

הרצאה 1

הדעות היסודיות שקיימות בהקשר של מת' האם מת' היא דבר ממשי וקיים או משהו מחשבתי- תודעתי בלבד

מהי הסיבה שאנחנו מאמינים שמת' מתארת את הטבע ?

פיתגורס : אבי הפילוסופיה והמת' חי במאה ה-6 לפנה"ס

נולד ב 570 - , נולד באי סמוס

ב 532 - עזב את סמוס והתיישב בגרקה (דרום איטליה) בעיר קרוטון

ב 510 – חורבן סיבריס ע"י קרוטון בפיקוד מילו (מחשובי הפיתגוריאנים) ואז קרוטון הפכה לעיר הבירה של מדינה שהקים פיתגורס וקרא לה גרקה מאניה .

497 – מירדה ומות פיתגורס

450 - השואה הפיתגוריאנית

אפימנידס : ניסח פרדוקס : כל אנשי קרטה שקרנים (הוא עצמו היה מקרטה)

מהמילה פילוסופיה נגזרת המשמעות אוהב חוכמה

אחוה פיתגוריאנית : מין קיבוץ בראשותו של פיתגורס – כללה מעמדות (מעמדות לחברות , אקוסמטוצי , מתמטיצי)

סימבולה – כללי ההתנהגות של האחוה פיתגוריאנית (כללה בין השאר צמחונות)

העקרונות של הדת הפיתגוריאנית :

האמונה בממשות במספרים הממשיים - יחס בין השאר תכונות אלוהיות למספרים – תיאר את הנפש בתור מספרים לדוגמא : המספר 7 היה אחראי על התבואה והשפע

הארץ היא מרכז היקום וכל הכוכבים נעים על גבי ספרות קוצנטריות סביב הארץ – והסיק שקיימת הרמוניה (בדומה למוסיקה)- הסיבה שלא שומעים את ההרמוניה היא בגלל שההרמוניה קבועה מתוך הרגל .

כל היקום ניתן לתאור ע"י מספרים טבעיים

חוק בודה bode (1766) מדד ניסיונית את המרחק הממוצע של הכוכבים מהשמש

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...

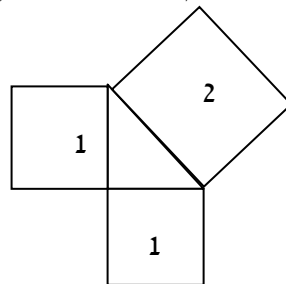
4, 7, 10, 16, 28, 52, 100, 196,

הסדרה (השנייה) מהווה את היחס סין המרחקים של כוכבי הלכת מהשמש

היפסוס : קבע שיש מספרים שלא ניתן להביע אותם כמנה של מספרים טבעיים

לפי משפט פיתגורס : במשולש ישר זווית ושווה שוקיים בעלי גודל יחידה – אזי הריבוע שניתן

לבנות על היתר שווה לסכום שני הריבועים שניתן לבנות על השוקיים ומכאן : (אם ניתן ליצג את אורך



היתר כמנה של מספרים טבעיים $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 2n^2$ ($\frac{m}{n}$ מכאן ש m^2 זוגי ולכן גם m זוגי ולכן

$4 | m^2$) $4 | m^2$ (מתחלק ב 4) ואז $2 | n^2$ ולכן $2 | n$ כלומר כל $\frac{m}{n}$ הוא כפולה של 2

פילולאוס – הראשון שטען שהארץ לא מרכז היקום

הרצאה 2

פיתגורס – האמין של הקוסמוס מתקיים מתוך המספרים הטבעיים (הפיתגוריאנים)
 היפסוס – גילה את המספרים הלא רציונאליים , חלק על פיתגורס בתחום החברתי (היה דמוקרטי בניגוד לפיתגורס
 שהיה ארסטוקרטי) הוביל את המרד נגד פיתגורס – טען שהעולם קיים לפי הדגם של מספרים (הפיתגוריסטים)
 סילו ראש התנועה הדמוקרטית הוביל את המרד (יחד עם היפסוס) נגד פיתגורס
 אהודוקסיס Eudoxius מתמטיקאי במאה ה 5 ביסס את כל המת' על הגאומטריה

האסקולה האליאית (האליאטית) הוקמה בעיר אליה (Elea) באיטליה בסביבת קרוטון נוסדה ע"י פליט מהאלינאם
 – כסנופוס (נמלט בעקבות המלחמה עם הפרסים)
 " האדם בורא את אלוהיו בצלמו ובדמותו "
 קיים אלוהים אחד וצורתו מושלמת (כדור) אין בו שינוי וחסר רצון ולכן חסר מעש – אין שינוי בידיעה שלו (בעל
 ידיעה מושלמת) אין צורך ותועלת בתפילה כי היא אניה משנה את ידיעת האל או משפיעה על מעשיו
 פרמנידס – תלמידו של כסנופוס ויותר מאוחד של הפתגוריאנים
 חקר את התפיסה של הקוסמוס – קבע שהעולם אינו בנוי ממת' אלא במבנה לוגי – קבע שלוש עקרונות יסוד
 1. ההגיון הוא קנה מידה של הממשות
 2. הניתן לחשיב (ברמה הלוגית) – נתון להוויה
 3. המחשבה (הלוגית) ונושאה הם אותו דבר עצמו – כלומר המחשבה היא דבר ממש
 * כלל הזהות של אריסטו : כל דבר שווה לעצמו $A = A$

טענות של פרמנידיס

1. היש ישנו
2. האין איננו – אין ואקום כל חלל מלא
3. היש אינו נוצר ואינו נעלם (חוק שימור החומר)

