת משטח ומתארת את הכמות של ״הזורם״ במונחים חשמליים העוברת דרך השטח. עפ״י חוק גאוס שטף העובר דרך משטח סגור כלשהו הוא גודל קבוע התלוי במטען בלבד ולא בגודל המשטח עצמו.

חישוב השטף עפ״י חוק גאוס : $\Phi_E = \int \vec{E}_N \cdot d\vec{s} = 4\pi k Q_{(in)}$

הפוטנציאל החשמלי מוגדרת כאינטגרל $V_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$ ומתארת את עוצמת השדה כמכפלה של הדרך.
כאשר מדובר על עבודה במסלול סגור מדובר בשדה משמר שהעבודה אינה תלויה במסלול אלא במיקום ההתחלתי והסופי. כאשר העבודה המתחילה ומסתיימת באותה נקודה היא שווה לאפס.

חלק א׳ – שדה משמר

בחלק זה בדקנו את העבודה הנעשית במסלול המלבן בתוך השקף המבודד . השתמשנו בשני גששים מחוברים, אותם מיקמנו במקביל לקטע הנמדד של המלבן. התוצאה שהתקבלה על רב המודד היא הפרש הפוטנציאלים, את התוצאה חילקנו במרחק בין הגששים שהוא 0.009 מטר, וקיבלנו את השדה בכיוון המסלול. למציאת העבודה הכפלנו את השדה שחושב באורך הקטע.

להלן טבלת התוצאות של המדידות שבוצעו על המלבן-במקביל

		מלבן		
$\|E\Delta l\|$(volt)	$E\Delta l$(volt)	E(volt/m)	ΔV(volt)	Δl(m)
0.241875	-0.241875	-18.75	-0.15	0.0129
0.274125	-0.274125	-21.25	-0.17	0.0129
0.258	-0.258	-20	-0.16	0.0129
0.0645	-0.0645	-5	-0.04	0.0129
0.080625	0.080625	6.25	0.05	0.0129
0.1935	0.1935	15	0.12	0.0129
0.241875	0.241875	18.75	0.15	0.0129
0.22575	0.22575	17.5	0.14	0.0129
0.177375	0.177375	13.75	0.11	0.0129
0.129	0.129	10	0.08	0.0129
0.209625	0.209625	16.25	0.13	0.0129
0.306375	0.306375	23.75	0.19	0.0129
0.41925	0.41925	32.5	0.26	0.0129
0.48375	0.48375	37.5	0.3	0.0129
0.306375	-0.306375	-23.75	-0.19	0.0129
0.209625	-0.209625	-16.25	-0.13	0.0129
0.29025	-0.29025	-22.5	-0.18	0.0129
0.274125	-0.274125	-21.25	-0.17	0.0129
0.145125	-0.145125	-11.25	-0.09	0.0129
0.080625	0.080625	6.25	0.05	0.0129
0.241875	0.241875	18.75	0.15	0.0129
0.241875	0.241875	18.75	0.15	0.0129
0.177375	0.177375	13.75	0.11	0.0129
0.48375	-0.48375	-37.5	-0.3	0.0129
0.35475	-0.35475	-27.5	-0.22	0.0129
0.241875	-0.241875	-18.75	-0.15	0.0129
0.177375	-0.177375	-13.75	-0.11	0.0129
0.080625	-0.080625	-6.25	-0.05	0.0129
6.61125	-0.1935	-15	-0.12	סכום :

תוצאות וחישובים

סכום המתחים :

$$\sum \Delta V = -0.12_{volt}$$

סה"כ השדה החשמלי :

$$\sum \vec{E} = \sum \frac{\Delta V}{d} = \sum \frac{\Delta V}{0.009} = -15_{N/c}$$

סה"כ המתח החשמלי :

$$\varphi_{tot} = \oint_{\ell} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \sum E \cdot d\ell = -0.1935_{J/c}$$

באנלוגיה לשטף , אנו רואים כי סכום המתחים סביב המסלול הסגור שווה בקירוב לאפס.

נחשב סטייה :

סה"כ ה"שטף" החשמלי כאשר השדה החשמלי בערך מוחלט :

$$|\varphi_{tot}| = \oint_{\ell} |\vec{E}| \cdot d\vec{\ell} = \sum E \cdot d\ell = 6.61125_{J/c}$$

הסטייה תהיה ה"שטף" הכולל חלקי השטף של ערכי השדה בערך מוחלט. -

$$\delta_W = \frac{\sum W}{\sum |W|}\cdot 100 = \frac{|-0.1935|}{6.61225}\cdot 100 = 2.93\%$$

הסטייה שהתקבלה קטנה מאוד.

מכאן אנו רואים שסכום הפרשי הפוטנציאלים שקיבלנו יחסית לתוצאה בערכים המוחלטים הוא אכן אפס, ומכיוון ש - $W = q\cdot V$, סה"כ העבודה שנעשתה לאורך כל המסלול שווה לאפס.

מסקנות חלק א'

מהחלק השני של הניסוי שבו ביצענו אינטגרל קווי סגור של מכפלת השדה במרחק . קיבלנו כי העבודה שנעשתה לאורך הסלול הסגור היא אפס בקירוב, כלומר שלא נעשה כל שינוי באנרגיה החשמלית, ומכאן רואים שזה שדה משמר. היו כמה שגיאות שבגללם לא קיבלנו סכום מתחים שווה ל-0 :

1. שגיאה אקראית-נובעת מעבודה עם הגשש.
2. שגיאה שיטתית-מרחק המדידות dl צריך לשאוף לאפס + עבודה עם הוולטמטר.

חלק ב' – הוכחת חוק גאוס

מהלך הניסוי

השתמשנו באותה מערכת מחלק א', על לוח המצופה נייר מוליך מונחת שבלונת שקף מבודד החתוכה בשני שטחים, הראשון בצורת עיגול והשני כמלבן.
היקף שתי הצורות מחולק לקטעים קטנים אחידים :

א. אורך כל קטע בממוצע בעיגול הוא 0.01335 מטר .
ב. אורך כל קטע במלבן הוא 0.0129 מטר.

המערכת מורכבת מספק מתח, וולטמטר שתי אלקטרודות המונחות בשתי הצורות, חוטים חשמליים לחיבור מעגל חשמלי ושני גששים שמחוברים יחדיו. שני הגששים ממוקמים בניצב למסלול ועל כל קטע אורך העיגול ובמלבן מדדנו את הפרש הפוטנציאלים. את התוצאה נחלק למרחק בין הגששים ששווה ל-0.009 מטר, וכך נימצא את השדה הניצב למסלול של כל קטע. למציאת השטף נכפיל את השדה שחושב באורך כל קטע (למעשה גם עלינו להכפיל בעוד מימד אורך אך אין הדבר משפיע, לכן נבחר באופן שרירותי להכפיל את הביטוי גם בגובה תיאורטי של 1 מטר כך שלא ישפיע מתמטית על התוצאות.

להלן טבלת התוצאות של המדידות שבוצעו על העיגול

שכחנו יחידות

עיגול			
EΔl(volt)	E(volt/m)	ΔV(volt)	Δl(m)
0.356	26.667	0.240	0.013
0.490	36.667	0.330	0.013
0.549	41.111	0.370	0.013
0.653	48.889	0.440	0.013
0.712	53.333	0.480	0.013
0.949	71.111	0.640	0.013
1.009	75.556	0.680	0.013
0.949	71.111	0.640	0.013
1.068	80.000	0.720	0.013
0.771	57.778	0.520	0.013
0.727	54.444	0.490	0.013
0.564	42.222	0.380	0.013
0.534	40.000	0.360	0.013
0.534	40.000	0.360	0.013
0.504	37.778	0.340	0.013
0.401	30.000	0.270	0.013
0.326	24.444	0.220	0.013
0.297	22.222	0.200	0.013
0.252	18.889	0.170	0.013
0.430	32.222	0.290	0.013
0.237	17.778	0.160	0.013
0.252	18.889	0.170	0.013
0.178	13.333	0.120	0.013
0.282	21.111	0.190	0.013
13.024	סה"כ שטף :		

להלן טבלת התוצאות של המדידות שבוצעו על המלבן

שכחנו יחידות

מלבן			
EΔl(volt)	E(volt/m)	ΔV(volt)	Δl(m)
-1.089	-84.444	-0.760	0.013
-1.003	-77.778	-0.700	0.013
-0.760	-58.889	-0.530	0.013
-0.602	-46.667	-0.420	0.013
-0.487	-37.778	-0.340	0.013
-0.143	-11.111	-0.100	0.013
-0.186	-14.444	-0.130	0.013
-0.229	-17.778	-0.160	0.013
-0.201	-15.556	-0.140	0.013
-0.186	-14.444	-0.130	0.013
0.029	2.222	0.020	0.013
-0.029	-2.222	-0.020	0.013
-0.158	-12.222	-0.110	0.013
-0.287	-22.222	-0.200	0.013
-0.387	-30.000	-0.270	0.013
-0.358	-27.778	-0.250	0.013
-0.186	-14.444	-0.130	0.013
-0.043	-3.333	-0.030	0.013
-0.201	-15.556	-0.140	0.013
-0.186	-14.444	-0.130	0.013
-0.229	-17.778	-0.160	0.013
-0.287	-22.222	-0.200	0.013
-0.272	-21.111	-0.190	0.013
-0.244	-18.889	-0.170	0.013
-0.502	-38.889	-0.350	0.013
-0.602	-46.667	-0.420	0.013
-0.760	-58.889	-0.530	0.013
-0.932	-72.222	-0.650	0.013
-10.521	סה"כ שטף		
10.521	סה"כ שטף בערך מוחלט		

ה"שטף" שנמדד עבור העיגול :

ה״שטף״ שנמדד עבור המלבן (בערך מוחלט) :

$$\Phi_{1E} = 13.023_V$$

$$\Phi_{1E} = 10.52_V$$

מכאן נחשב את אחוז הסטייה :

$$\delta_{\Phi_E} \frac{13.023-10.52}{13.023}\cdot 100 = 19.21\%$$

מסקנות לחלק ב׳

בחלק זה של הניסוי הראנו כי השטף החשמלי אינו תלוי במשטח דרכו הוא מוגדר ומחוק גאוס ניתן לראות כי המעטפת הגאוסיאנית אינה תלויה בצורה וכי השטף בשתי הצורות שבדקנו קרוב בערכיו. הסטייה היחסית היא 19.21% זוהי סטייה שאינה קטנה אך מובנת לחלוטין לנוכח תנאי הניסוי דבר הניתן לשינוי ע״י מרבי יותר של המערכת ודיוק בצורת המדידה .

יש לציין כי חוק גאוס תקף במרחב תלת מימדי ובניסוי זה ביצענו את המדידות על דו מימד מכאן שהקירוב שביצענו משפיע גם כן על הדיוק בנתונים .

הצעות ייעול

במקום שקף חתוך ניתן להשתמש בלוחות פרספקס שע״ג מורכבת חוגה מסתובבת עם חור המתאים לגששים , הדבר מקל על העבודה, ומאפשר לחקור בצורות שונות את נכונות חוק גאוס – הדבר מיושם במעבדות רזניק בטכניון, לפרטים נוספים ניתן לפנות לאהוד גזית, לבורנט במעבדות רזניק.

דוח מעבדה מס׳ 5 : שדות חשמליים ופוטנציאל חשמלי

נושאים לניסוי :

פוטנציאל חשמלי, שדה חשמלי, והתלות ביניהם.

מטרות הניסוי :

לחקור תכונות של שדות חשמליים סטטיים ופוטנציאל חשמלי עבור מערכות אלקטרודות שונות.

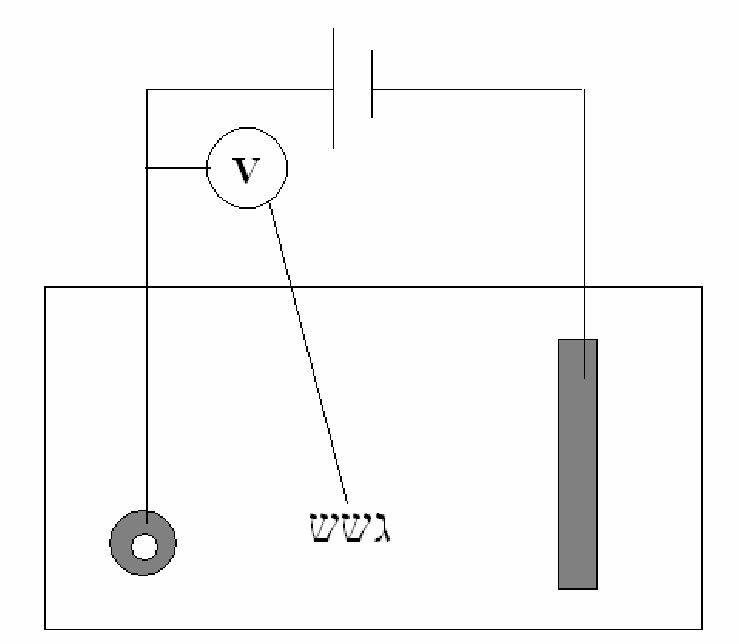
רקע תיאורטי:

שדה חשמלי- נגדיר את עוצמת השדה החשמלי- הכוח שפועל על יחידת מטען חיובי בנקודה מסוימת ומכאן נגיע לנוסחה : $F/q = E$.
F- הכוח החשמלי הפועל על המטען.
q- גודל מטען בוחן.
E- שדה חשמלי.
מטען שלילי יוצר שדה חשמלי מבחוץ לכיוונו של המטען.
מטען חיובי יוצר שדה חשמלי שכיוונו הוא מן המטען החוצה.
פוטנציאל חשמלי-הוא למעשה העבודה הנדרשת כדי להזיז מטען של קולון אחד.

קווים שווי פוטנציאל- קווים המייצגים פוטנציאל שווה לכל אורכם, בסביבת המטען. סימנו "V" ויחידותיו הן Volts.

רכיבי המערכת:

1. וולטמטר.
2. ספק.
3. נייר קופי ונייר לבן.
4. לוח מוליך.
5. אלקטרודה עגולה
6. אלקטרודה מלבנית.
7. חוטי חשמל וגששים (גשש יחיד וכפול).



מטרת חלק א' : מיפוי שדה חשמלי.

מהלך הניסוי :
נשתמש בנייר מוליך, מתחתיו נשים נייר "קופי" ומתחתיו נייר לבן.
נניח שתי אלקטרודות מתכת על הנייר המוליך ונחבר אותן למקור מתח (כמתואר בתרשים).
חיבור הוולט מטר יתבצע בצורה מקבילה, קצהו האחד ישמש כמודד וקצהו השני יחובר לאלקטרודה קבועה.
בעזרת הגשש סימנו על גבי הנייר קופי 5 קווים שווי פוטנציאל V=2 V=5 V=8 V=11 V= 14 ושלושה קווי שדה. חיברנו את הנקודות כך שקווי השדה מאונכים לקווי הפוטנציאל.

ראה נספח 1

ממצאים ומסקנות משלב א':

1. ככל שגדל המרחק מן האלקטרודות, קווי השדה הלכו ונהפכו ישרים (העקמומיות שלהן הלכה ודעכה).
2. ניתן לראות כי קווי פוטנציאל מאונכים לקווי השדה בצורה אורתוגונלית. וכי ניתן למפות אותם.
3. כמו כן , ניתן לראות כי ככל שמתקרבים לטבעת העגולה, צפיפות קווי השדה עולה, דבר המעיד על התפלגות מטען גבוהה בהתאם לכיוון הלוחות.