ביש לא יכולים להיות שינויים – הוא סטטי
 חיסרון הוא תכונה של האין ולא של היש – מכיוון שהאין אינו קיים החסרון אינו תכונה פסיקאלית
 היש אינו יכול לנוע – כי הוא ינוע לתוך היאן ומאחר ולא קיים האין לא ניתן לעשות זאת
 בכל סתירה בין ההגיון לבין התפיסה ההגיון הוא התופס - למה העולם נראה רב גוני אם כך ? השליית חושים (כל
 תנועה ושינוי הוא רק טעות חושים) (ספר הסברה)
 לא קיים זמן – כי אין שינוי וזמן מודד שינוי
 הקוסמוס כדור (היש כדור) מושלם וקדום (ספר האמת)
 מלדיסיס (תלמידו של פרמנוס ומצביא) היש הוא אין סופי – אין דבר מחוץ ליש שיגביל אותו
 ניתן לתרץ באמצעות התאוריה של היקום של אינשטיין – אחדות השדות (השדות המאוחדים) – מעולם לא הוכח *

זנון (תלמיד של פרמנידוס – פרדוקס הצב – הוכיח את תורת רבו על דרך השלילה

הרצאה 3

האסקולה האלאית
 כסילופנוס – פליט מאיוניה התישב בגריקה, מיסד האסקולה – האל הוא כדור מושלם וסטטי
 פרמינידס – הקוסמוס הוא (כדור מושלם) מבנה לוגי – ההיגון הוא קנה מידה של הממשות
 מליסוס – היקום הוא אין סופי
 זנון – הוכיח את תורת פרמינידס על דרך השלילה

הרקליט – הכל זורם, הכל משתנה בבת אחת – אנטי טזה של האסקולה האלאית
 " לא ניתן לחצות את אותו נהר פעמיים " – הנהר עובר שינויים כל הזמן
 " לא ניתן לקפוץ פעם אחת לתוך אותו נהר " – הנהר עובר שינויים מעצם הקפיצה
 "הרי אנו והרי אין אנו" – אנחנו משתנים כל רגע ..

הגדרות
 אין סוף פוטנציאלי (בכוח) – תהליך לאורך זמן שבו אחרי כל צעד יש צעד נוסף
 דוגמא : תהליך הספירה – אחרי כל מספר קיים מספר נוסף ללא צעד אחרון .
 אין סוף בפועל (אקטואלי) – קבוצה אין סופית שכל איבריה נתונים לנו בו זמנית
 דוגמא 1 : כל הצעדים בתהליך אין סופי פוטנציאלי : קבוצת כל המספרים הטבעיים
 דוגמא 2 : כל הנקודות על קטע .

פרדוקס הרץ

יש רק צריך לרוץ מ A ל B הוא לעולם לא יגיע ל B
 כלל גאומטריה – בין כל שתי נקודות קיימת עוד נקודה – אין צעד ראשון – התנועה היא אשליה
 פרדוקס אכילס והצב
 צב בא לאכילס (המהיר ברצי יווון והציע לערוך איתו תחרות ונקבע שיינתן לצב יתרון של 100 מטר, עבור כל קטע ריצה
 שיעבור אכילס הצב יעבור קטע מסויים אחר ולכן תמיד ישאר צעד אחד לפניו .

אטומיזם

דמוקרטוס – חי בתקופתו של זנון – היה בנהם ויכוחים – אכילס הציג את הצב בגבול (אחרי $\frac{100}{1 - \frac{1}{10_m}}$)

גבול

הגדרה : נתונה סדרה אין סופית $L, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ יקרא בשם הגבול של הסדרה אם עבור כל $\varepsilon > 0$ נתון קיים $N_{(\varepsilon)}$
 כך שעבור כל $n > N_{(\varepsilon)}$ מתקיים $|a_n - L| < \varepsilon$

פרדוקס חלוקת הקטע

קיים קטע סופי ניתן לחלקו לשניים ומכל קטע לחלק לשניים וכן הלאה (תהליך אין סופי פוטנציאלי) נעבור לאין סוף
 האקטואלי של כל החלוקות, קיימות שתי אפשרויות :
 א. נקבל אין סוף גדלים בגודל 0
 ב. נקבל קטעים סופיים ושווים

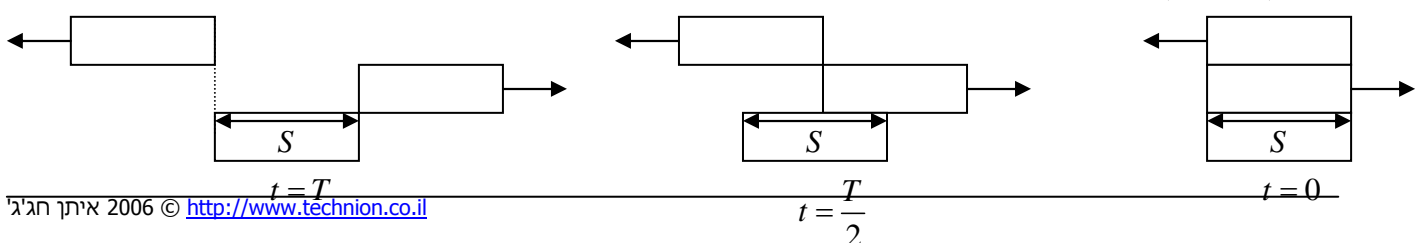
כמו בתהליך חלוקה של מוט

א. מקטע בגודל 0 ין חומר – סוטר את חוק שימור החומר
 ב. אם נחבר מחדש נקבל מות אין סופי – סוטר את חוק שימור החומר
 טען שם לקוונטיזציה של הזמן

זנון – אין חלוקה לשניים – היש לא ניתן לחלוקה
 דמוקרטוס – לא ניתן לחלק באופן אין סופי – אחרי מספר סופי של חלוקות מגיעים לאטומים של חומר שאינם
 ניתנים לחלוקה

אנרי ברי גסון - יהודי, היה קרוב לקטוליסיוזים, בעקבות משטר וישי לא המרי את דתו – " אנני רוצה לעזוב את
 הנרדפים ולהפוך לרודפים " .ניסה לפתור את הפרדוקסים של זנון .
 אם העולם הוא בעצם קולנועי (קופצת ממצב למצב) הפרדוקס של זנון לא קיים – אם העולם הוא לא רציף אלא
 קפיצה בין מסגרות (פריימים)

פרדוקס הבלוקים



אפשרות א : הזמן והמרחב שבהם רציפים – שוללים אפשרות של תנועה

אפשרות ב : הזמן רציף והמרחב בדיד אז הנקודה $t = \frac{T}{2}$ קיימת, נניח כי S הוא אטום מרחק אז בזמן $t = \frac{T}{2}$ קצוות

הבלוקים (העליונים) עברו מרחק ומחלקים את הבלוק התחתון לשניים – סתירה !!!