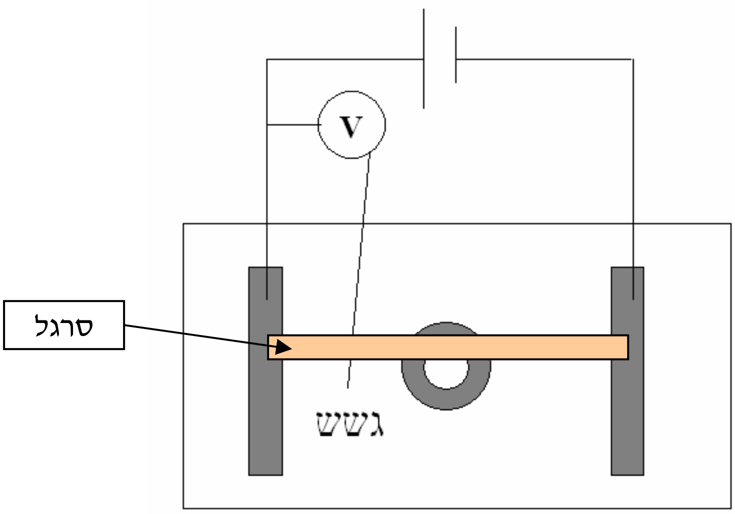
חלק ב – הקשר בין השדה לפוטנציאל

מטרות חלק ב:

א. בדיקת הקשר בין השדה והפוטנציאל : $V = \int E \bullet dx$

ב. בדיקת הקשר בין הפוטנציאל לשדה : $E = \frac{dV}{dx}$

מהלך הניסוי:
המערכת דומה לזו שהשתמשנו בשלב א' של הניסוי, נניח סרגל בין בדיוק שתי האלקטרודות ונמדוד את הפרשי הפוטנציאל בקפיצות של 1 ס"מ. למעשה, מדדנו את הפוטנציאל החשמלי מסביב כל אלקטרודה, חיברנו מעגל חשמלי כפי שמתואר :



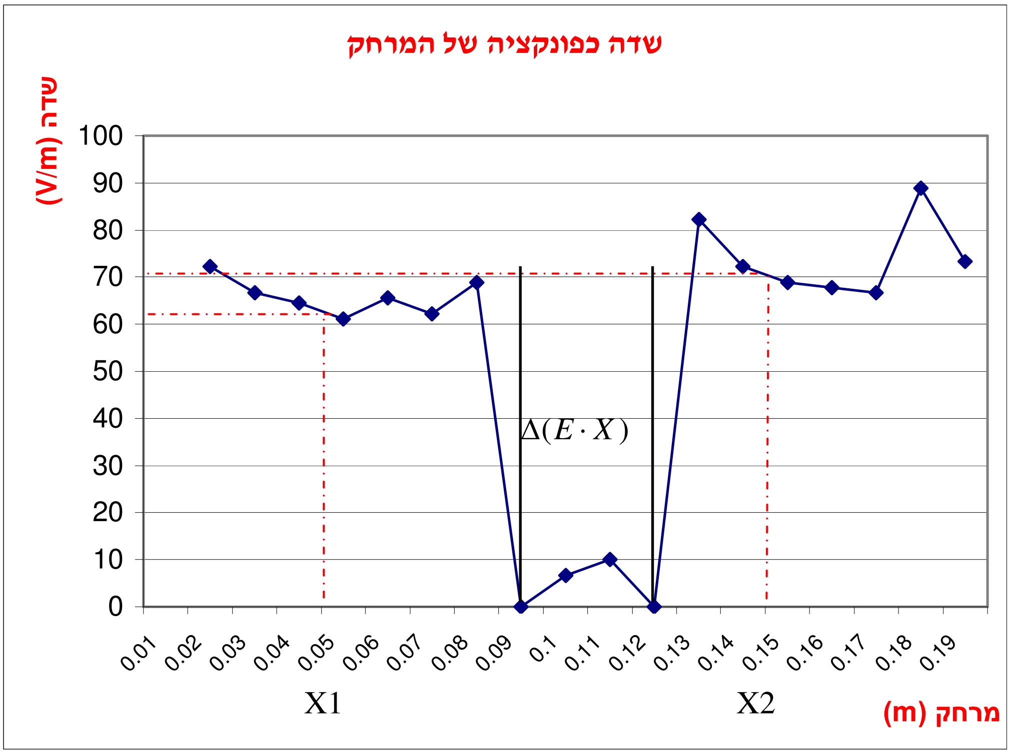
א. מדדנו קווים שווי פוטנציאל במספר נקודות כדי לראות את התנהגות קווי הפוטנציאל במערכת עם מטען באמצע. (ראה נספח 2).

ב. מדדנו ערכים של הפוטנציאל כפונקציה של X, לפיהם חישבנו את השדה הממוצע לפי $\overline{E} = \frac{V}{dx}$

להלן טבלה המרכזת את מדידותינו :

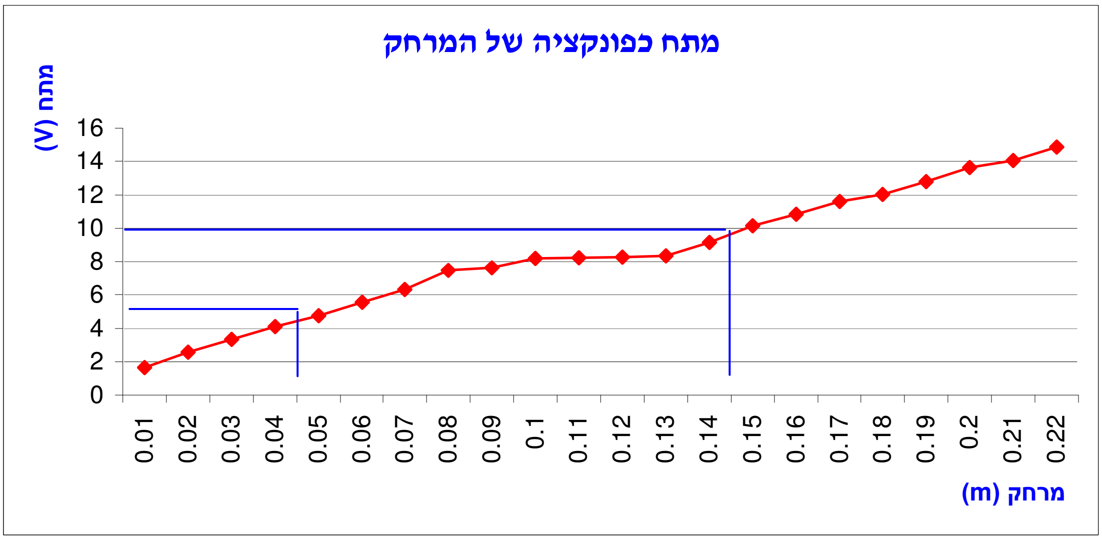
V	X	E=V/d
0.68	0.01	
0.65	0.02	72.22
0.6	0.03	66.67
0.58	0.04	64.44
0.55	0.05	61.11
0.59	0.06	65.56
0.56	0.07	62.22
0.62	0.08	68.89
0	0.09	0.00
0.06	0.1	6.67
0.09	0.11	10.00
0	0.12	0.00
0.74	0.13	82.22
0.65	0.14	72.22
0.62	0.15	68.89
0.61	0.16	67.78
0.6	0.17	66.67
0.8	0.18	88.89
0.66	0.19	73.33

להלן הגרף שהתקבל עבור השדה החשמלי כתלות במרחק :



מדדנו שוב את המתח כפונקציה של המרחק , להלן טבלת ריכוז הנתונים של מדידותינו :

V	X
1.66	0.01
2.58	0.02
3.33	0.03
4.08	0.04
4.76	0.05
5.55	0.06
6.3	0.07
7.45	0.08
7.63	0.09
8.19	0.1
8.24	0.11
8.28	0.12
8.33	0.13
9.14	0.14
10.14	0.15
10.84	0.16
11.61	0.17
12.02	0.18
12.79	0.19
13.61	0.2
14.05	0.21
14.86	0.22



חלק 1

דרך אינטגרל השדה למצוא מתח ולהשוות למתח שמצאנו במדידה השניה.
נבדוק אם האינטגרל של השדה הוא אכן המתח. נבצע את זה על ידי אינטגרציהע"פ "עקרון השטחים".
נבחר שתי נקודות על ציר ה X :

$X_1 = 0.05$m
$X_2 = 0.15$m

נבדוק את השטח בגרף השדה כפונקציה של הדרך בין X_1 ל X_2

השטח בין X_1 ל X_2 הוא :

$$V = E_2 \cdot X_2 - [E_1 \cdot X_1 + \Delta(E_{12} \cdot X_{12})]$$

$$V \cong 68.89 \cdot 0.15 - [61.11 \cdot 0.05 + (70 \cdot 0.03)] \cong 10.33 - [3.05 + 2.1] = 5.17_{volt}$$

המתח של X2 פחות המתח של X2 שווה (Volt) :

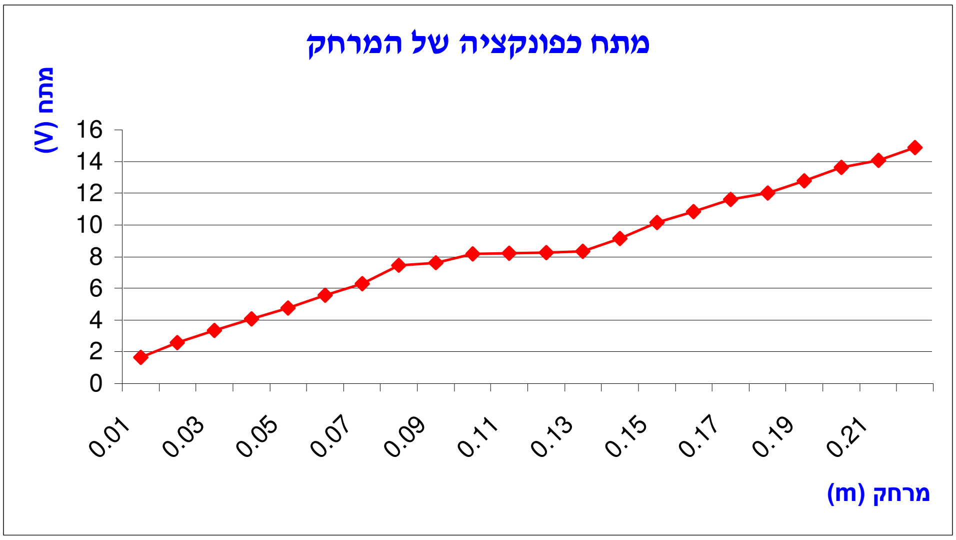
$$V_{21} = \varphi_{(0.15)} - \varphi_{(0.05)} \cong 10.14 - 4.76 = 5.38_{volt}$$

נבדוק סטייה

$$\delta_{V_{(X1-X2)}} = \frac{|V - V'|}{V} \bullet 100 = \frac{|5.38 - 5.17|}{5.38} \bullet 100 \cong 4\%$$

חלק 2

נבצע את הפעולה ההפוכה, דרך הנגזרת של המתח נמצא את השדה ונשווה עם השדה שמצאנו בסעיף הקודם.



נבדוק כעת נגזרת גרף המתח בשתי נקודות (הנגזרת היא השיפוע בנקודה).

נעדיף לחשב נגזרת ממוצעת של 2 נקודות כדי לקבל את הערך הממוצע של הנגזרת של הנקודה ביניהם.
ניקח 2 נקודות מגרף המתח ונבדוק אותן :

1. נבדוק שיפוע בנקודה X_1=0.03

$$E'_{(x1)} = \frac{dV}{dX}(X_3 = 0.03) = \frac{\varphi_{(0.04)} - \varphi_{(0.02)}}{X_4 - X_2} = \frac{4.08 - 2.58}{0.04 - 0.02} = \frac{1.5}{0.02} = 75_{V/m}$$

ערך השדה ע"פ הגרף בנק' זו הוא $66.67 {}^{V}\!/\!_{m}$

נבדוק סטייה

$$\delta_{E(x1)} = \frac{\left| E - \frac{\Delta V}{\Delta x} \right|}{E} \bullet 100 = \frac{|66.67 - 75|}{66.67} \bullet 100 \cong 14\%$$

2. נבדוק שיפוע בנקודה $X_2=0.16$

$$E'_{(x1)} = \frac{dV}{dX}\left(X_{16} = 0.16\right) = \frac{\varphi_{(0.17)} - \varphi_{(0.15)}}{X_{17} - X_{15}} = \frac{11.61 - 10.14}{0.17 - 0.15} = \frac{1.47}{0.02} = 73.5 {}^{V}\!/\!_{m}$$

ערך השדה ע"פ הגרף בנק' זו הוא $67.78 {}^{V}\!/\!_{m}$

נבדוק סטייה

$$\delta_{E(x2)} = \frac{\left| E - \frac{\Delta V}{\Delta x} \right|}{E} \bullet 100 = \frac{|67.78 - 73.5|}{67.78} \bullet 100 \cong 8.4\%$$

ניתוח תוצאות

- ניתן לראות כי האינטגרל על השדה החשמלי אכן נותן ערך של הפוטנציאל החשמלי בנקודה עם שגיאה של 4% .
- ניתן לראות, תוך הזנחת הסטיות, כי גם נגזרת הפוטנציאל החשמלי בנקודה תיתן את ערך השדה החשמלי בנקודה.
- יש להניח כי אם תנאי הניסוי היו טובים יותר, הנייר המוליך והאלקטרודות היו מקובעים טוב יותר , היינו מקבלים תוצאות דומות מאוד אם לא זהות בהשוואת הקשר הדיפרנציאלי של הפוטנציאל והשדה החשמליים.

מסקנות שלב ב'

1. ניתן לראות כי המתח גדל ככל שהתקרבנו לטבעת המוליכה. וכאשר נגענו בטבעת ובתוכה המתח נשאר קבוע. זאת מפני שהשדה בתוך הטבעת שווה לאפס. ניתן לראות זאת גם בגרף של השדה כפונקציה של הדרך. בין 8 ל13 ס"ב נמצאת הטבעת כפי שניתן לראות באופן בהיר בגרפים.
2. הוכחנו שהקשר הדיפרנציאלי – אינטגראלי בין השדה החשמלי לפוטנציאל החשמלי אכן מתקיים. זאת בהסתייגות שכן חישובינו היו איכותיים בלבד, חישובי השטח והשיפועים התבססו על הערכות בלבד.

הצעות ייעול

א. ניתן להשתמש בקו מגמה כדי לחשב אינטגרל מדויק יותר של גרף השדה כפונקציה של ההעתק.

ב. ניתן להשתמש במוליכים יותר טובים או להקנות לחץ למערכת (ע"י אטבים או מלחצות) כדי שיהיה מגע טוב יותר, לא ראו באופן ברור את העקמומיות של קוי הפוטנציאל.

תהליך פריקה וטעינה של קבל אלקטרוליטי

נושאים לניסוי

1. תהליך פריקה וטעינה של קבל אלקטרוליטי.
2. התנהגות המתח והזרם בתהליך זה.
3. הקשר הדיפרנציאלי בין המטען החשמלי לזרם החשמלי

מטרות הניסוי

1. חקירת התלות של עוצמת הזרם והמתח בזמן בתהליך הטעינה והפריקה של הקבל.
2. מציאת גודל פיסיקלי המאפיין קבל.
3. הוכחת הקשר הדיפרנציאלי בין המטען לזרם.

רקע תיאורטי

קבל בנוי משני לוחות מוליכים, וביניהם חומר מבודד. בקבל האלקטרוליטי ישנה אלקטרודה מאלומיניום הממלאת את תפקיד אחד הלוחות. האלקטרודה מצופה שכבת תחמוצת דקה המשמשת כמבודד. האלקטרודה טבולה בתמיסה אלקטרוליטית מוליכה הממלאת את תפקיד הלוח השני.
אם מחברים קבל למעגל טורי נוצר נתק במעגל. המטען מהספק יתחיל להצטבר על לוחות הקבל. על לוח אחד יצטברו חלקיקים חיוביים, ועל השני שליליים. הקבל יאגור את מטעני הספק. לאחר שאגירה זו תסתיים, אפשר להוציא את הספק עצמו ולחבר מחדש את המעגל. אז הקבל יהפוך לספק, ויתפרק במהירות מהמטען שנמצא עליו.
בצורה כזו ניתן ליצור הבזק מהיר של זרם במעגל.
לאחר שנמדוד את הזרם והמתח בזמנים שונים על פני המעגל בטעינה ובפריקה, נוכל להסיק מסקנות על הקבל ועל גדליו. לדוגמא, נחשב את המטען שיש עליו ע"י עשיית אינטגרל לזרם כפונקציה של הזמן. (הזרם הוא הנגזרת של המטען כפונקציה של הזמן).

מעגל הפריקה:

במעגל הפריקה ישנו מעגל פשוט המכיל נגד וקבל. ניתן להתייחס למעגל זה כאל מעגל בעל ספק ונגד, כלומר, המתח על הקבל שווה למתח על הנגד (כמו מעגל טורי רגיל):

$$V_C = \frac{q}{C} \quad ,V_R = iR$$

אלו הם המתחים של המעגל והם שווים, כפי שהוסבר קודם($V_C = V_R$).

אי אפשר להשתמש, לתיאור הזרם במעגל, בנוסחא $i = \frac{q}{t}$, מאחר וזהו אינו זרם קבוע אלא זרם משתנה. הנוסחא לתיאור זרם משתנה היא $i_{(t)} = \frac{dq}{dt}$, כלומר לנגזרת של המטען כפונקציה של הזמן. אם נכתוב את השיוויון $V_C = V_R$ שוב, נקבל $\frac{q}{C} = iR$. מכיוון שהזרם הוא אינו קבוע הוא שווה לנגזרת המטען, כלומר המשוואה היא בעצם $\frac{q}{C} = \frac{dq}{dt} \cdot R$. אבל הקבל הינו קבל מתפרק, כלומר, השינוי במטען הוא שלילי. הגודל החדש קטן מהגודל הישן (dq מוגדר כשינוי במטען) ← $dq = q_{after} - q_{before} = (-)$.

לפיכך אנחנו נשארים עם המשוואה הבאה← $\frac{q}{C} = -\frac{dq}{dt} R$ ← $\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$.