אפשרות ג : הדרך רציפה והזמן בדיד נניח שT אטום זמן מכיוון שהדרך רציפה אז הנקודה $\frac{S}{2}$ קיימת אז כאשר

קצוות הבלוקים נפגשים ב $t = \frac{T}{2}$ הם עוברים חצי אטום של זמן – סתירה !!!

אפשרות ד : המרחב והזמן שבהם בדידים נגדיר $\frac{T}{2}$ אטום של זמן וS אטום של מרחק – אחרי אטום של זמן

הבלוקים עברו חצי אטום של מרחק – סתירה !!!

אפשרות ה : אין מצב ביניים (זמן ומרחב בדידים)

פרדוק החץ (זנון)- נגד תנועה רציפה ונגד אטומיזציה של תנועה
מעל כל נקודה החץ נמצא זמן אפס – כלומר בכל נקודה החץ הוא במנוחה לכן איך יכול להיות שהתנועה מורכבת
ממצבים של מנוחה ? אם החץ במנוחה למה שיעבור לנקודה הבאה – סותר את חוק הניסבתיים .

השפעה של זנון על הפוליטיקה בעת החדשה

רינר דקארט " אני מודע לכן אני קיים " – אין טות בחושים – אלוהים לא רמאי

אם העולם מעולם לא התחיל איך הוא קיים עכשיו ?? – לכן העולם קיים זמן סופי ונוצר ע"י כוח מניע

היה אבי הגאומטריה האנליטית

קארל מרקס מראשי התנועה הקומוניסטית

אנגלר – תלמידו של מרקס

Düring – ביסס את תפיסת העולם לפי ניטון

אנגלר (בפקודת מרקס) כתב ספר אנטידירנג – בהתבסס על הרקליטס בתפיסת העולם הפיסיקאלית

תנועה היא תכונה פנימית של החומר (לכן לא צריך כוח שיכניס לתנועה)- אנטי מטריאליזם וקונצפטואליזם (לכן אצל

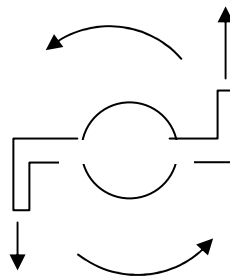
המרקסיסטים העקרון של התנועה הוא עיקרון מקודש .

עקרון האטומיסטים

- מאמין לחושים – בסתירה בין החושים להיגיון החושים צודקים

אני רואים שיש תנועה לכן תנועה קיימת ולכן קיים חלל רקיי

- יש אטומים מסוגים ושונים



מושג : אנטולוגיה : תורת היש

לפי מליסוס אם העולם קיים מאטומים העולם היה צריך להיות הומוגני ולכן החושים מטעים

הרון האלכסנדרוני – הראשון שהשתמש בכוח הקיטור

הראה שחומר מורכב מאטומים ע"י שימוש בבוכנה אחרי שנדחסה הגיעה לנפח סופי (שמכיל רק אטומים)

סיכום

פיטגוריאנים	אטומיסטים	אלהים	הרקליטס	
הכל בנוי ממספרים	הכל בנוי מחומר בדיד כלל נפש) האוויר מכיל נפש – מי שלא נושם מת (הכל בנוי ממבנים לוגיים	הכל נע, חומר בתנועה	אנטולוגיה
שימוש	שימוש חשדני	ההיגיון הוא קנה מידה לממשות	שימש	היחס ללוגיקה
שימוש	אימון מלא	התפיסה החושית היא אשליה	שימש	היחס לחושים

הרצאה 4

השפעות האסכולה האלאית על העת החדשה

איין ראנד (כמעייין המתגבר , מרד הנפילים) פילוסופית בעלת השקפה אנטי סוציולוסטית ביססה את ההשקפה שלה על פרמנידס הציגה בצורה אבסורדית את הצורך לתמוך באלו שאין להם (ולתת להם עדיפות).

השפעות האסכולה האלהית על המאה ה-5 לפני הספירה
 אפלטון – הקיום הוא רק אידאה (רעיון / מחשבה) – הקיום אינו ממשות – וכל העצמים הפיסילים הם רק צללים של האידאות
 האל מסתכל על האידאות וטובע אותן בחומר הגס " כורה " ואז נוצרים העצמים .
 האידאות קיימות – על האנשים רק לגלות אותן –
פלטוניזם - הקיום הוא אידאות – שושפע מהאסכולה האלהית
נומינליזם – מה שקיים הם עצמים ממשיים – הושפע מהאסכולה האוטומיסטית
 "אני רואה סוס אך אני לא רואה ' סוסיות ' " - האידאה היא מילה בלבד חסרת כל קיום
 "בראשית היה הדבר והדבר היה אלוהים"
סופיסטים – טענו שלא ניתן להאמין לחושים ולא ניתן לסמוך על הלוגיקה
 היו מורים בודדים ביוון ולמדו תמורת תשלום את אומנות הנאום והלוגיקה

פרותגורס (סופיסט)
 אונתולוגיה

- הקיום ואי קיום הוא בתודעה – האדם הוא המקור של כל הדברים , של אלו שישנם לכך שהם ישנם , לאלו שאינם לכך שהם אינם (קונספטואליזם)
- הקיום הוא סוביקטיבי - כפי שהדברים נראים לי כך הם לי וכפי שהדברים נראים לך כך הם לך (אי אמון בחושים)
- הלוגיקה היא סוביקטיבית - אני יכול לעשות את הטענה החלשה לחזקה (אי אמון בלוגיקה)
- אי אמון במתמטיקה – ניתן להעביר דרך נקודה על מעגל יותר ממשק אחד

גורגיאס (סופיסט)- כתב ספר בעל שלושה חלקים
 חלק א' – אין שום דבר – מה שקיים זה אינם עצמים מוחשיים ולא אידאות – אלא רק התודעה- קונצופטיאליזם (רק אני קיים)
 חלק ב' – גם אילו היה קיים משהו לא היינו יודעים עליו שום דבר – אין אמונה ביכולת לדעת (אי אמון בחושים ובהיגיון כמקור לידיע)
 חלק ג' – גם אילו היינו יודעים לא היינו יכולים להעביר ידע זה לאחרים – אי אמון בשפה

ניאליזם – אי אמון בערכים

אימנואל קאנט (מאה 18 לספירה) שימש כפרופסור למת' פסיקה ופילוסופיה חי בקניסטר (מערב רוסיה) – קיים ריתואל קבוע לסדר יום שלו .
 השערת קאנט לפלס – ששביל החלב הוא גלקסיה
 כתב ספר - ביקורת התכונה הטהורה (1781) – הושפע מהפילוסוף דויד היום heme (אין סיבתיות)
 Betty – השכל הישר קובע שיש סיבתית

תורת ההכרה של קנט (אנו חשים נסיבטיות בגלל השכל) ההכרה האנושים קיימת בשלוש רמות

1. הסתכלות – התפיסה החושית ,
 צורות הסתכלות :
 - מרחב
 - זמן
 גם המרחב והזמן הם סוביקטיבים – יש בהם סתירה פנימית ולכן הם לא יכולים להיות אוביקטיבים אלא יכולים להתקיים רק בתודעה שלנו .
 הזמן סוביקטיבי – הזמן לא יכול להיות סופי – מה היה רגע לפני הרגע הראשון ?
 הזמן לא יכול להיות אין סופי – תוך שימוש בפרדוקס של זנון
 המרחב אינו יכול להיות סופי – מה יש מחוץ למרחב *
 המרחב אינו יכול להיות אין סופי – אנו חווים את המרחב אופק אחרי אופק ללא אופק אחרון .
 * תורת הבעות של לילנד – קיום של יקומים נוספים
 המרחב והזמן אינם סופיים ואינם אין סופיים לכן הם סוביקטיבים
2. השכל – תופס את התופעות וממין אותם לפי 12 קטגוריות
 אנו מקלטלים את כל הפועות ל :
 - ניסיון פסיקאלי
 - מקסם שיאו – שאינם מקיימים את כללי הלוגיקה הטרנסדנטלית
 קטגוריות
 * סיבתיות – כל מה שסותר את הסיבתיות נראה לנו לא הגיוני וסותר את הנסיבות נראה לנו כמקסם שיאו

3. תבונה טהורה – עוסקת במכלול של כל ניסיון אפשרי ומרחיבה אותו אל מעבר לניסיון, לתבונה הטהורה יש אידאות (לא פלטוניות) באידאות יכולות להתקיים סתירות.
- אידאות קוסמולוגיות – לדוגמא : אין סוף אקטואלי
 - אידאות תיאולוגיות – סיבה לקיום העולם (הניסיון הפיסיקאלי) דוגמא : אלוהים
 - אידאות פסיכולוגיות – לדוגמא : נפש, תודעה

הרצאה 5

אידאה לפי קנט : הכללה של הניסיון לכל ניסיון אפשרי – מכיוון שאיננה לחלק מהניסיון הלוגיקה הטורנסצדנטלית אינה חייבת להתקיים לפיה (המרחב האוקלידי הוא דימוי של ההתסכלות)
 אין סוף אקטואלי
 אידאות קוסמולוגית (אידאה של התבונה הטהורה)
 אידאות תאולוגיות – סיבה לניסיון
 אידאות פסיכולוגיות : נפש תודעה

פרדוקס הכל יכול :
 האם הכל יכול מסוגל ליצור אבן שאינו מסוגל להרים אותה ?
 אם כן : אז שירים אותה – הוא הרי כל יכול
 אם לא : אז הוא אינו כל יכול

הגדרת אורדינאליים

1. הקבוצה הריקה \emptyset היא אורדינאלית שיסומן ב 0
2. לכל אורדינאל D יש עוקב מידי שיסומן $D \cup \{D\}$ (סדרה אין סופית פוטנציאלית)
3. אם יש סדרת אורדינאליים המכילה יחד עם כל איבר שלה גם את העוקב המידי שלו אז סדרה זאת היא גם אורדינאלית

אורדנאל זה יקרא אורדינל גבולי $1, 2, 3, \dots, \omega + 1, \omega + 2, \omega + 3, \dots, \omega + \omega$

הפרדוקס של כל האורדינאליים

שאלה : האם קבוצת כל האורדינאליים Ω גם היא אורדינאל ?
 $\Omega \cup \{\Omega\}$ חייב להיות הקבוצה הכי גדולה, אבל לפי הגדרה קיים מספר עוקב, ולכן קיימת Ω' עוקבת של Ω הגדולה ממנה – סתירה !!!

קיימות שתי תפיסות של הקוסמוס

1. הקוסמוס אין סופי
2. הקוסמוס סופי (סגור מוגבל)

אידאות תאולוגיות :

נניח קיום סיבה לכל הסיבות תמיד התודעה תתהה מה הסיבה לסיבה הזאת – ואם נמשיך כך הלאה, נגיע לפרדוקס כל האורדינאליים

אידאות פסיכולוגיות

תודעה : אני מודע, אני מודע שאני מודע, אני מודע שאני מודע שאני מודע, (פרדוקס כל האורדינאליים)

כיצד יתכן שרוב התופעות קוראות במערכת של ההסתכלות אינן סותרות את הסכל קאנט טוען שהמידע מההסתכלות עובר דרך גורם נפשי תרום תודעתי (דמיון יוצר) מעבד ומתאים אותם לשכל

דמיון יוצר - משמעויות פסיכולוגיות ופיזיולוגיות

חקר המוח :

איך יתכן קיום פיסיקאלי לאידאה ?

למוח שלושה חלקים

גזע המוח – מפעיל את המערכות הבלתי מודעות, אוטומטיות, (מערכות סמפטטיות ופרה סמפטטיות)

המוח הקטן – קשור לתופעות בלתי מודעות הקשורות בלמידה (רכיבה על אופניים)

המוח הגדול – סרברום - תופעות תודעתיות

המוח הגדול מורכב משני חלקים (הימוספירות) מכל חומר אפור על הקליפה ובגרעינים בתוך ההימוספרות וחומר לבן – סיבים שמקשרים בין החומר האפור

קופוס קולוסוס (כפיס המוח) : מערכת של סיבים שמקשרת בין המוחות הימני והשמאלי .