יש לנו כאן משוואה המערבת גודל מסויים (q), ואת אחד מנגזרותיו (q'). זוהי משוואה דיפרנציאלית. אנחנו מחפשים פונקציה שאם נגזור אותה פעם אחת, נגיע בחזרה לפונקציה המקורית מוכפלת בקבוע שלילי מסויים.

הפונקציה המתימטית המתאימה למקרה הזה היא e בחזקה, מאחר ו e בחזקת מינוס משהו נותנת את אותה הפונקציה כפול המעריך השלילי שלה, כשגוזרים אותה.
נפתח את הנוסחא של המטען כפונקציה של הזמן :

$$-\frac{q}{RC} = q' = \frac{dq}{dt}$$

$$-\frac{dt}{RC} = \frac{dq}{q} \rightarrow dt = \frac{-RCdq}{q}$$

$$\int_0^t dt = \int_{q_o}^{q} \frac{-RC}{q} \cdot dq$$

$$\int_0^t dt = \int_0^t 1 \cdot dt = t$$

$$\int_{q_o}^{q} \frac{-RC}{q} \cdot dq = -\int_{q_o}^{q} RC \cdot \frac{1}{q} \cdot dq = -RC\ln(q) \Big|_{q_o}^{q} = -RC\ln(q) + RC\ln(q_o) = RC(\ln\left(\frac{q_o}{q}\right))$$

$$RC(\ln\left(\frac{q_o}{q}\right)) = t \rightarrow \ln\left(\frac{q_o}{q}\right) = \frac{t}{RC}$$

$$e^{\frac{t}{RC}} = \frac{q_o}{q} \rightarrow q_o = q \cdot e^{\frac{t}{RC}} \rightarrow q = \frac{q_o}{e^{\frac{t}{RC}}} \Rightarrow q = q_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

מנוסחת המטען כפונקציה של הזמן ניתן להגיע לנוסחת הזרם כפונקציה של הזמן (נזכור שהמטען ההתחלתי חלקי הקיבול נותן בעצם את המתח, לפי הנוסחא $V = \frac{q}{C}$)-

מהפיתוח הנ״ל מצאנו את הזרם כפונקציה של הזמן (בערך מוחלט), וראינו שאכן הפונקציה היא מעריכית על בסיס e כפי שצפינו.

$$i = q' = \left(q_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}\right)' = -\frac{q_o}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{q_o}{C} = V_o$$

$$i = -\frac{V_o}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow i = i_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

מעגל הטעינה:

מעגל הטעינה מכיל ספק, נגד, מפסק וקבל המחוברים בטור. ברגע סגירת המפסק מתחיל הקבל להיטען, ברגע שהמתח עליו יהיה שווה למתח הספק, משום שאז לא יהיה הפרש פוטנציאלים במעגל בין הלוח הטעון חיובית של הקבל לבין הצד החיובי של הספק ומטענים לא יעברו יותר ביניהם. כמובן שהזרם אינו קבוע, הוא משתנה עד שהספק נטען במטען המספק לו מתח השווה למתח הספק. לכן גם כאן הזרם במעגל שווה לנגזרת של המטען. זהו מעגל טורי ולכן מתקיימת בו בכל רגע ורגע הנוסחא הבאה :

$$\varepsilon = V_R + V_C \rightarrow \varepsilon = i \cdot R + \frac{q}{C} \rightarrow \varepsilon = \frac{dq}{dt} \cdot R + \frac{q}{C}$$

מהנוסחא הזו נפתח את המטען כפונקציה של הזמן במעגל טעינה :

$$\varepsilon = \frac{dq}{dt} \cdot R + \frac{q}{C} \rightarrow \left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right) dt = dq \cdot R \rightarrow dt = \frac{dq \cdot R}{\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)}$$

$$\int_0^t dt = \int_0^q \frac{dq \cdot R}{\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)}$$

$$\int_o^t dt = \int_o^t 1 \cdot dt = t$$

$$\int_0^q \frac{dq \cdot R}{\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)} = \int_0^q \frac{dq \cdot R}{\left(\frac{\varepsilon C - q}{C}\right)} = \int_0^q \frac{C(dq \cdot R)}{\varepsilon C - q} = \int_0^q \frac{RC}{\varepsilon C - q} \cdot dq = \int_0^q -RC \cdot \frac{1}{q - \varepsilon C} \cdot dq$$

$$\varepsilon = \frac{q_o}{C} \rightarrow$$

$$\int_0^q -RC \cdot \frac{1}{q - \varepsilon C} \cdot dq = \int_0^q -RC \cdot \frac{1}{q - \frac{q_o}{C} C} \cdot dq = \int_0^q -RC \cdot \frac{1}{q - q_o} \cdot dq$$

$$\int_0^q -RC \cdot \frac{1}{q - q_o} \cdot dq = -RC \ln(q - q_o) \Big|_0^q = -RC \ln(q - q_o) + RC \ln(-q_o) =$$

$$RC \ln\left(\frac{-q_o}{q - q_o}\right) = t \rightarrow \ln\left(\frac{-q_o}{q - q_o}\right) = \frac{t}{RC}$$

$$e^{\frac{t}{RC}} = \frac{-q_o}{q - q_o} \rightarrow \frac{q - q_o}{-q_o} = \frac{1}{e^{\frac{t}{RC}}} \rightarrow \frac{q - q_o}{-q_o} = e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow q - q_o = -q_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q = -q_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + q_o \Rightarrow q = q_o \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

ולאחר שמצאנו את הקשר בין המטען לזמן נוכל למצוא גם את הקשר בין הזרם לזמן מאחר והזרם הוא הנגזרת של המטען :

$$i = q' = \left[q_o \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)\right]' = \left[q_o - q_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}\right]' = -\frac{q_o}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{q_o}{C} = V_o \rightarrow$$

$$i = -\frac{V_o}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow i = i_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

(אם אנחנו לוקחים, שוב, את הזרם בערכו המוחלט).
מכאן נוסחת הזרם כפונקציה של הזמן זהה בשני המקרים, של מעגל טעינה ופריקה.

ניקח מקרה פרטי של הזמן, שבו t=RC. קבוע הזמן הזה נקרא "קבוע הזמן טאו" (טאו מסומן ב τ).
קבוע הזמן טאו מציין את הזמן שייקח לקבל להתפרק מ 63% בקירוב מהמטען שנמצא עליו במעגל פריקה, או להיטען ב63% מהמטען המקסימלי שלו במעגל טעינה.
מדוע?

$$i = i_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

נתוני המערכת הגולמיים :

$$R = 2000_\Omega\,, C = 1000_{\mu F}$$

$$\tau = R \cdot C = 2000_\Omega \cdot 1000_{\mu F} = 2_{\sec}$$

$$\varepsilon = 1.36_{volt}$$

טאו מציין את קצב שינוי המטען בקבל במעגלי טעינה ופריקה (שינוי של 63%). בניסוי השתמשנו בנגד של 2000 אוהם, קבל של 1000 מיקרופאראד.

נוסחת הזרם היא למעשה הנוסחא לכמות המטען בקבל במעגל טעינה ופריקה כפונקציה של הזמן. מאחר $\tau = RC$ אז אחרי הזמן טאו, כלומר 2 שניות: הקבל התפרק בשיעור של 63%, וכעת נשאר עליו רק 37% ממטענו :

$$I = I_o e^{-1} = \frac{I_o}{e} = 0.37 \cdot I$$

כלומר כל 2 שניות מתפרק הקבל מ63% ממטענו.
קבוע הזמן טאו, שנקרא גם "הקבוע של המעגל" (משום שהוא מכיל את הגדלים הקבועים במעגל R ו C), נותן "סדר גודל" לפעולת המעגל. כאמור, אחרי 5 טאו אנו אומרים שבאופן מעשי הקבל נטען או פורק. טאו שווה ל R כפול C, כדי שנוכל למדוד את הזרם במעגל לאחר "טאו" שניות. אם ההתנגדות האומית קטנה, נגיד 5 אום, אז הזמן טאו יהיה שווה ל:

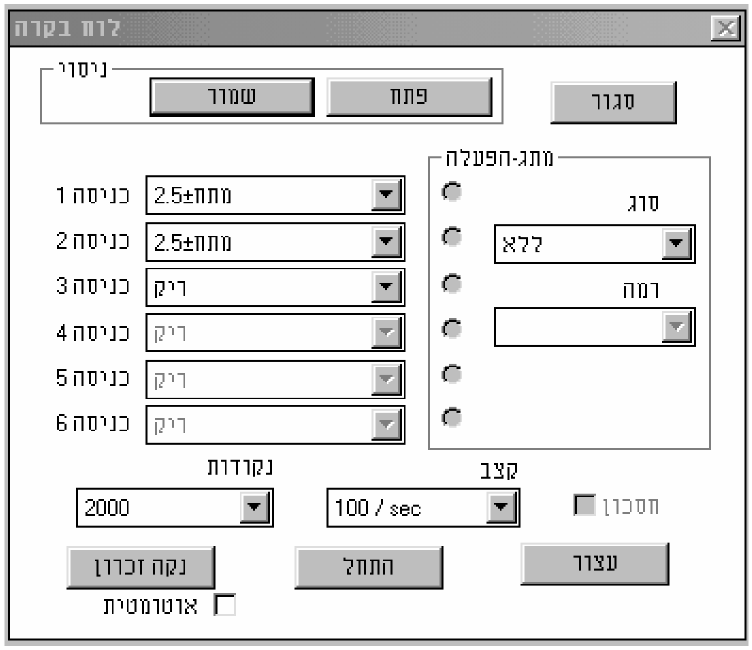
$$\tau = RC = 5 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3} \sec$$

ולא ניתן מעשית לבצע מדידות בפרקי זמן קצרים כל כך.

לאחר 5τ, כמות המטען של הקבל שווה ל: $I = \frac{I_o}{e^5}$ ← I=Io*0.006 ← הקבל התפרק מ99.4% מהמטען שהיה עליו. נתייחס לזמן זה כאל זמן הפריקה / טעינה של הקבל (הקבל לעולם לא יתפרק לגמרי, או ייטען לגמרי, מכיוון שאפשר להמשיך כך עוד ועוד, והקבל ימשיך להיטען במטענים קטנים והולכים, אולם כמות המטענים שיתווספו היא כה קטנה שניתן להזניח אותה). כלומר, מעשית, אחרי $5\tau = 10_{\sec}$ התפרק / נטען הקבל במלואו.

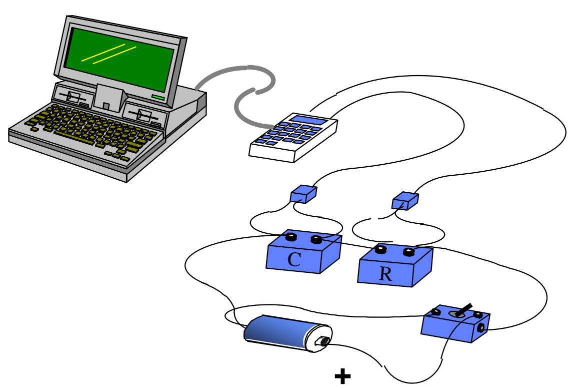
מהלך הניסוי

בניסוי זה נעזרנו בתוכנת DB-LAB המאפשרת לנתח את המתח של הקבל במערכת כתלות בזמן להלן תרשים של מסך התוכנה :



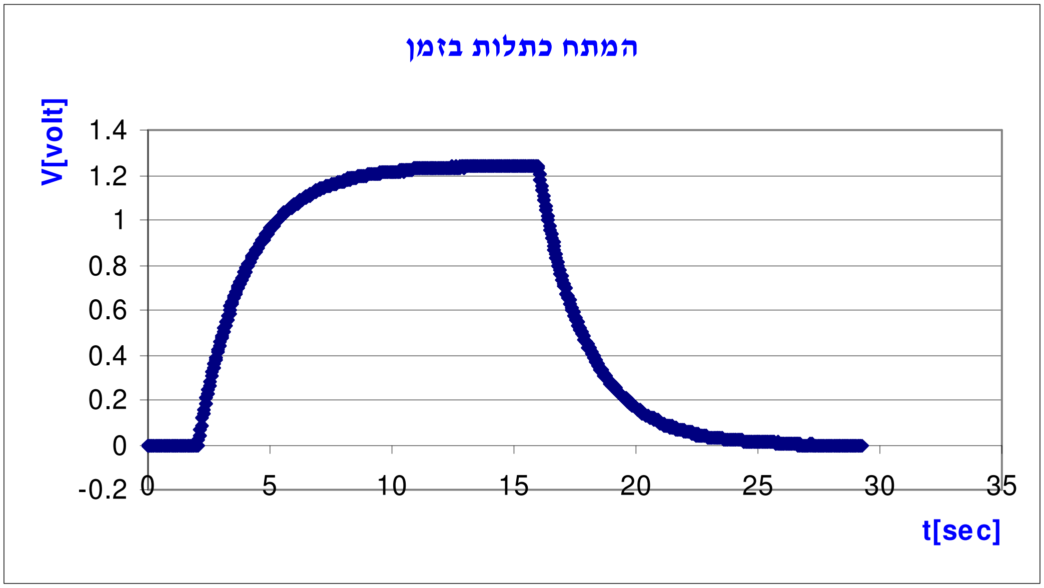
מספיק לנתח " שן אחת של הגרף " כדי לקבל תוצאות שמהן ניתן להסיק מסקנות.
בניסוי זה כדי לקבל פיזור טוב של הגרף כיילנו את המערכת למדידת 25 נקודות ביקורת בשנייה ולא מאה נק' ע"פ ברירת המחדל.

הגרף המתקבל הוא גרף בצורת "שיני מסור" כאשר המתח עולה שטוענים את הקבל, ויורד שפורקים אותו (שמקצרים את המעגל), להלן תרשים סכמטי של המערכת :



הרכבנו את המערכת כנדרש .

מדדנו את המתח כתלות בזמן לאורך תהליך הפריקה והטעינה של הקבל, והעלנו את הנתונים על גרף, להלן הגרף שהתקבל :



ניתן לראות כי התקבל אכן גרף בצורת שן משור.

נוכל לראות כי ערך המתח בהתחלה קבוע , והקבל נטען מ- $t=2.08_{sec}$.

נוכל למצוא את המתח ההתחלתי ע"פ זמן הטעינה המשוער של הקבל שתואר ממקודם כלומר $\tau = 2_{sec}$

כאשר ניקח את ערכו של המתח מהנתונים שלנו כאשר $\tau = 2_{sec}$ מתחילת טעינת הקבל, כלומר $t=2.08+2=4.08_{sec}$ ונחלקו ב – 0.367 (e^{-1}) :

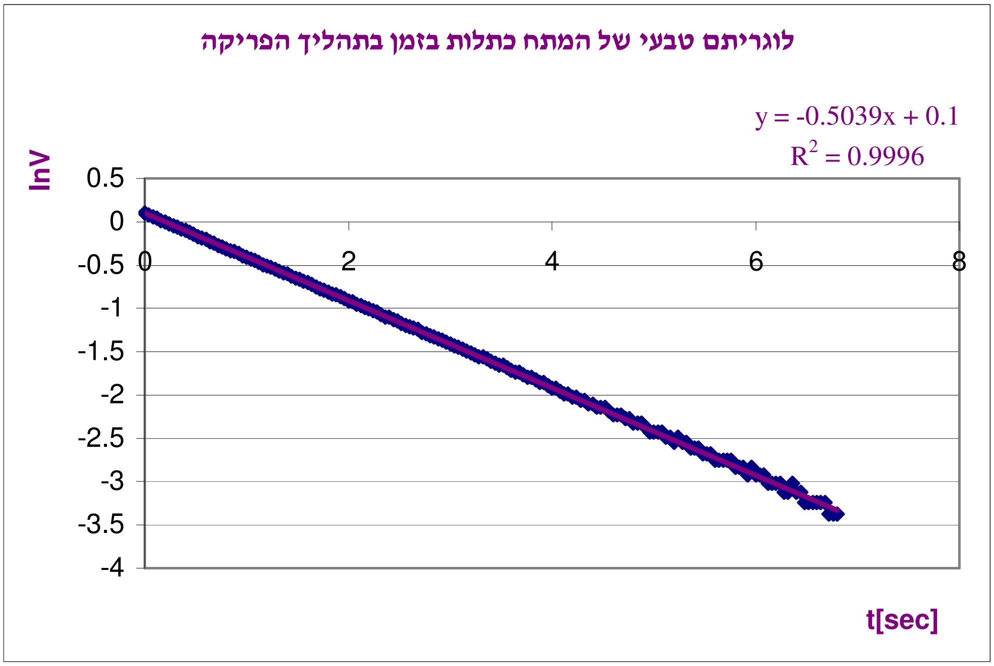
$$V_{(t=4.08)} \cong V_o(1-e^{-\frac{t}{t=\tau}}) = 0.79_{volt}$$

$$V_o = \frac{0.79}{(1-e^{-1})} = \frac{0.79}{0.63} = 1.24_{volt}$$

נחשב סטייה בין המתח הנמדד למתח בגרף :

$$\delta_\tau = \frac{\left|V_{o_{graph1}} - V_{o_{graph2}}\right|}{V_{o_{graph1}}} \cdot 100 = \frac{|1.36-1.24|}{1.36} \cdot 100 = 8.8\%$$

כדי לנתח ולמצוא את קבוע הזמן τ נוכל לבצע לוגריתמיזציה טבעית לעקומת המתח מתהליך הפריקה של הקבל כך שנקבל גרף צפוי ליניארי, להלן הגרף שהתקבל :



אכן <u>התקבל גרף ליניארי כצפוי</u>.
המשמעות המתמטית של פעולה זו היא שאנו מניחים כי המתח מתנהג ע״פ המשוואה שפיתחנו ברקע התיאורטי עבור הזרם :

$$i = i_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

אם נכפול את 2 האגפים בהתנגדות R נקבל ביטוי עבור המתח ע״פ חוק אוהם :

$$V = V_o e^{-\frac{t}{RC}}$$

אם נוציא ln למשוואה נקבל :

$$\ln\frac{V}{V_o} = -\frac{t}{RC} = -\frac{t}{\tau} = (-\frac{1}{\tau})\cdot t$$

והרי קיבלנו תלות ליניארית של lnV בזמן כאשר מקדם הפרופורציה (שיפוע הגרף) הוא ערכו ההופכי של קבוע הזמן.

לצורך נוחות נקרא לשיפוע a כאשר $a = -\frac{1}{\tau}$

נבצע LINEST לגרף שקיבלנו :

lnV+ΔlnV	a+Δa
0.100	-0.504
0.003	0.008

קיבלנו שהשיפוע שלנו הוא :

$$a = (-0.504 \pm 0.008)_{\sec^{-1}}$$

עתה נוכל לחשב את קבוע הזמן שלנו :

$$\tau = |a^{-1}| = 1.98_{\sec}$$

נחשב שגיאת מדידה :

$$\Delta\tau = \left|\frac{\partial(a^{-1})}{\partial a}\cdot\Delta a\right| = \frac{1}{a^2}\cdot\Delta a = \frac{1}{0.504^2}\cdot 0.008 \cong 0.03_{sec}$$

כלומר קבוע הזמן שחישבנו מהגרף הוא : $\tau = (1.98 \pm 0.03)_{sec}$

ומכיוון שקבוע הזמן הנמדד הוא 2 שניות ניתן לומר כי קיימת חפיפה בתחום השגיאה !

נבצע סטייה יחסית : $$\delta_\tau = \frac{\left|\tau_{measured} - \tau_{computed}\right|}{\tau_{measured}}\cdot 100 = \frac{|2-1.98|}{2}\cdot 100 = 1\%$$

הסטייה שהתקבלה זניחה !

ע״פ משוואת הגרף שהתקבלה נוכל לחשב גם את המתח ההתחלתי ולהשוותו לגרף ״שן המשור״ :

$\ln V = -0.5039x + 0.1 \Rightarrow =0$

$x = \ln V_o = \frac{0.1}{0.5039} \cong 0.198$

$V_o = e^{0.198} \cong 1.222_{volt}$

בחישוב זה לא נתבקשנו לבדוק שגיאה, לכן אין התייחסות לתחום חפיפה.
נוכל לבצע סטייה עם המתח שקיבלנו מגרף שיני המשור :

$$\delta_\tau = \frac{\left|V_{o_{graph1}} - V_{o_{graph2}}\right|}{V_{o_{graph1}}}\cdot 100 = \frac{|1.24-1.222|}{1.24}\cdot 100 = 1.5\%$$

הסטייה שהתקבלה זניחה !

יש לציין כי בניתוח הגרף הלוגריתמי לקחנו את הזמן של תחילת פריקת הקבל ($t = 16.2_{sec}$) כזמן האפס, אחרת לא היינו מקבלים ערכי מתחים דומים כלל וכלל !

נבחן את התהליך עבור 5τ כלומר פירוק/טעינה באופן כמעט מלא :

$V_{5\tau=10} = V_o \cdot e^{-5} \cong 1.24\cdot 0.0067 = 0.008_{volt}$

ע״פ נתוני הטבלה שלנו כאשר הקבל טעון בצורה מלאה ערך המתח החשמלי הוא 1.24_{volt}.
בקירוב ב= $t=15_{sec}$, כעבור 10 שניות ב= $t=24.96_{sec}$, ערך המתח הוא 0.009_{volt}.
ע״פ תוצאה זו, בהזנחת שגיאות, ניתן לומר כי (בהערכה איכותית) לאחר 5τ הקבל נפרק בצורה כמעט מלאה.

מסקנות הניסוי:

1. למדנו להכיר תהליך פריקה וטעינה של קבל אלקטרוליטי.
2. ראינו כי ב-2 שיטות שונות, מצאנו ערכי מתח התחלתי שווים בקירוב טוב, כאשר אחת השיטות הייתה חישוב המתח ממשוואת המתח כתלות בזמן, כך שבכך איששנו את אמיתות הנוסחא הנ״ל.
3. ראינו כי הזרם מתנהג בצורה הופכית למתח.
4. ראינו כי מתוך 2 שיטות חישוב, מתקבלים ערכי קבוע זמן השווים בקירוב טוב לקבוע הזמן הנמדד של המערכת, מכאן, שהמשוואות שהוצגו בחלק התיאורטי אכן מקיימות את תהליך טעינת/פריקת הקבל.
5. מתוצאות החישובים אנו רואים כי אכן הקבל נטען/נפרק באופן כמעט מלא לאחר 10 שניות בקירוב שהם 5 פעמים קבוע הזמן שלנו.
6. מהגרפים V ו-i כפונקציה של t אנחנו רואים שהקשר $\varepsilon = V_R + V_C$ נשמר.

כא"מ והתנגדות פנימית

נושאים לניסוי : כא"מ והתנגדות פנימית.
מטרות הניסוי : מדידת כא"מ של מקור מתח ואת התנגדותו הפנימית

רקע תיאורטי
הגדרה : הכא"מ הוא העבודה ליח' מטען.
כאשר מטען q עובר דרך סוללה שהכא"מ שלה הוא ε , אזי האנרגיה שהסוללה תעניק למטען היא : $q \bullet \varepsilon$ (ביחידות ג'אול).

למקור מתח קיימת התנגדות פנימית וקיים כא"מ משלו , סה"כ המתח שהמקור מסוגל לספק יהיה ע"פ הנוסחא :

$$V = \varepsilon - r \bullet I$$

תשובות לשאלות הכנה :

1. הספק חשמלי : גודל פיסיקלי המבטא את קצב זרימת האנרגיה לתוך המערכת.
   יחידות ההספק :

$$\frac{[joule]}{[\sec]} = \frac{[volt] \bullet [colonb]}{[\sec]} = [volt] \bullet [Amper] = [Watt]$$

2. ההספק החשמלי ניתן לחישוב ע"פ :

$$P = \frac{\Delta w}{\Delta t} = V\frac{dq}{dt} = V \bullet I = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

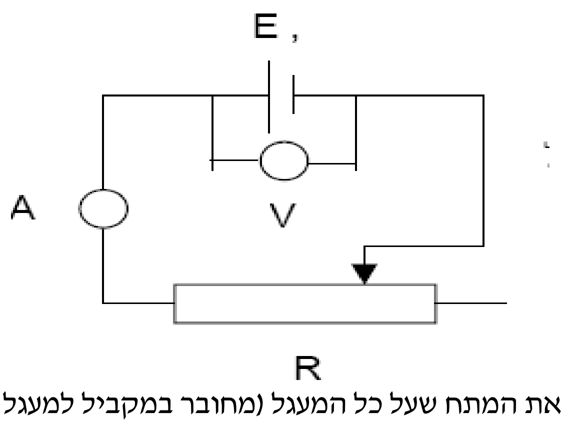
3. נצילות תהא המנה של ההספק האמיתי (האפקטיבי או היעיל) של המעגל, חלקי ההספק המלא (התיאורטי של המעגל) הנצילות היא יחס ולכן היא חסרת יחידות.
   נוסחא לחישוב הנצילות :

$$\eta = \frac{i \cdot V}{I \cdot \varepsilon}$$

כדי לקבל נצילות באחוזים יש להכפיל את η ב-100 כמובן.

מהלך הניסוי :

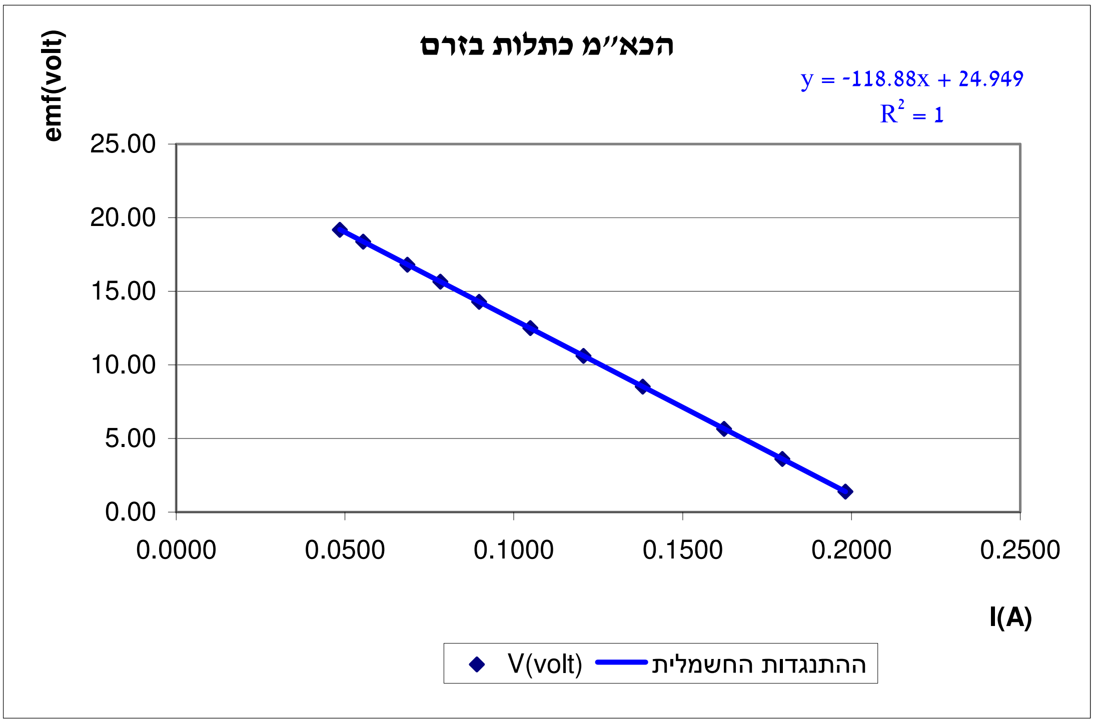
1. בנינו מעגל חשמלי כמתואר בתרשים :



2. הוולטמטר מודד את המתח שעל כל המעגל (מחובר במקביל למעגל).
3. הראוסטט כוון להתנגדות קטנה , הזרם בספק כוון ל - $I = 0.2_A$.
4. הגדלנו את התנגדות הראוסטט ואספנו נתוני זרם ומתח וחישבנו את ההספק החשמלי.
5. ניתקנו את המעגל וממדנו מתח ישיר על המקור : $\varepsilon_{real} = (24.9 \pm 0.1)_{volt}$.
   להלן טבלת הנתונים שהתקבלה :

V(volt)	I(A)	P(w)
1.38	0.1982	0.27
3.61	0.1795	0.65
5.65	0.1623	0.92
8.53	0.1382	1.18
10.61	0.1206	1.28
12.49	0.1049	1.31
14.28	0.0897	1.28
15.66	0.0782	1.22
16.81	0.0685	1.15
18.36	0.0554	1.02
19.18	0.0485	0.93

6. להלן הגרף שהתקבל – מתח כפונקציה של עצמת הזרם :



התקבל גרף ליניארי יורד.

7. ע"פ פונקצית ה- LINEST של הגרף נקבל :

ε+Δε	r+Δr
24.95	-118.88
0.01	0.04

הכא"מ של המקור ע"פ LINEST :

$$\varepsilon = (24.95 \pm 0.01)_{volt}$$

8. ניתן לראות כי קיימת חפיפה בין הכא"מ ε לבין המתח שנמדד ישירות V_0 בתחום השגיאה.
נחשב סטייה :

$$\delta_\varepsilon = \frac{|\varepsilon_{real} - \varepsilon|}{\varepsilon_{real}} \cdot 100 = \frac{|24.9 - 24.95|}{24.9} \cdot 100 = 0.2\%$$

הסטייה שהתקבלה זניחה.

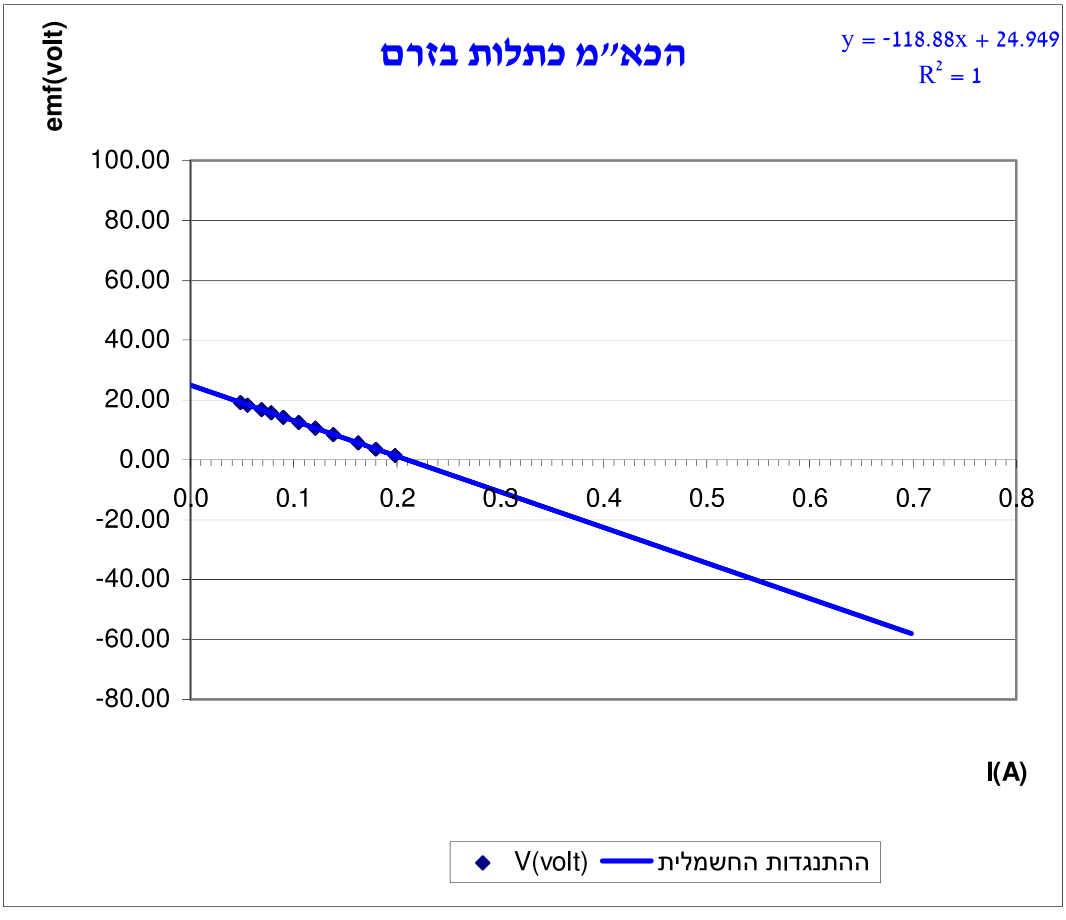
9. ההתנגדות היא שיפוע הגרף, ההתנגדות הפנימית תחולץ ע"פ נקודת חיתוך הגרף עם ציר הזרם (בנקודה בה התנגדות הראוסטט אפסית) :

מפונקצית הLINEST נקבל ששיפוע הגרף (ההתנגדות) היא :

$$r = (118.88 \pm 0.04)_\Omega$$

נקודת החיתוך עם ציר הזרם תהיה : $\frac{\varepsilon}{r}$:

נוכל לעשות ע"י פונקצית הEXCELL אקסטרפולציה לגרף כדי שנוכל לראות את נק' החיתוך עם ציר הזרם :



נק' החיתוך עם ציר הזרם מבטאת את הזרם שהיה יכול להתפתח עבור מעגל ללא התנגדות הראוסטט ונקבל שהזרם המקסי' הוא בעל ערך של 0.209 אמפר.

באופן לא מפתיע ערך זה דומה לערך הזרם שמורה הספק , ניתן לחשב סטייה :

$$\delta_i = \frac{|i - i'|}{i} \cdot 100 = \frac{|0.2 - 0.209|}{0.2} \cdot 100 = 4.5\%$$

בהתחשב באי מהימנות מד הזרם על הספק, ניתן להגיד שהסטייה זניחה לחלוטין.