ברוקה – אבי המדע האנטופולוגי גילה בסוג של אפזיה (איבוד כושר הדיבור) שקשור רק בהפעלת השרירים פגיעה

בחלק השמאלי קדמי של המוח (איזור בוקרה)

ורניקר (גילה שיש אזור בחלק השמאלי שפגיעה בו גורמת לחוסר הבנה של מילים

בחלק המקביל (בצד בימני) לאזור ברוקה – גורמת לחוסר פתרון מבוכים

בחלק המקביל לאזור ורניקר - פגיעה גורמת לחוסר פתרון של פעולות מתי

יש חוסר סמטריה תפקודית בין שני החלקים של המוח .

אפרון – חקר את התפיסה של הזמן במוח – (נמצא בחלק השמאלי של המוח)

אין פיזיו במערכת העצבים על אורך העצב

ערך ניסוי בו התגלה שעליו לשלוח אות בצד שמאל 5_{msec} לפני צד ימין (הזמן של המעבר בקופוס קולוסוס הוא 5_{msec})

(החלק השמאלי של המוח אחראי לתפיסת סדרת אירועים

ההאור שמגיע מהכיוון השמאלי של הגוף מגיע לצד הימני של הרשתית ואילו האור מהצד הימני של הגוף מגיע לחלק השמאלי של המוח, והאור שנקלט בצד ימין של הרשתית מתעבד בצד הימני של מוח ומצד שמאל בצד שמאל הארה בהפרש 5_{msec} לתובת צד ימין (צד ימין ב 5_{msec} לפני) תגרום לקליטה סימולטנית של הארועים התדירות הקריטית של ארועים (שבה ניתן עדיין להפריד בין ארועים) בצד שמאל יותר גדולה מאשר בצד ימין הצד הימני אחראי על התמצאות מרחבית הצד השמאלי של המוח אחראי על הפרטים והצד הימני על המכלולים מודל פעילות המוח :

הצד השמאלי של המוח עושה אנליזה של פרטים –
הצד הימני עושה סינטזה של מספר פרטים למהות כוללת חדשה :

לדוגמא קריאה : המוח קולט בצד השמאלי קורא אות אחרי אותו מעביר את המידע למוח הימני האותיות עוברות סינטזה למילים מעביר אותם מוח השמאלי וקולט מילה אחרי מילה וחוזר לצד הימני ועובר סינטזה של המילים למשפט, וכן הלאה

הרצאה 6

תורת ההכרה של קאנט
 הסתכלות : צורות הסתכלות – מרחב, זמן סוביקטיביים
 הסכל : קטגוריות של הלוגיקה הטרנסצנדנטלית (לדוגמא – סיבתיות).
 תבונה טהורה : מכלל כל ניסיון אפשרי, סיבות לניסיון, אידאות (אידאות קוסמולוגיות, אידאות תאולוגיות, אידאות פסיכולוגיות)
 דמיון יוצר – כוח נפשי – שמעבד את קלט החושים ומתאים אותו כדי שיתאים ללוגיקה של השכל. - צנזורה

אן טריסמאן – פסיכולוגית בת זמננו – מתעסקת בחיפוש ראייתי
 התפיסה הראייתי נעשית בשני שלבים

1. לפני צומת לב – נוצרת במוח מפה ראייתית שבה אנו רואים באופן נפרד צבעים, צורות גדלים זוויות וכו' – המיקום של התכונות על המפות הוא נירולוגי אך אינו תודעתי.
 2. צומת לב – מתמקדים בנקודה אחרי נקודה (סריקה) ויוצרים מפה (מפת האקטיווציה) ממזגים את התכונות באופן נקודתי-עבור כל עצם. וממקמים אותם באופן תודעתי
- קיימת צנזורה שגורמת לנו לא לראות דברים שמנוגדים לדרך בה אנו מקבלים דברים בשלב לפני צומת הלב – ולכן לא ראויים לדוגמא שמיים ירוקים

לפי קאנט : הפרדוקס נוצר כאשר אין צנזורה על שתי הרמות של החשיבה (הסכל והדמיון היוצר).

המתמטיקה לפי קאנט

מונחים :

אנליטי – נובע מהלוגיקה
 סינטטי – נובע מההסתכלות (פנימית או חיצונית)
 אפריורי – קודם לניסיון (אינו תלוי בו)
 אפוסטריורי – נובע מהניסיון

דוגמאות

סינטטי	אנליטי	סוג הטעון	מקור התוקף
1. אחרי כל רגע בא רגע נוסף 2. המרחק הקצר ביותר בין שתי נקודות הוא קו ישר (האקסיומה של אוקלידס)	1. כל רווק הוא לא נשוי 2. כל גוף מתפשט (תופס נפח)		אפריורי
1. כל הגופים נופלים (גרביטציה) 2.	* אם מקור התוקף הוא מהניסיון הוא לא אנליטי		אפוסטריורי

לפי קאנט : המתמטיקה היא סינטטית אפריורית
 הגיאומטריה – נובעת מאינטואיציה של מרחב
 אריתמטיקה – נובעת מאינטואיציה של זה אחרי זה בזמן.
 אין סוף אקטואלי אינו חלק מהמתמטיקה

הלוגיקה לפי קאנט – הלוגיקה קובעת מה הוא ניסיון (לא כל מה שקיים הגיוני)
 מבדיל בין דברים לכשלעצמם ובין המיון שלהם דרך קטגוריות טרנסדנטאליות להגדרה של הניסיון
 הלוגיקה לפי פרמנידס – ההיגיון הוא הוויה של הממשות

המתמטיקה אחרי תקופתו של קאנט
 התגלתה הגאומטריה הלא אוקלידית ע"י גאוס (מספרים דמיוניים ומורכבים) פורסם מאורח יותר ע"י לובצ'בסקי
 ובולאי

תורת הקבוצות – בסוף המאה ה-19 מתמטקאי בשם קנטור – הכניס את אין סוף האקטואלי לתוך המת

הרצאה 7

המתמטיקה נובעת מהניסיון ומאחר והאין סוף האקטואלי הוא אידאה (קנטיאנית) של התבונה ולכן הוא לא נכלל במתמטיקה הגאומטרית (האוקלידית) נובעת מאינטואיציה של המרחב והאריתמטיקה נובעת מהאינטואיציה של מספרים סודרים – זה אחרי זה בזמן.

G Cantor : מתמטיקאי - חקר הקבוצות (האין סופיות והסופיות) הוא הגדיר שוויון מספרי (אקוולנציה) של שתי קבוצות – מתקיים כאשר על כל איבר בקבוצה אחת קיים איבר יחיד (חד חד ערכיות) בקבוצה השנייה – נכון עבור קבוצות סופיות
עבור קבוצות אין סופיות יוגדר לפי התאמה חד חד ערכית בין איברים בשתי הקבוצות \aleph_0 עוצמת הטבעיים (מספר מונה)
 \aleph עוצמת הרצף

משפט : עבור כל קבוצה S , קבוצת כל קבוצות החלקיות U_S גדולה יותר.

הוכחה : נניח שיש התאמה חד חד ערכית φ בין איברי S לאיברי U_S , אזי כל איבר s של S או שהוא איבר בקבוצה המתאימה לו u_s כלומר $s \in u_s$ ויקרא איבר מסוג ראשון, או $s \notin u_s$ ויקרא איבר מסוג שני
נסתכל על קבוצת כל האיברים מסוג שני – שתסומן ב u^* האיבר שמתאים לה (בן זוגה) לפי φ יסומן ב s^* .

s^* הוא מסוג ראשון $s^* \in u^*$ או מסוג שני $s^* \notin u^*$

1. נניח כי $s^* \in u^*$ כלומר מסוג ראשון – סותר את ההגדרה של u^*

2. נניח כי $s^* \notin u^*$ כלומר מסוג שני – הוא חייב להימצא לפי ההגדרה ב u^* - סתירה !!!

מסקנה : אין העתקה φ שכזאת.

הפרדוקס של Russell : נניח קיום שתי קבוצות קבוצות מסוג ראשון – מכילות את עצמן בתור איבר – דוגמא קבוצת כל הקבוצות האין סופיות קבוצות מסוג שני – אינן מכילות את עצמן בתור איבר – לדוגמא קבוצת כל הקבוצות הסופיות

נסתכל על קבוצת כל הקבוצות מסוג שני U , U או איבר ב U (סוג ראשון) או U אינה איבר ב U (סוג שני)
נניח $U \in U$ קימת סתירה ביחס להגדרה של U (בקבוצת כל הקבוצות שאינן מכילות את עצמן כאיבר)
נניח $U \notin U$ היא צריכה להיות שייכת ל U - קימת סתירה! - זה בניגוד להגדרתה כקבוצת כל הקבוצות שאינן מכילות את עצמן.

מסקנה : הלוגיקה אינה פועלת על אין סוף אקטואלי

מספרים סודרים - הימוספרה הימינית
מספרים מונים – הימוספרה השמאלית

מבצעים ניסוי –

הימוספרה הימינית - מציגים על מסך למשך זמן קצר מספר אורות
הימוספרה השמאלית – מציגים על מסך הבזקים קצרים מאוד אחד אחרי השני של אורות – הנבדקים סופרים אותם תוצאות הניסוי

1. מתאם שלילי קטן בין ציוני הקורס לציון על ההימוספרה הימינית
2. מתאם חיובי גדול בין ציוני הקורס לציון על ההימוספרה השמאלית
3. מתאם שלילי גדול יותר- בין הציון בקורס על העדיפות של ההימוספרה הימינית (ההפרש בין ציוני התקן על המבחן להימוספרה הימינית לבין הציון על המבחן בהימוספרה השמאלית).

משמעות התוצאות :

היוצרות תהליך אלכסוני

1. ההימוספרה הימינית יוצרת קבוצה אין סופית אקטואלית S של כל האיברים בעלי תכונה מסוימת P . במקרה של פרדוקס Russell התכונה P – היא להיות קבוצה שאינה מכילה את עצמה כאיבר) - שלב זה קשור למתאם חיובי קטן עם ההימוספרה הימינית
2. ההימוספרה השמאלית מוציאה איבר נוסף בעל התכונה P אבל איננו איבר של S , איבר זה הוא S עצמה (במקרה של הפרדוקס : הקבוצה של כל הקבוצות שאינן מכילות את עצמה) – קשור למתאם חזק עם פעילות ההימוספרה השמאלית (תוצאה 2)
3. בשלב זה ההימוספרה הימינית שבנתה את S מתנגדת לכך (קונפליקט קוגנטיבי) והשמאלית צריכה לדכא אותה- קשור למתאם שלילי גדול לעדיפות של ההימוספרה הימינית(ההימוספרה הימינית ממתפת בתהליך

פעמיים פעם ראשונה בבנית הקוצב S הקשורה במתאם חיובי קטן עם היעילות של ההמוספרה הימנית ופעם שניה בהתנגדות לפרוק של S ושם יש מתאם שלילי גדול עם יעילות ההמוספרה הימנית מתאם שלילי גדול פחות מתאם חיובי קטן נותן מתאם שלילי קטן) וחיובי גדול עם פעילות ההימספרה השמאלית . המוח בנוי כדי לקלוט את הניסיון , כאשר יוצאים מתחום הניסיון נוצר הפרדוקס קבוצה אין סופית – היא קבוצה שקיימת בה התאמה חד חד ערכית עם קבוצה חלקית ממש שלה

דרכים למניעת פרדוקסים
אי יצירה של אין סוף אקטואלי
אי יצירה של קבוצות מתוך איסוף קבוצות .