נוכל לחשב את ההתנגדות ע"פ נקודת החיתוך של הגרף :

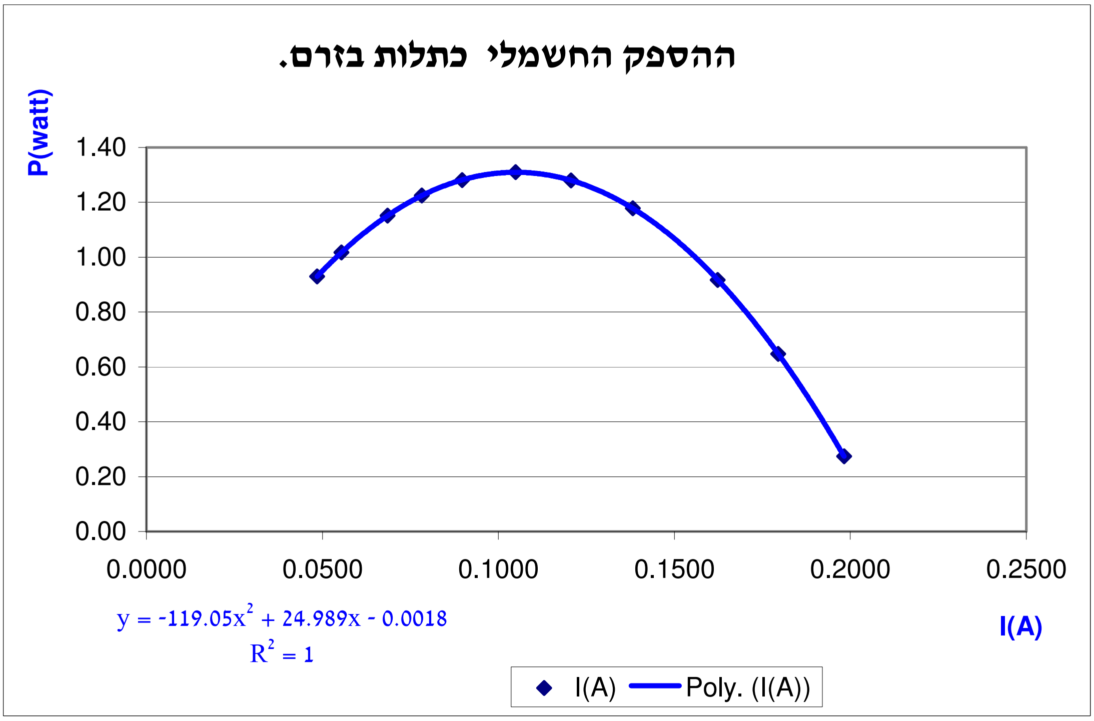
$$\frac{\varepsilon}{r} = 0.209 \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{0.209} = \frac{24.95}{0.209} = 119.37_{\Omega}$$

נחשב סטייה בין ערך זה לבין ערך ההתנגדות מהשיטה הקודמת :

$$\delta_r = \frac{|r - r'|}{r} \cdot 100 = \frac{|118.88 - 119.37|}{118.88} \cdot 100 = 0.42\%$$

הסטייה שהתקבלה זניחה.

10. להלן גרף הספק חשמלי כתלות בזרם ע"פ הקשר : $P = V \cdot I$:



התקבלה עקומה פרבולית.

11. ההספק המקסימאלי התקבל בנק' המקסי' של הפרבולה , זרם של 0.1049 אמפר נתן הספק של 1.31 ואט.
נחשב את ההספק ממשוואת העקום שהתקבלה :

$$y = -118.93X^2 + 24.956x$$
$$y' = -237.86X + 24.956$$
$$y' = 0 \Rightarrow 237.86X = 24.956$$
$$X_{\max} = i_{\max} = 0.1049_A$$
$$y_{\max(0.1049)} = p_{\max} = -118.93 * 0.1049^2 + 24.956 * 0.1049 = 1.309_{watt}$$

מכאן ניתן לחשב את ההתנגדות החשמלית ע"ג המעגל החשמלי :

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{1.31}{(0.1049)^2} = 119.37_{\Omega}$$

נחשב סטייה בין 2 ערכי ההתנגדות שקיבלנו:

$$\delta_r = \frac{|r - r'|}{r} \cdot 100 = \frac{|118.88 - 119.37|}{118.88} \cdot 100 = 0.42\%$$

הסטייה שהתקבלה זניחה.

12. נחשב את הנצילות שבמעגל :

התנגדות הנגד הצמוד למקור היא 100 אוהם נוכל להגיד שההספק היעיל הוא :

$$P_{eff} = \varepsilon \cdot I_{\max} 0.1049_{A} \cdot 24.9_{volt} = 2.612_{watt}$$

ההספק המלא הוא :

$$P_{ideal} = \varepsilon \cdot I_{\max} = 24.95_{volt} * 0.209_{A} \cong 5.21_{watt}$$

נוכל עתה לחשב את הנצילות במעגל החשמלי :

$$\eta = \frac{P_{eff}}{P_{ideal}} \cdot 100 = \frac{2.612}{5.2041} \cdot 100 \cong 50.2\%$$

מסקנות :

1. לאור צורת הגרף הליניארי היורד שקיבלנו, החפיפה בין ערכי ההתנגדות , ולאור הסטיות הזניחות שקיבלנו, ניתן להניח שמתקיימת נוסחת מתח ההדקים $V = \varepsilon - r \bullet I$.

2. לאור צורת הפרבולה שקיבלנו ,ולאור החפיפה בין ערכי ההתנגדות והסטיות הקטנות נראה בבירור קשר ריבועי בין ההספק החשמלי כתלות בזרם החשמלי, כלומר מתקיים :

$$P = I^2 r$$

3. ניתן לראות כי ההספק המקס' הוא נק' המקס' של גרף הפרבולה, עד לנקודה זו במעגל שלנו ההספק החשמלי הלך וגדל ומנקודה זו דעך, זאת מפני שהמקור מתח איננו אידיאלי, וכן אנרגיה אינה נשמרת לאורך המעגל ומתבזבזת בצורת חום , המקור אינו יכול לספק זרם למעגל כפי שהיינו מצפים ממקור אידיאלי, ולכן הזרם קטן, קל וחומר ריבוע הזרם קטן ובמישרין כך גם ההספק החשמלי.

תיל נושא זרם בשדה מגנטי

נושאים לניסוי

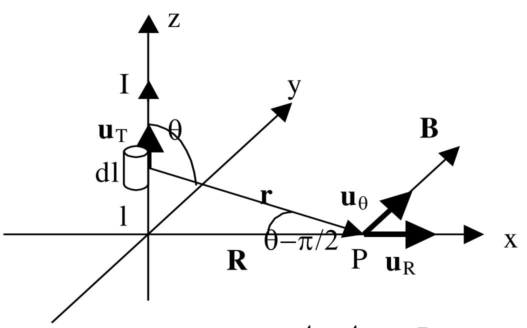
1. שדה מגנטי שיוצר תיל מוליך זרם.
2. כוח מגנטי והגורמים המשפיעים עליו.
3. חוק ביו-סבר-לפלס.

מטרות הניסוי

1. חקירת הקשר בין הכוח המגנטי לבין הזרם, זווית הסטייה בין הזרם לשדה המגנטי בו התיל שוהה, הקשר בין הכוח המגנטי לאורך התיל.

רקע תיאורטי

שדה מגנטי של תיל ישר איסופי נושא זרם I - חוק ביו סבר (Biot - Savart).
השדה המגנטי הנוצר על ידי תיל ישר שבו זורם זרם חשמלי ניתן על ידי חוק אמפר, שהוא גרסה אחרת של חוק ביו-סבר. חוק אמפר בצורתו האינטגראלית אומר, ש- $\oint \vec{B} \bullet d\vec{\ell} = \mu_o I$, כאשר l מציין מסלול כלשהו (הנקרא "מסלול אמפר"), ו-I הוא סך הזרמים החוצים את השטח המגודר על ידי מסלול זה. אנחנו כבר יודעים מהסעיף הקודם שהשדה המגנטי שנוצר על ידי זרם שהולך בקו ישר הוא במעגלים סביב כיוון הזרם, ולכן אנחנו מקבלים את הנוסחה הבאה לשדה מגנטי הנוצר על ידי תיל במרחק r מהתיל: $\vec{B}=\frac{\mu_O}{2\pi r}\cdot I$



שדה מגנטי **B** של תיל ישר נושא זרם I בנקודה P

חוק ביו-סבר - חוק בסיסי במגנטו - סטאטיקה, המתאר את השדה המגנטי הנוצר כתוצאה מתנועתו של מטען חשמלי במרחב. לשון החוק היא כדלקמן: $d\vec{B}=\frac{\mu_O}{4\pi}\cdot\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$

כאשר: $\mu_o/4\pi$ הוא הקבוע המגנטי במערכת M.K.S., וערכו $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A^2$
q הוא גודל המטען היוצר את השדה;
v היא מהירות המטען;
$\hat{r}$ הוא וקטור יחידה, המחבר את מיקומו הנקודתי של המטען לנקודה שבה נמדד השדה;
r הוא המרחק בין המטען היוצר את השדה לנקודה שבה נמדד השדה.

כאשר מבצעים אינטגרציה על חוק ביו-סבר במטרה לקבל את גודל השדה הנוצר על-ידי תיל עם זרם, מתקבלת הנוסחה הבאה:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\cdot I\int\frac{d\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

באופן כללי חוק ביו-סבר מתואר כך :

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

כאשר גודלו של הכוח המגנטי, כאשר α היא הזווית בין כיוון השדה המגנטי לבין כיוון הזרם , יתואר כך :

$$F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\alpha$$

כיוונו של הכוח המגנטי יהיה כאמור ע"פ "כלל הבורג/כלל יד ימין"

תשובות לשאלות ההכנה :

א. הכוח המגנטי חייב להיות בניצב לכיוון השדה המגנטי, לכן לא ניתן להגדיר כוח מגנטי בכיוון השדה המגנטי.

ב. בשונה משדה חשמלי, אין מסתכלים על ה"מטען המגנטי הכולל" של גוף בדומה למטען חשמלי, מוליך גם אם מטענו אפס עדיין יכול זרום בו זרם ואז ע"פ חוק ביו סבר - כוח מגנטי יפעל עליו בהתאם.

ג. השדה המגנטי יהיה :
1 – מתייחס לתיל
2 – מתייחס לגליל
השדה עבור התיל :

$$i_1 = i$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o}{2\pi r} \cdot I = \frac{\mu_o}{2\pi r} \cdot i$$

השדה עבור קליפה דקה של הגליל (חוק ביו-סבר-לפלס) :

$$d\vec{\mathrm{B}} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{\ell} \times d\vec{r}}{r^2}$$

ועבור סה"כ הקליפות :

$$\vec{\mathrm{B}}_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \int \frac{i\ell \times dr}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \int_0^{R_O} \frac{\vec{j} \cdot \Delta s \cdot dr}{r^2} = \frac{\mu_o \ell}{4\pi} \cdot \int_0^{R_O} \frac{\vec{j} \cdot 2\pi r \times dr}{r^2} =$$

$$= \frac{\mu_o \ell}{2} \cdot \int_0^{R_O} \frac{\vec{j} \cdot (-\hat{x}) \times dr}{r^2} = -\frac{\mu_o \ell}{2} \cdot \left[\frac{j_0}{r}\right]_r^{R_O} \hat{r} = -\frac{\mu_o \ell j_0}{2} \cdot \left[\frac{1}{R_O} - \frac{1}{r}\right] = -\frac{\mu_o}{2} i \cdot \left[\frac{1}{R_O} - \frac{1}{r}\right]$$

השדה הכולל מחוץ לגליל :

$$\vec{B}_{(r<R_o)} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = -\frac{\mu_o}{2} i \cdot \left[\frac{1}{R_O} - \frac{1}{r}\right]$$

$$\vec{B}_{(r \geq R_o)} = 0$$

והדבר מקיים את חוק גאוס עבור שטף מגנטי : $\oint \vec{B} \bullet d\vec{S} = 0$ וכמו כן $div\vec{B} = \dfrac{d\left(-\frac{\mu_o}{2} i\right)}{dr} = 0$

ד. האנרגיות הקינטיות של הפרוטון והאלקטרון שוות :

$$E_e = E_p \Rightarrow \frac{m_e v_1^2}{2} = \frac{m_p v_2^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{m_p v_2^2}{m_e}} \cong \sqrt{\frac{1837 \cdot m_e}{m_e}} \cdot v_2 \approx 43 \cdot v_2$$

לאלקטרון תהיה מהירות גדולה פי כ-43 מזו של הפרוטון.
על שניהם יפעל כוח מגנטי שיקנה להם תנועה מעגלית מכיוון שמהירותן ניצבת לשדה המגנטי ולכן רדיוס המסלול שלהם יחושב כך :

$$r = \frac{mv}{qB}$$

רדיוס האלקטרון יהיה :

$$\vec{r}_e = \frac{m_e v_1}{-eB}$$

רדיוס הפרוטון יהיה :

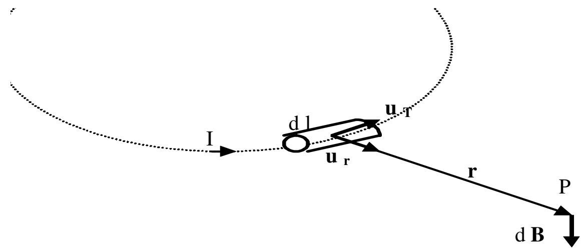
$$\vec{r}_p = \frac{m_p v_2}{^+eB} = \frac{1837 \cdot m_e \frac{v_1}{\sqrt{1837}}}{^+eB} = \frac{\sqrt{1837} \cdot m_e v_1}{^+eB} \cong \frac{43 \cdot m_e v_1}{^+eB}$$

מכאן שרדיוס הפרוטון יהיה גדול פי כ-43 מזה של האלקטרון.

תדירות תחושב ע"פ הנוסחא : $\omega = \frac{eB}{m}$

$$\omega_e = \frac{-eB}{m_e}, \omega_p = \frac{-eB}{m_p} \cong \frac{-eB}{1837 m_e}$$

ה. התרשים הבא מתאר את המצב בשאלה :



השדה המגנטי מאונך לכיוון הזרם
מקרה 1 : ע"פ התרשים וחוק הבורג הימני, הכוח יפעל כדי ליישר את התיל.
מקרה 2 : אם הזרם יזרום בכיוון הפוך – הכוח המגנטי יפעל כדי לכווץ את התיל למעגל.
מקרה 3 : אם השדה יהיה בכיוון ההפוך מהתרשים , הכוח יפעל כדי לכווץ את התיל למעגל.
מקרה 4 : אם גם הזרם וגם השדה מכוונים הפוך מהתרשים , הכוח יפעל כדי ליישר את התיל.

מהלך הניסוי

בניסוי זה נבדוק את הקשר $\vec{F} = ILB\sin\theta$ (F – כוח מגנטי, I – זרם חשמלי, B – גודל השדה המגנטי, θ - הזווית בין כיוון הזרם לבין כיוון השדה המגנטי.

נשתמש המתקן המתואר בתדריך, ואת הכוח המגנטי נמדוד ע"י מאזניים אנליטיות.
כאשר נשנה בכל סדרת מדידות את הפרמטר הנבדק.
נעמוד על הקשרים בין הכוח המגנטי לבין הפרמטר אותו אנו משנים.
נקבל 2 ערכים של גודל השדה המגנטי מהקשרים בין הכוח המגנטי לבין הזרם ואורך התיל ונשווה ביניהם.

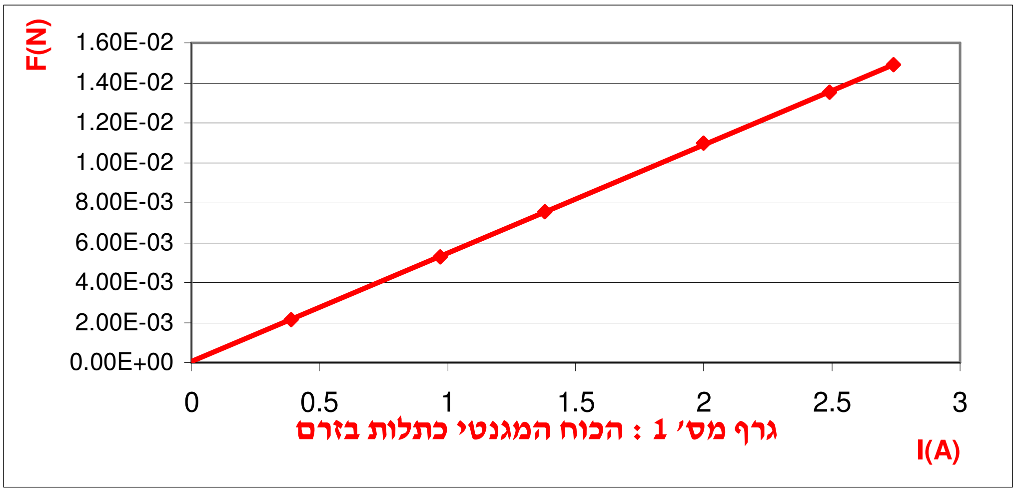
חלק א'1 – הכוח המגנטי כתלות בזרם החשמלי.