הרצאה 8

לפי קאנט המת' נובעת מההסתכלות (הגיאומטריה נובעת מההסתכלות על המרחב , ואריתמטיקה מההסתכלות על זמן)- סינטטי אפריורי

האריתמטיקה של פאנו peano :

מושגים יסודיים : מספר טבעי, 1
 יחסים : יחס העוקב המידי (לבוא אחרי)

אקסיומות :

1. 1 הוא מספר טבעי
 2. לכל מספר טבעי n יש עוקב n'
 3. 1 איננו עוקב של אף מספר טבעי
 4. אם $m' = n'$ אזי $m = n$
- * אין מעגלים (אחרת תהיה סטירה ל-3 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ המספר הקודם ל-3 $5 = 2, 4 = 1, 3 = 1$)

5. אכסיומת האינדוקציה, אם תכונה P נכונה עבור 1, ואם מניחים ש P נכונה עבור n כל שהוא גורר נכונות P עבור n' אזי P נכונה לכל מספר טבעי

הגדרת חיבור :

1. עבור כל n $n + 1 = n'$
2. נניח שהגדרתנו את $n + m$ אז $(n + m)' = n + m'$

הגדרת הכפל :

1. עבור כל n מתקיים $n \cdot 1 = n$
2. נניח שהגדרנו את $n \cdot m$ אז נגדיר $(n \cdot m)' = n \cdot m + n$

גוטלוב פרגר – Gottlob Frege - מתמטיקאי ופילוסוף שביסס את המת' למספרים מונים ולא רק על מספרים סודרים ביסס את המת' על הלוגיקה (אנליטית אפריורית) תוך ניסיון להתגבר על הפרדוקסים של תורת הקבוצות (בקבוצות אין סופיות).
 התנגד לשימוש באינטואיציה

תורות הקבוצות לפי הלוגיקה של פרגר

תחשיב אפרדיקטים (תחשיב לוגי) -

1. א, ב ... (עצמים מוחשיים שמשמשים כסמלים)
2. נוסחאות - סדרות של סמלים
3. נוסחאות תקינות - נוסחאות שהאותיות שלהן מאורגנות בסדר מסוים שמוגדר בדרך כלל באינדוקציה
4. כלל היסק : כללים לקבלת נוסחאות חדשות מתוך נוסחאות קיימות
5. אכסיומות : קבוצה קבועה של נוסחאות
6. הוכחות : סדרות של נוסחאות שכל אחת מהן היא או אקסיומה או התקבלה באינדוקציה מקודמות לה
7. משפט : נוסחא אחרונה בהוכחה

פרדיקאליים : טענה על n - יה סדורה של איברים
 דוגמא :

- למשל $x > 1$ פרדיקט מסדר ראשון - מגדיר קבוצה $f(x)$
- למשל $x > y$ פרדיקט מסדר שני - מגדיר רלציה (יחס דו מקומי) בין שתי קבוצות $g(x,y)$
- למשל $x + y = z$ פרדיקט מסדר שלישי מגדיר פעולה $h(x,y,z)$

תחשיב אפרדיקטים של פרגר :

1. א, ב ...
- סימני עזר טכניים : (), [], ' ,
- קשרים לוגיים : \rightarrow (גרירה) \leftrightarrow (שקילות) \neg (שלילה) \cup (איחוד - או) \cap (חיתוך - וגם) \forall (כמת כולל- כל) \exists (כמת קיום - יש)

משתנים פיסוקיים (המציגים נוסחאות שלמות) A, B, C מתחילת א ABC

משתנים אינדיבידואלים x, y, z מסוף ה ABC

משתנים פרדיקאטים : F, G, H מאמצע ה ABC

קבועים פרדיקאטים : $=, +, <$

קבועים אינדיבידואלים : $2, 1, 0$

3. הגדרה של נוסחאות תקינות (הגדרה באינדוקציה) משתנה פסוקי הוא נוסחא תקינה ומשתנה פרדיקאטי הוא נוסחא תקינה

יהי F משתנה פרדיקאטי אזי : $F_{(x_1, x_2, \dots, x_n)}$ הוא נוסחא תקינה עבור x_1, x_2, \dots, x_n משתנים אינדיבידואלים .

אם A ו- B נוסחאות תקינות אזי $\neg A, A \leftrightarrow B, A \rightarrow B, (\forall x)A, (\exists x)A$ הן תקינות

דוגמא : $(\exists x)[[A \leftrightarrow B] \rightarrow A]$

4. כללי הסק : דוגמאות

1. כלל ריתוק הרישא – אם קימת טענה A ו- $A \rightarrow B$ המסקנה היא B $\langle A; [A \rightarrow B], B \rangle$

2. כלל ההצבה – אם קיימת טענה A ניתן להציב נוסחא חלקית C במקום כל מופע של נוסחא חלקית B

בנוסחא A $\int_C^B A$

5. אקסיומות : דוגמאות

1. $A \rightarrow [B \rightarrow A]$ (טענה נכונה תמיד נובעת מכל טענה אחרת)

2. $[A \rightarrow [B \rightarrow C]] \rightarrow [[A \rightarrow B] \rightarrow [A \rightarrow C]]$ דיסטרביוטיביות

3. $[\neg A \rightarrow \neg B] \rightarrow [B \rightarrow A]$

6. ההוכחות – מתבצעות ע"י כללים לוגיים מובהקים – ללא שימוש באינטואיציה

דוגמא : משפט $A \rightarrow A$

נשתמש באקסיומה $A \rightarrow [B \rightarrow A]$, ובאקסיומה $[A \rightarrow B] \rightarrow [A \rightarrow C]$ $[A \rightarrow [B \rightarrow C]] \rightarrow [[A \rightarrow B] \rightarrow [A \rightarrow C]]$

נשתמש בכלל הצבה : נציב A במקום C ונקבל : $[A \rightarrow [B \rightarrow A]] \rightarrow [[A \rightarrow B] \rightarrow [A \rightarrow A]]$

נשתמש בכלל ריתוק הרישא $[A \rightarrow B] \rightarrow [A \rightarrow A]$

כלל ההצבה : נציב $[B \rightarrow A]$ במקום B $[A \rightarrow [B \rightarrow A]] \rightarrow [A \rightarrow A]$

ומכלל ריתוק הרישא מקבלים $[A \rightarrow A]$

משפט : הירח עשוי מגבינה ירוקה
הוכחה :