ערכנו סידרת מדידות כאשר הפרמטר ששינינו הוא הזרם
(זווית הסטייה היא 90^0, אורך התיל : $L = (7.6 \pm 0.1)_{cm}$).

טבלה מס' 1 – הכוח המגנטי כתלות בזרם החשמלי

F(N)	m(kg)	m(g)	I(A)
2.16E-03	0.00022	0.22	0.39
5.29E-03	0.00054	0.54	0.97
7.55E-03	0.00077	0.77	1.38
1.10E-02	0.00112	1.12	2
1.35E-02	0.00138	1.38	2.49
1.49E-02	0.00152	1.52	2.74

להלן הגרף שהתקבל :



מהנוסחה הנבדקת שיפוע הגרף הוא : $\alpha = \frac{F}{I} = LB$

נבצע LINEST :

linest	
5.00E-05	5.43E-03
4.05E-05	2.E-05

כלומר :

$$B = \frac{\alpha}{L} = \frac{0.00543}{0.076} \cong 0.07_T$$

נחשב שגיאה :

$$\Delta B = \left[\left(\frac{\partial B}{\partial \alpha}\cdot\Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial L}\cdot\Delta L\right)^2\right]^{0.5} = \left[\left(\frac{1}{L}\cdot\Delta\alpha\right)^2 + \left(-\frac{\alpha}{L^2}\cdot\Delta L\right)^2\right]^{0.5} =$$

$$= \left[\left(\frac{1}{0.076}\cdot 2\cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(-\frac{5.43\cdot 10^{-3}}{0.076^2}\cdot 0.001\right)^2\right]^{0.5} = \left[6.92\cdot 10^{-8} + 8.84\cdot 10^{-7}\right]^{0.5} \cong 0.001_T$$

כלומר גודל השדה המגנטי :

$$B = (0.07 \pm 0.001)_T$$

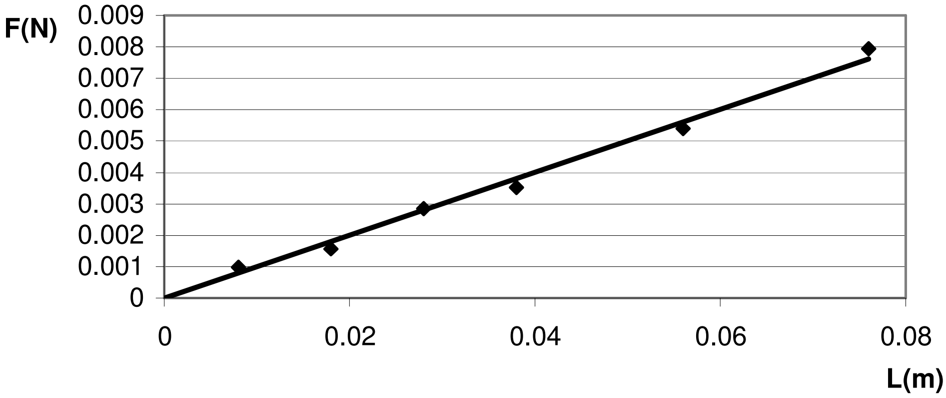
חלק ב1' – הכוח המגנטי כתלות בזרם החשמלי.

ערכנו סידרת מדידות כאשר הפרמטר ששינינו הוא אורך התילן זווית הסטייה היא 90^0, גודל הזרם 1.5 אמפר, שגיאת מדידה של הזרם 0.1 אמפר).

טבלה מס' 2 – הכוח המגנטי כתלות באורך התיל

F(N)	m(kg)	m(g)	L(m)	L(cm)
0.007938	0.00081	0.81	0.076	7.6
0.00539	0.00055	0.55	0.056	5.6
0.00098	0.0001	0.1	0.008	0.8
0.002842	0.00029	0.29	0.028	2.8
0.003528	0.00036	0.36	0.038	3.8
0.001568	0.00016	0.16	0.018	1.8

להלן הגרף שהתקבל :



גרף מס׳ 2 : הכוח המגנטי כתלות באורך התיל

מהנוסחה הנבדקת שיפוע הגרף הוא : $\alpha = \frac{F}{L} = IB$

נבצע LINEST :

linest	
-0.0001	0.102
0.0002	0.005

כלומר :

$$B = \frac{\alpha}{I} = \frac{0.102}{1.5} \cong 0.068_T$$

נחשב שגיאה :

$$\Delta B = \left[\left(\frac{\partial B}{\partial \alpha}\cdot\Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial I}\cdot\Delta I\right)^2\right]^{0.5} = \left[\left(\frac{1}{I}\cdot\Delta\alpha\right)^2 + \left(-\frac{\alpha}{I^2}\cdot\Delta L\right)^2\right]^{0.5} \cong 0.006_T$$

כלומר גודל השדה המגנטי :

$$B = (0.068 \pm 0.005)_T$$

ניתן לראות בין **<u>קיים תחום חפיפה</u>** בין 2 הערכים שהתקבלו. – להעביר למסקנות

נחשב סטייה יחסית :

$$\delta_B = \frac{|B_2 - B_1|}{B_2}\cdot 100 = \frac{0.007 - 0.0068}{0.007}\cdot 100 \cong 2.85\%$$

הסטייה שהתקבלה **<u>זניחה</u>**.

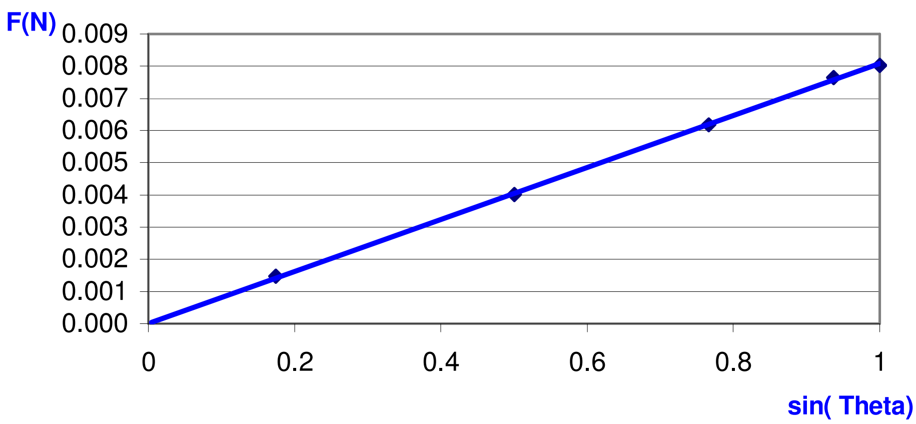
חלק 2' – הכוח המגנטי כתלות בזרם החשמלי.

ערכנו סידרת מדידות כאשר הפרמטר ששינינו הוא זווית הסטייה (גודל הזרם 2.74 אמפר, שגיאת מדידה של הזרם 0.1 אמפר).

טבלה מס' 3 : הכוח המגנטי כתלות בסינוס זווית הסטייה בין כיוון השדה המגנטי לבין כיוון הזרם

F(N)	m(kg)	m(g)	sin theta	theta
8.04E-03	0.00082	0.82	1	90
7.64E-03	0.00078	0.78	0.937	70
6.17E-03	0.00063	0.63	0.766	50
4.02E-03	0.00041	0.41	0.5	30
1.47E-03	0.00015	0.15	0.174	10

להלן הגרף שהתקבל :



גרף מס' 3 : הכוח המגנטי כתלות בזווית בין השדה המגנטי לתיל

דיון ומסקנות

התקבלו גרף ליניאריים היוצאים בקירוב טוב מראשית הצירים, דבר המצביע על יחס ישר. לכן בהתאם :

1. הכוח המגנטי פרופורציוני לזרם החשמלי.
2. הכוח המגנטי פרופורציוני לזווית הסטייה.
3. הכוח המגנטי פרופורציוני לאורך התיל.
4. ע"פ האמור לעיל מתקיימת הנוסחא : $F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\theta$

תנועת אלקטרונים בשדה מגנטי

נושאים לניסוי

1. שדה מגנטי והשפעתו על חלקיקים טעונים , מושג המגנטיות.
2. היחס בין מטען האלקטרון למסתו.
3. הגדרת המושג מטען סגולי.

מטרות הניסוי

1. חקירת תנועת אלקטרונים הנמצאים בשדה מגנטי.
2. מציאת היחס e/m.

רקע תיאורטי

כוח לורנץ הוא הכוח הפועל על חלקיק טעון הנמצא בשדה אלקטרומגנטי והוא מתואר במשוואה :

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}),$$

ובהתאמה עבור אלקטרונים :

$$\vec{F} = m\vec{a} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

כאשר E הוא השדה החשמלי, B הוא השדה המגנטי ו-v היא מהירות האלקטרונים, $\vec{a}$ הוא תאוצת האלקטרון , m הוא מסת האלקטרון ו-e הוא כמובן מטענו.

כאשר כיוון הכוח יהיה :

א. בהשפעת השדה החשמלי- בכיוונו או הפוך לו, תלוי בסימן המטען של החלקיק.
ב. בהשפעת השדה המגנטי – ע״פ כלל יד ימין.
בניסוי זה נחקור תנועת אלקטרונים בשדה מגנטי.

כיוון הכוח המגנטי יהיה תמיד בניצב לכיוון השדה החשמלי (או כיוון הזרם או במקרה שלנו מהירות האלקטרונים) ובניצב לכיוון השדה המגנטי גם יחד.

כתוצאה מעובדות אלו, על אלקטרון המושפע משדה מגנטי שנמצא בניצב לשדה החשמלי , יופעל כוח מגנטי אשר יקנה לו בתנועה מישורית , תנועה מעגלית.

כאשר אלקטרון מבצע תנועה מעגלית במקרה שלנו רכיבי המהירויות שלו יחושבו כך :

$$v_x = -v_o \sin \omega t$$

$$v_y = v_o \cos \omega t$$

$$v_z = const$$

משוואות התנועה ייראו כך :

$$x = x_o - (v_o / \omega) \cdot (1 - \cos \omega t)$$

$$y = y_o + (v_o / \omega) \cdot \sin \omega t$$

$$z = z_o + v_z t$$

כאשר רכיב המהירות בציר z שווה לאפס, התנועה היא תנועה מעגלית, במידה והוא שונה מאפס, האלקטרון יבצע תנועה הלית (בצורת סילונית).

אנו יוצאים מנק׳ הנחה ש - x_o, y_o, z_o הם שיעורי האלקטרון בתחילת תנועתו כלומר t=0 ונגדיר נקודה זו כראשית הצירים במערכת הייחוס בה נבחר.

התדירות (המהירות הזוויתית) תהיה :

$$\omega = \frac{eB}{m}$$

v_o - מהירות האלקטרונים לאחר ההאצה שחושבה בניסוי מס׳ 7 :

$$v_x = \sqrt{\frac{2eV_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times 1.6\cdot 10^{-19}\cdot V_a}{9.11\cdot 10^{-31}}} \cong 5.927\cdot 10^5\sqrt{V_a} = 5.927\cdot 10^5\cdot\sqrt{V_a}\ {}^{m}\!/\!_{\sec}$$

כאשר V_A הוא מתח ההאצה.
כלומר :

$$v^2 = \frac{2eV_a}{m_e}$$

התנועה של האלקטרונים היא מעגלית ולכן :

$$evB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow eB = \frac{mv}{r} \Rightarrow v = \frac{eBr}{m} \Rightarrow v^2 = \left(\frac{eBr}{m}\right)^2$$

כמו כן הקשר בין מהירות האלקטרונים לבין מתח ההאצה משיקולי שימור אנרגיה הוא :

$$eV_a = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{2V_a e}{m}$$

משילוב 2 המשוואות האחרונות נקבל את הקשר :

$$\left(\frac{eBr}{m}\right)^2 = \frac{2eV_a}{m} \Rightarrow \frac{2}{r^2}_{(B)} = \left(\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{V_a}\right)\cdot B^2$$

ע״פ הקשר הנ״ל נוכל למדוד את הרדיוס עבור גדלים שונים של שדה מגנטי,נשרטט גרף, הגרף הצפוי יהיה ליניארי , שיפוע הגרף יהיה $\frac{e}{m}\cdot\left(V_a\right)^{-1}$. כאשר b ו- c ידועים, נוכל לחלץ מערך השיפוע את היחס e/m .

נוכל להשוות את ריבוע ערך השיפוע לערך המקובל : $e/m = 0.17588\cdot 10^{12}\ {}^{c}\!/\!_{kg}$

השדה המגנטי מחושב כך :

$$B = H\cdot\frac{4\pi}{\mu_o}\cdot NI$$

$$H = \frac{0.7155}{R}, \mu_o = 4\pi\cdot 10^{-7}\ {}^{N}\!/\!_{A^2}, N = 175, R = (0.15+0.0005)_m$$

$$\Rightarrow B(I) \cong 1.05\cdot 10^{-3}\cdot I_T$$

כיוון ששיפוע הגרף המתקבל הוא הביטוי $\frac{e}{m}\cdot\left(V_a\right)^{-1}$, נצטרך למצוא אותו ע״י חילוצו של e/m , נקרא לביטוי $\alpha = \frac{e}{m}\cdot\left(V_a\right)^{-1}$, ולכן :

$$\frac{e}{m} = \alpha\cdot V_a$$

השגיאה תחושב כך :

$$\Delta\frac{e}{m} = \left[\left(\frac{\partial\frac{e}{m}}{\partial\alpha}\Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial V_a}\Delta V_a\right)^2\right]^{0.5} = \left[\left(V_a\cdot\Delta\alpha\right)^2 + \left(\alpha\cdot\Delta V_a\right)^2 + \right]^{0.5}$$

את הבדיקות נבצע עבור 2 מתחי האצה :

א. 150 וולט
ב. 250 וולט

תשובות לשאלות ההכנה :

1. נחשב את השדה המגנטי ע"פ הנוסחה לשדה שפותחה לעיל :

$$B_1(I=1_A)\cong 1.05\cdot 10^{-3}\cdot 1 = 1.05\cdot 10^{-3}{}_T$$

$$B_2(I=2.5_A)\cong 1.05\cdot 10^{-3}\cdot 2.5 = 2.625\cdot 10^{-3}{}_T$$

2. נחשב את הרדיוס מהקשר :

$$\frac{2}{r^2{}_{(B)}}=\left(\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{V_a}\right)\cdot B^2 \Rightarrow r^2{}_{(B)}=\frac{2mV_a}{eB^2}$$

נציב את ערך מתח ההאצה (150 וולט) ואת ערך המטען הסגולי $\left(1.7588\cdot 10^{11}\right)_{c/kg}$ ונקבל :

$$r_{(B)}=\sqrt{\frac{2mV_a}{eB^2}}=\sqrt{\frac{2\cdot 150}{1.7588\cdot 10^{11}B^2}}\cong\frac{5.48\cdot 10^{-5}}{B}$$

כעת נחשב את הרדיוס עבור השדות שחושבו בשאלה הקודמת :

$$r_1(B_1)\cong\frac{5.48\cdot 10^{-5}}{1.05\cdot 10^{-3}}\cong 5.22\cdot 10^{-2}{}_m = 5.22_{cm}$$

$$r_1(B_2)\cong\frac{5.48\cdot 10^{-5}}{2.625\cdot 10^{-3}}\cong 2.09\cdot 10^{-2}{}_m = 2.09_{cm}$$

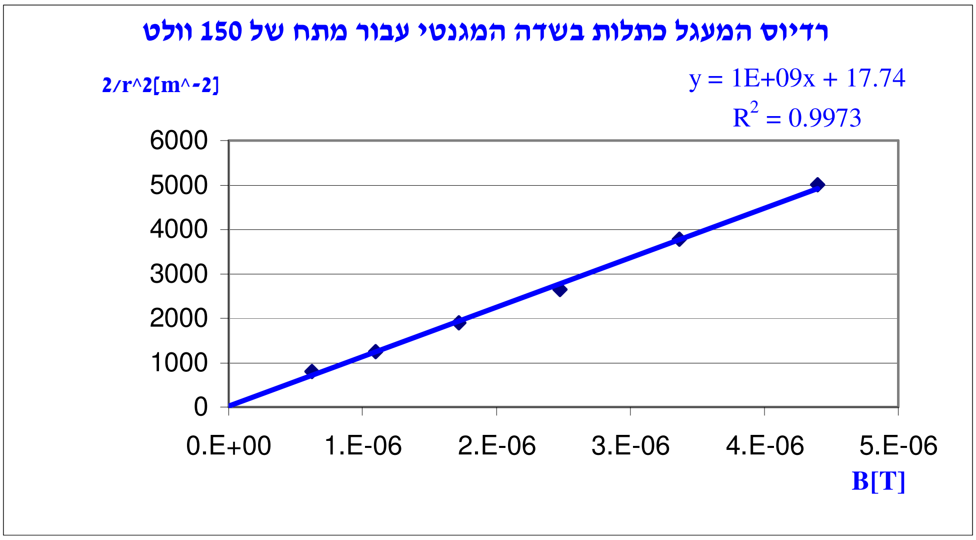
3. זוגות הוקטורים המאונכים תמיד זה לזה במשוואת כוח לורנץ הם :
   א. הכוח המגנטי והמהירות.
   ב. הכוח המגנטי והשדה המגנטי.

מהלך הניסוי :

א. עבור מתח האצה של 150 וולט (במקור היינו צריכים להשתמש במתח של 100 וולט אך מתח זה לא נתן אלומה ממוקדת דיו כדי לקבל תנועה מעגלית נאותה לכן החלטנו לשנותו) , להלן הנתונים שקיבלנו :

r(m)	2/r^2(m^-2)	B^2(T^2)	B(T)	I(A)
0.0500	800.00	6.19E-07	7.87E-04	0.75
0.0400	1250.00	1.10E-06	1.05E-03	1
0.0325	1893.49	1.72E-06	1.31E-03	1.25
0.0275	2644.63	2.48E-06	1.57E-03	1.5
0.0230	3780.72	3.37E-06	1.84E-03	1.75
0.0200	5000.00	4.40E-06	2.10E-03	2

להלן הגרף שהתקבל :



נבצע LINEST לקו המגמה :

linest for Va=150volt	
-14.77	1.13E+09
64.57	2.46E+07

כלומר שיפוע הגרף הוא :

$$\alpha \cong (1.13 \pm 0.03)\cdot 10^{9} \frac{c}{kg\cdot volt}$$

כלומר :

$$\frac{e}{m} = \alpha\cdot V_a = \alpha * 150 = 1.69\cdot 10^{11} \,{}^{c}\!/\!{}_{kg}$$

נחשב שגיאה :

$$\Delta\frac{e}{m} = \left[\left(V_a\cdot\Delta\alpha\right)^2 + \left(\alpha\cdot\Delta V_a\right)^2 + \right]^{0.5} = [\left(150*0.03\cdot 10^{9}\right)^2 + \left(1.13\cdot 10^{9}*5\right)^2]^{0.5} = 6.73\cdot 10^{9} \,{}^{c}\!/\!{}_{kg}$$

כלומר :

$$\frac{e}{m} \cong (1.69\cdot \pm 0.07\cdot)\cdot 10^{11} \frac{c}{Kg}$$

<u>מתקיימת חפיפה</u> בתחום השגיאה בין הערך המקובל לבין הערך המחושב .

נחשב סטייה יחסית :

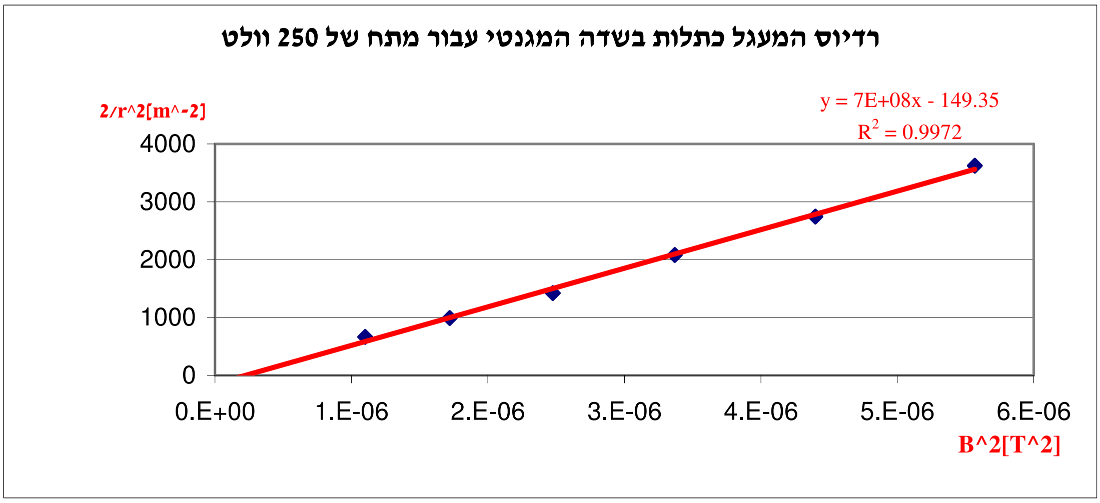
$$\delta_{e/m} = \frac{\left| e/m_{std} - e/m_{graph} \right|}{e/m_{std}} \cdot 100 = \frac{10^{11}}{10^{11}} \cdot \frac{|1.7588 - 1.69|}{1.7588} \cdot 100 \cong 3.9\%$$

הסטייה שהתקבלה קטנה.

ב. עבור מתח האצה של 250 וולט, להלן הנתונים שקיבלנו :

r(m)	2/r^2(m^-2)	B^2(T^2)	B(T)	I(A)
0.0550	661.16	1.10E-06	1.05E-03	1
0.0450	987.65	1.72E-06	1.31E-03	1.25
0.0375	1422.22	2.48E-06	1.57E-03	1.5
0.0310	2081.17	3.37E-06	1.84E-03	1.75
0.0270	2743.48	4.40E-06	2.10E-03	2
0.0235	3621.55	5.57E-06	2.36E-03	2.25

להלן הגרף שהתקבל :



נבצע LINEST לקו המגמה :

linest for Va=250volt	
-149.35	6.66E+08
60.83	1.76E+07

כלומר שיפוע הגרף הוא :

$$\alpha \cong (6.7 \pm 0.2) \cdot 10^{8} \, \tfrac{c}{Kg \cdot Volt}$$

כלומר :

$$\frac{e}{m} = \alpha \cdot V_a = \alpha \cdot 250 = 6.7 \cdot 10^{8} * 250 = 1.675 \cdot 10^{11} \, \tfrac{c}{Kg}$$

נחשב שגיאה :

$$\Delta \frac{e}{m} = \left[(V_a \cdot \Delta\alpha)^2 + (\alpha \cdot \Delta V_a)^2 \right]^{05} = \left[\left(250 \cdot 0.2 \cdot 10^{8}\right)^2 + (6.7 \cdot 10^{8} \cdot 5)^2 \right]^{05} = 5.51 \cdot 10^{9} \, \tfrac{c}{Kg}$$

כלומר :

$$\frac{e}{m} \approx (1.67 \cdot \pm 0.06 \cdot) \cdot 10^{11} \, \tfrac{c}{Kg}$$

<u>מתקיימת חפיפה</u> בתחום 2 שגיאות מדידה בין הערך המקובל לבין הערך המחושב .

נחשב סטייה יחסית :

$$\delta_{e/m} = \frac{\left| e/m_{std} - e/m_{graph} \right|}{e/m_{std}} \cdot 100 = \frac{10^{11}}{10^{11}} \cdot \frac{|1.7588 - 1.67|}{1.7588} \cdot 100 \cong 5.04\%$$

הסטייה שהתקבלה <u>קטנה</u>.

<u>מסקנות</u>

1. ניתן לראות כי התקבלו גרפים ליניאריים, ע״י הגיליון האלקטרוני עשינו לגרפים אקסטרפולציה שלילית ונראה בקירוב טוב כי הם יוצאי מראשית הצירים, המשמעות הפיסיקלית היא שקיימת פרופורציה בין הרדיוס של תנועת האלקטרונים לבין השדה המגנטי, וכאשר לא פועל על האלקטרונים שדה , הם לא יבצעו תנועה מעגלית (הרדיוס ישאף לאינסוף , כלומר ינועו בקו ישר) , כלומר לא יפעל עליהם כוח מגנטי, דבר המאמת את חוק לורנץ.
2. אומנם לא חקרנו קשר זה, אך מהמשוואות שקיבלנו, ניתן לראות כי רדיוס התנועה תלוי במהירות, מכאן שעל חלקיק טעון במנוחה לא יפעל כוח מגנטי, דבר שמאמת את חוק לורנץ.
3. ראינו כי אכן הכוח המגנטי הוא תוצאה של מכפלה וקטורית בין וקטורי השדה המגנטי ומהירות החלקיקים עצמם, במילים אחרות הכוח המגנטי ניצב לשני הוקטורים הנ״ל.
4. עבור 2 מתחי האצה שונים, הגענו לערך המטען הסגולי e/m , בתחום שגיאות המדידה.

מקורות השגיאה הם :

- השגיאה במתח ההאצה – שגיאת מד המתח.
- השגיאה ברדיוס הסליל R – נתונה אך זניחה, ע״פ הנחיית המרצה.
- שגיאה של הערכת הזרם – שגיאת מד הזרם , לא תבוא לידי ביטוי בניסוי זה, ע״פ הנחיית המרצה.
- שגיאה חישובית בערך השדה המגנטי – לא תחושב, שוב ע״פ הנחיית המרצה.
- שגיאה בהערכת שיפוע הגרף , תחושב ע״י הגיליון האלקטרוני.

<u>הצעות ייעול</u>

- מומלץ לחשב את ערכו של השדה המגנטי וכן להתחשב בשגיאות במדידה (רדיוס הסליל, זרם), כך נגיע לערך קרוב יותר לערך המקובל של המטען הסגולי.
- מומלץ לערות סדרה רחבה יותר של ניסויים (מתחי האצה שונים, שדות מגנטיים בגדלים שונים) , כדי לקבל ניסוי מהימן יותר.

תנועת אלקטרונים בשדה חשמלי בשפופרת כדורית

נושאים לניסוי

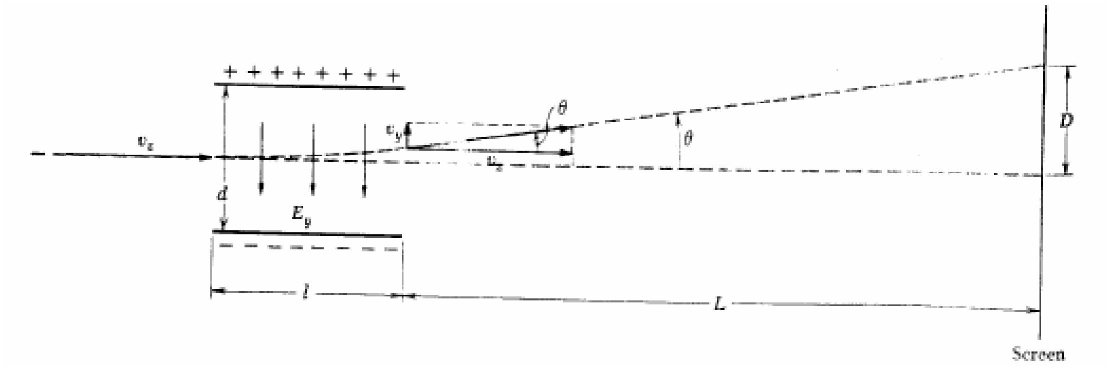
חקירת תנועת אלקטרונים בהשפעת שדה חשמלי

מטרות הניסוי

1. בירור קשרים פיסיקליים בין עוצמת השדה הפועלת על חלקיק טעון לבין אופי תנועתו.

רקע תיאורטי

כאשר חלקיק טעון נמצא בשדה חשמלי, פועל עליו כוח בהשפעת השדה ומקנה לו תנועה, אלקטרונים שמטענם שלילי ינועו בניגוד לכיוון השדה החשמלי.
להלן תרשים סכמטי של המערכת בניסוי :



המערכת שבניסוי היא למעשה שפופרת זכוכית ממולאת בגז הליום, ובתוכה חוט להט שפולט אלקטרונים כאשר הוא מתחמם כתוצאה מזרם חשמלי העובר בו המגיע ממקור מתח המחובר אליו.
אלקטרונים העוברים בהליום בשפופרת יוצרים אלומת אור בצבע כחול-ירוק.
כאשר האלקטרונים יוצאים מחוט הלהט הם מואצים במאיץ חלקיקים ועוברים בין צמד לוחות מוליכים המחוברים למקור מתח ויוצרים שדה חשמלי, בהשפעת השדה , האלקטרונים מתנועה קווית עוברים לתנועה בליסטית ו"נזרקים" מהלוחות עד שהם פוגעים בשפופרת עצמה , כאמור מסלול האלקטרונים ניתן לצפייה ע"י אלומת אור בצבע כחול-ירוק.

השפופרת נקראת : Lorentz Force Demonstrator
כוח לורנץ הוא הכוח הפועל על חלקיק טעון הנמצא בשדה אלקטרומגנטי והוא מתואר במשוואה :

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}),$$

כאשר E הוא השדה החשמלי, B הוא השדה המגנטי ו-v היא מהירות החלקיק, כאשר כיוון הכוח יהיה :

א. בהשפעת השדה החשמלי- בכיוונו או הפוך לו, תלוי בסימן המטען של החלקיק
ב. בהשפעת השדה המגנטי – ע"פ כלל יד ימין (בניצב לכיוון 2 השדות בהתאם לסימן המטען).

בניסוי זה נחקור תנועת אלקטרונים **אך ורק** בשדה חשמלי.

מבחינת שיקולי אנרגיה נוכל להגיד כי האנרגיה החשמלית של האלקטרונים במאיץ תהיה שווה לאנרגיה הקינטית שלהם שהם יוצאים מהמאיץ אל צמד הלוחות , ובאותו הכיוון ברגע שהם יוצאים מהמאיץ לא פועלים עליהם כוחות נוספים כך שמהירות יצאתם מהמאיץ באותו הכיוון נותרת קבועה.
לכן מבחינת חוק שימור האנרגיה נוכל לרשום כי :

$$\frac{1}{2}mv_z^{\ 2} = eV_2$$

מכאן נוכל למצוא את מהירות האלקטרונים :

$$v_x = \sqrt{\frac{2eV_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times 1.6\cdot 10^{-19}\cdot V_a}{9.11\cdot 10^{-31}}} \cong 5.927\cdot 10^5\sqrt{V_a}$$

באותה מידה נוכל לפתח חישוב עבור התנועה אנכית של האלקטרונים בין הלוחות , כאשר ידוע לנו המתח השורר בין הלוחות וידוע לנו המרחק בין הלוחות נוכל לחשב את השדה החשמלי בין הלוחות, הכוח החשמלי הפועל על האלקטרונים ואת התאוצה הפועלת על האלקטרונים, כאשר האלקטרונים יוצאים מן הלוחות, נראה כי התאוצה הפועלת עליהם אדירה בהשוואה לתאוצת הכובד ולכן גם נזניח תאוצה זו בחישובינו.
בהתבסס על ההנחה כי מהירותם האופקית של האלקטרונים קבועה, ואנו יודעים את אורך הלוחות נוכל לחשב את הזמן שלקח לאלקטרונים לעבור את הלוחות וכך נוכל לחשב בעזרת הזמן והתאוצה שחישבנו כבר את מהירותם האנכית של האלקטרונים ביציאתם מהלוחות.
ע״פ הגדרת פיסיקלית , יחס המהירויות הוא כיחס ההעתקים, לכן כאשר ידועים לנו 2 רכיבי המהירות של האלקטרונים נוכל לדעת את זווית ההסטה של קרן האלקטרונים, וכך כאשר ידוע לנו המרחק האופקי שהאלקטרונים עברו נוכל לחשב את ההעתק האנכי שהם עברו.
נוכל להראות כי ככל שמתח ההסטה גדול יותר ההעתק האנכי של האלקטרונים יהיה גדול יותר, נראה כמו כן שככל שמתח ההאצה גדול יותר, ההעתק האנכי הנ״ל יהיה קטן יותר.

את התאוצה הפועלת על האלקטרונים נוכל לחשב משיקולי כוחות :

$$\sum F_y = m_e a_y$$

$$a_y = \frac{F_y}{m_e} = \frac{qE}{m_e} = \frac{eV_d}{m_e d} \cong 2.5\cdot 10^{13}\cdot V_d$$

את הזמן נוכל למצוא כך :

$$t = \frac{x}{v} = \frac{\ell}{v_x}$$

את המהירות האנכית נמצא ע״י :

$$v_y = a_y \cdot t = \frac{eV_d}{m_e d}\cdot\frac{\ell}{v_x}$$

את זווית הסטייה נמצא ע״י היחס בין המהירויות :

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

ואת ההעתק האנכי נוכל למצוא כך :

$$D = L\cdot\tan\theta$$

כאשר L הוא המרחק האופקי בין קצה הלוחות (מיקום יציאת האלקטרונים) לבין נק׳ פגיעת אלומת האור בשפופרת.

באותה מידה נתונה לנו נוסחה כוללת למציאת D :

$$D = \frac{\ell}{2d}\cdot\frac{L+0.5\ell}{V_d}\cdot V_a$$

ע״פ פיתוחים אלו, ניתן לראות כי תנועת האלקטרונים אינה תלויה במטענו או מסתו אלא רק בממדיה הגיאומטריים של המערכת וביחס בין מתחה ההסטה למתח ההאצה.
מכאן ניתן להניח כי קיים יחס ישר בין D לבין d, V_d, L יחס הפוך בין D ל- V_a ויחס ריבועי בין D ל- ℓ ,
ניתן לראות כי השפעתו של אורך הלוחות תהיה מכריעה על ההעתק האנכי, ובהתאמה לשגיאת המדידה היחסית .

נוכל לקבוע את רגישות הלוחות ע״פ הביטוי הבא :

$$R = \frac{\ell}{2d}\cdot\frac{L+0.5\ell}{V_a} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{1}{V_a}\cdot\left(L\ell + 0.5\ell^2\right)$$

ולכן נוכל להגיד כי :

$$D = R \cdot V_d$$

השגיאה של R תחושב ע"פ נגזרות חלקיות :

$$\Delta R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial d} \Delta d \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \ell} \Delta \ell \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial L} \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial V_a} \Delta V_a \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

הביטוי עבור השגיאה של R תהיה :

$$\Delta R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial d} \Delta d \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \ell} \Delta \ell \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial L} \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial V_a} \Delta V_a \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \sqrt{ \left(\frac{1}{2dV_a} (L+\ell) \cdot \Delta \ell \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{d^2} \cdot \frac{1}{V_a} \cdot (L\ell + 0.5\ell^2) \cdot \Delta d \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{V_a^2} \cdot (L\ell + 0.5\ell^2) \cdot \Delta V_a \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{V_a} \cdot \ell \cdot \Delta L \right)^2 }$$

נתוני המערכת הגולמיים :

$$d = (0.007 \pm 0.0005)_m$$
$$\ell = (0.006 \pm 0.001)_m$$
$$L = (0.075 \pm 0.001)_m$$
$$V_a = [(0-250) \pm 5]_{volt}$$

הערות :

א. מתח ההאצה נע בתחום של 0-250 וולט.

ב. L נמדד על ידינו, יתר הנתונים רשומים בתדריך המעבדה.

תשובות לשאלות הכנה

1. כפי שפותח מקודם R יהיה שווה ל :

$$R = \frac{\ell}{2d} \cdot \frac{L + 0.5\ell}{V_a}$$

2. מהירות אלקטרון עבור מתח האצה של 400 וולט :

$$v_x = \sqrt{\frac{2eV_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}{9.11 \cdot 10^{-31}}} \cong 5.927 \cdot 10^5 \sqrt{400} = 5.927 \cdot 10^5 \cdot 20 \cong 11853478 \, {}^{m}/_{\sec}$$

3. מתח ההסחה הדרוש יהא :

$$V_d = \frac{DV_a}{\alpha} = \frac{0.03 \cdot 250}{\left(\frac{\ell}{2d} \cdot (L + 0.5\ell) \right)} = \frac{7.5}{\left(\frac{0.6}{2 \times 0.7} \cdot (0.07 + 0.5 \cdot 0.6) \right)} \cong 47.3_{volt}$$

4. נחשב תאוצה עבור מתח הסטה קטן מזה שנשתמש בניסוי ונראה כי גם עבור תאוצה קטנה בהרבה מהתאוצות שתיושמנה בניסוי , עדיין תאוצת הכובד בהשוואה אליה תהיה זניחה.

$$V_a = 20_{volt}$$

$$a_y = \frac{eV_d}{m_e d} \frac{1.6 \times 10^{-19}{}_c \times 20_{volt}}{9.11 \times 10^{-31}{}_{kg} \cdot 0.007_m} = 5.018 \cdot 10^{14} \, {}^{m}/_{\sec^2}$$

ניתן לראות כי התאוצה המתקבלת היא ב-14 סדרי גודל גדולה יותר מתאוצת הכובד ולכן ניתן להזניח אותה.

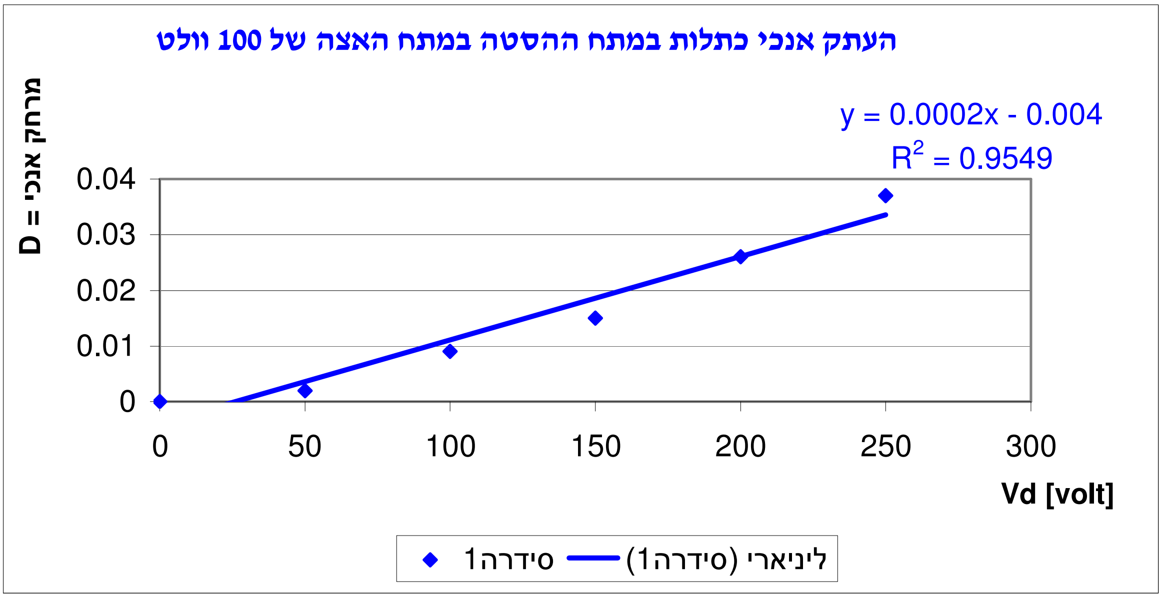
מהלך הניסוי

עבור מתח האצה של 100 וולט

(סעיפים 1-5) נשרטט גרף של D כתלות במתח ההסחה , שיפוע הגרף יהיה R.
נשרטט גרפים כאלו עבור 2 מתחי האצה, ונשווה לחישובים המפורטים בקרע התיאורטי של ניסוי זה.
(סעיף 6) להלן החישובים והתוצאות עבור מתח האצה של 100 וולט :

Va=100	
D[m]	Vd[volt]
0	0
0.002	50
0.009	100
0.015	150
0.026	200
0.037	250

להלן הגרף המתקבל :



חישוב השיפוע מפונקצית ה-LINEST :

linestR(100volts)	
-0.00395	0.00015
0.00247	0.00002

אם כן השיפוע הוא :

$$R = (1.5 \pm 0.2)\cdot 10^{-4} \left({}^{m}\!/\!{}_{volt}\right)^{-1}$$

גורם הפרופורציה α שווה ל :

$$\alpha = R * V_a = 1.5\cdot 10^{-4}\cdot 100 = 1.5\cdot 10^{-2}{}_{m^{-1}}$$

7. חישוב הערך התיאורטי של R ו- α חושב ע"פ הנוסחאות הנ"ל אך בוצע בפועל בגיליון אלקטרוני ולכן יוצג כתוצאה סופית בדו"ח זה :
ערכו של R מהחישוב :

$$R = (3.3 \pm 0.6)\cdot 10^{-4} \left({}^{m}\!/\!{}_{volt}\right)^{-1}$$

גורם הפרופורציה α שווה ל :

$$\alpha = R * V_a = 3.3\cdot 10^{-4}\cdot 100 = 3.3\cdot 10^{-2}{}_{m^{-1}}$$

ניתן לראות כי לא קיימת חפיפה בתחום השגיאה, אך נכון יהיה להגיד כי בניסוי כמו זה שבו יכולת הדיוק מועטה מאוד , לא נכון יהיה לקחת בחשבון שגיאה בסדר גודל יחיד, ולכן אם ניקח שגיאה ב-3 סדרי גודל נקבל :

$$R = (3.3 \pm 1.8) \cdot 10^{-4} \left({}^{m}\!/\!{}_{volt}\right)^{-1}$$

ואז נקבל חפיפה בתחום השגיאה למול הערך המתקבל מן הגרף.
נחשב סטייה יחסית :

$$\delta_R = \frac{|0.00033 - 0.00015|}{0.00033} \cdot 100 = 54.5\%$$

בתנאי הניסוי ולנוכח השגיאות בניסוי, גם סטייה זו היא בגדר הנורמה.

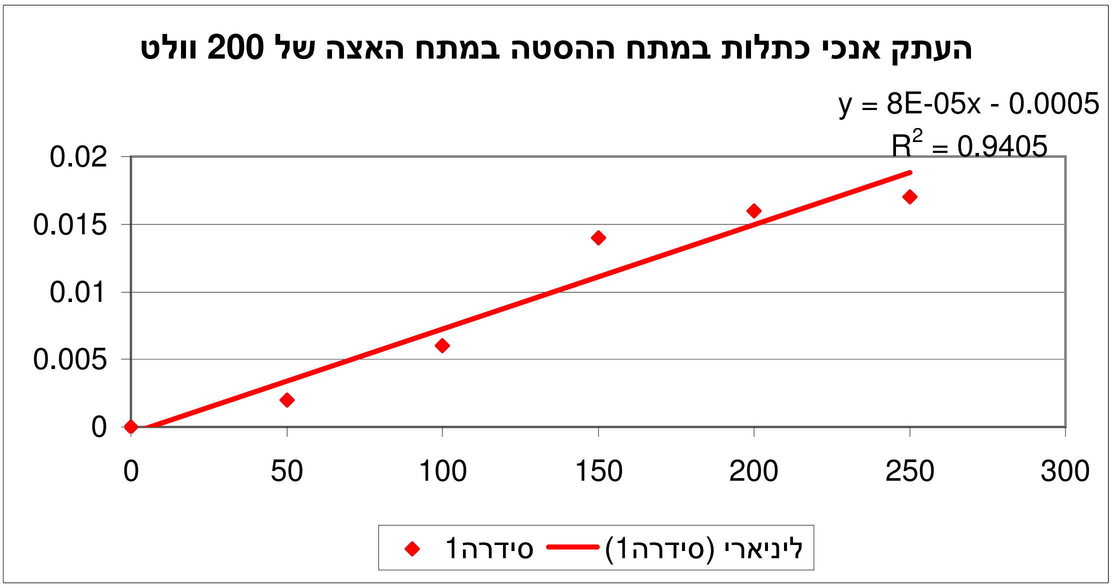
8. נחזור על הניסוי עבור מתח שונה :

עבור מתח האצה של 200 וולט

(סעיפים 1-5) נשרטט גרף של D כתלות במתח ההסחה , שיפוע הגרף יהיה R.
נשרטט גרפים כאלו עבור 2 מתחי האצה, ונשווה לחישובים המפורטים בקרע התיאורטי של ניסוי זה.
(סעיף 6) להלן החישובים והתוצאות עבור מתח האצה של 200 וולט :

Va=200	
D[m]	Vd[volt]
0	0
0.002	50
0.006	100
0.014	150
0.016	200
0.017	250

להלן הגרף המתקבל :



חישוב השיפוע מפונקצית ה-LINEST :

linestR(200volts)	
-0.00047619	7.71429E-05
0.001468876	9.70307E-06

אם כן השיפוע הוא :

$$R=(8\pm 0.1)\cdot 10^{-5}\ {}_{\left(m/volt\right)^{-1}}$$

גורם הפרופורציה α שווה ל :

$$\alpha=R*V_a=8\cdot 10^{-5}*200=1.6\cdot 10^{-2}\ {}_{m^{-1}}$$

חישוב הערך התיאורטי של R ו- α חושב ע״פ הנוסחאות הנ״ל אך בוצע בפועל בגיליון אלקטרוני ולכן יוצג כתוצאה סופית בדו״ח זה :

ערכו של R מהחישוב :

$$R=(1.7\pm 0.3)\cdot 10^{-4}\ {}_{\left(m/volt\right)^{-1}}$$

גורם הפרופורציה α שווה ל :

$$\alpha=R*V_a=0.00017*200=0.034\ {}_{m^{-1}}$$

ניתן לראות כי לא קיימת חפיפה בתחום השגיאה, אך נכון יהיה להגיד כי בניסוי כמו זה שבו יכולת הדיוק מועטה מאוד , לא נכון יהיה לקחת בחשבון שגיאה בסדר גודל יחיד, ולכן אם ניקח שגיאה ב-3 סדרי גודל נקבל :

$$R=(1.7\pm 0.9)\cdot 10^{-4}\ {}_{\left(m/volt\right)^{-1}}$$

ואז נקבל חפיפה בתחום השגיאה למול הערך המתקבל מן הגרף.

נחשב סטייה יחסית :

$$\delta_R=\frac{|0.00017-0.00008|}{0.00017}\cdot 100\cong 53\%$$

בתנאי הניסוי ולנוכח השגיאות בניסוי, גם נוכל להגיד כי סטייה זו היא בגדר הנורמה.

נוכל ע״פ הפיתוחים המתמטיים של הנוסחאות בתחילת הניסוי להשוות את D :

ניקח נק׳ ביקורת ונחשב את D ונשווה לערך שהתקבל :

מתח האצה – 100 וולט
מתח הסטה – 100 וולט

חישוב המהירות האופקית :

$$v_x=\sqrt{\frac{2eV_a}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\times 1.6\cdot 10^{-19}\cdot V_a}{9.11\cdot 10^{-31}}}\cong 5.927\cdot 10^5\sqrt{V_a}=5.927\cdot 10^5\sqrt{100}=5.927\cdot 10^6\ {}_{m/\sec}$$

חישוב הזמן :

$$t=\frac{x}{v}=\frac{\ell}{v_x}=\frac{0.006}{5.927\cdot 10^6}\cong 1\cdot 10^{-9}\ {}_{\sec}$$

חישוב התאוצה האנכית :

$$a_y\cong 2.5\cdot 10^{13}\cdot V_d\cong 2.5\cdot 10^{13}\cdot 100\cong 2.5\cdot 10^{15}\ {}_{m/\sec^2}$$

חישוב המהירות האנכית :

$$v_y=a_y\cdot t=2.5\cdot 10^{15}\ {}_{m/\sec^2}\cdot 1\cdot 10^{-9}\ {}_{\sec}=2.5\cdot 10^6\ {}_{m/\sec}$$

חישוב זווית הסטייה :

$$\tan\theta=\frac{V_y}{V_x}=\frac{2.5\cdot 10^6}{5.927\cdot 10^6}\approx 0.4$$

ערכו של D :

$D = L \cdot \tan\alpha = 0.075 \cdot 0.4 = 0.03_m$

ערכו של D מהגרף : 9 מ"מ

חישוב סטייה :

$$\delta_D = \frac{|D_{the} - D_{graph}|}{D_{the}} \cdot 100 = \frac{0.03 - 0.009}{0.03} \cdot 100 = 70\%$$

שוב כאן באה לידי ביטוי השגיאה בהערכת נקודת פגיעת קרן האלקטרונים, ברור לנו כי בנק' ביקורת זו היו אלקטרונים שגם הגיעו להעתק אנכי של 3 ס"מ כפי שהתקבל בחישוב ואף למעלה ממנו, אך הקריאה של 9 מ"מ התקבלה מהנקודה בה פגע מרכזה של האלומה, לכן בקירוב גם ניתן לומר כי ערכי ההעתק D דומים זה לזה, מה גם שבשיטה זו לא חישבנו שגיאות מדידה, כך שגם סטייה של 70% היא סטייה המניחה את הדעת

מקורות השגיאה הם :

א. שגיאה אקראית של מתח ההאצה.
ב. שגיאה שיטתית של הערכת המרחק D (אלומת האלקטרונים אינה קרן ממוקדת ולכן יש בעיתיות מסוימת המיקום פגיעתה ובכך קושי בהערכה מדויקת של ההעתק האנכי של החלקיקים.
ג. השגיאות הנתונות של המערכת בגדלי : ℓ, d, L .

סיכום ומסקנות

1. בהתחשב בשגיאות של הניסוי ניתן לומר כי אכן מתקיים קשר ישר בין ההעתק האנכי של החלקיקים לבין מתח ההסטה.
2. בהתחשב בשגיאות של הניסוי ניתן לומר כי אכן מתקיים קשר הפוך בין ההעתק האנכי של החלקיקים לבין מתח ההאצה.

הצעות ייעול

1. ניתן לקבל הערכה טובה יותר עבור ההעתק האנכי D , אם הניסוי יתרחש בחושך מוחלט, בצורה זו אלומת האלקטרונים תראה בצורה יותר טובה.
2. תנועת חלקיקים טעונים מושפעת משדה חשמלי ושדה מגנטי, מכשירים חשמליים לרבות מחשבים ומסכים יוצרים שדות אלו, לכן מומלץ לסגור את המחשבים בביצוע הניסוי ורק אח"כ להעלות את הנתונים ע"ג גיליון אלקטרוני.