1. המשפט בא נכון

2. המשפט הקודם איננו נכון

3. הירח עשוי מגבינה ירוקה

קיימות האפשרויות הבאות בלבד

א. אף משפט מבין השלושה איננו נכון

ב. משפט אחד בלבד נכון

ג. שני משפטים בלבד נכונים

ד. כל שלושת המשפטים נכונים

נניח א' – אף משפט אינו נכון – אז 2 נכון – סתירה

נניח ד' – כל המשפטים נכונים – אז 2 אינו נכון – סתירה

נניח ג' –

אפשרות 1 : 1-ו- 2 נכונים אם 1 נכון אז 2 נכון – ואז אם 2 נכון 1 לא נכון – כלומר שאם 1 נכון אז 1 אינו נכון – סתירה

אפשרות 2 : 2 ו- 3 נכונים – אז 1 אינו נכון מה שגורר ש 2 אינו נכון – סתירה

אפשרות 3 ו- 1 3 נכונים – אז 2 אינו נכון מה שאסוטר את טענה 1 ש 2 נכון – סתירה

לכאן אפשרות הנותרת היא ב' :

אם 1 נכון אז בהכרח 2 נכון – סתירה

אם 2 נכון אז גם מספר 1 אינו נכון כלומר 2 אינו נכון – סתירה

לכן 3 חייב להיות נכון

הרצאה 9

פרגר ביסס את המת' על פרדיקטורים (תכונות) ובכך דמה לאפלטון (קיימם רק תכונות (אידיאות) – כל עצם מוחשי הוא רק צל חיזור של הרעיון)
מושגי יסוד : קבוצה

יחס יסוד : להיות איבר של קבוצה - $x \in y$ = הקבוצה x היא איבר של הקבוצה y .

הגדרת שוויון : שתי קבוצות שוות באם יש להן בדיוק אותם איברים $[(\forall z)[z \in x \leftrightarrow z \in y] \leftrightarrow (x = y)]$

אקסיומת ההקפיות : שתי קבוצות שוות הן איברים בדיוק באותם קבוצות $(\forall x)(\forall y)[(x = y) \leftrightarrow (P_x \leftrightarrow P_y)]$

אקסיומת ההפשטה : עבור כל פרדיקט קיימת קבוצת כל האיברים המקיימים אותו. $(\exists y)(\forall x)[(x \in y) \leftrightarrow P_x]$.

• החלק של הקיום $(\exists y)$ הוא החלק הפלטוניסטי של תורת הקבוצות של פרגר (תכונות וקבוצות שקולות זו לזו)

הגדרת הקבוצה הריקה \emptyset : $x \in \emptyset \leftrightarrow \neg[x = x]$, $[P_x \leftrightarrow \neg[x = x]]$

משפט : הקבוצה הריקה היא יחידה

הוכחה נובעת מהגדרת שיוון $\{\emptyset\}$

הקבוצה האוניברסלית U – קבוצת כל הקבוצות $x \in U \leftrightarrow [x = x]$

הגדרת הקבוצה R או Russell : R היא קבוצת כל הקבוצות שאינן מכילות את עצמן מכילות את עצמן

$[(x \in R) \leftrightarrow \neg[x \in x]]$

לא יתכן כי $R \in R$ כי כל אברי R אינם מכילים את עצמם כאיבר , כלומר $\neg[R \in R]$ ולכן R מקיימת את דרישת

איברי R ולכן $R \in R$ - סתירה

הגדרת המושג מספר טבעי באינדוקציה :

0 הוא קבוצת כל הקבוצות הריקות (בת איבר אחד) $0 = \{\emptyset\}$

הגדרת העוקב x' של קבוצה x כל שהיא : העוקב של x היא קבוצה המתקבלת ע"י כל ההוספות האפשריות אחד בדיוק לכל איברי x

דוגמא :

העוקב של $0 = \{\emptyset\}$ הוא קבוצת כל הקבוצות בעלות איבר הדיוק שתסומן ב 1, $0' = 1$

הגדרת הקבוצה N של כל המספרים הטבעיים .

N הוא החיתוך של כל הקבוצות x בעלות התכונות

א. $0 \in x$

ב. אם $n \in x$ אז גם $n' \in x$

קונסטרוטיביזם : טוענים אנו בונים את המת' – למת' אין קיום בלעדנו – האין סוף אינו קיים (נכון גם לקבוצת כל הקבוצות)

הגישה הקונסטרוטיביסטית : אנו בונים את המת' במושגים שבנינו קודם –

הגדרה חייבת להיות פרדיקטיבית - כאשר מגדירים מושג לא ניתן להשתמש במושג המוגדר לצורך ההגדרה .

הגדרת קבוצת כל הקבוצות אינה פרדיקטיבית – מאחר ומניחים שהיא קיימת לפני שהגדרנו אותה (היא כוללת את עצמה)

הגישה הפלטוניסטית – מותר להשתמש בהגדרות לא פרדיקטיביות מאחר ואנחנו מגלים את המת' ולא בונים אותה - המת' הקיימת בלעדנו ובלי תלות בנו ולא ממצאים או בונים אותה

דוגמא של Ransley : הסטודנט הגבוה ביותר בכיתה הזו - זו הגדרה לא פרדיקטיבית , אבל הסטודנט קיים

הלוגיקה של אריסטו נכונה רק לקבוצות סופיות ישנו הכלל – השלם גדול מחלקו

: Quine : New foundation

קבוצות קנטוריות : קבוצות אין סופיות רגילות

קבוצות לא קנטוריות : למשל קבוצת של הקבוצות , הקבוצה של רסל – בעלות תכונות שונות

תורת הקבוצות האכסיומטיות – לא קיימת המילה כל – לא מאפשרת הכללה .

תורת המחלקות – בונים הגדרה של מחלקה שאינן יכולות להיות איברים במחלקות - כגון מחלקת כל הקבוצות . - המכלל אינו יכול להיות עצם

הרצאה 10

אקסיומת האין סוף :
קיימת קבוצה אין סופית אחת לפחות, והיא קבוצת על המספרים הטבעיים

המת' לפי קאנט
אונטולוגיה : קיימת בתודעה – אונטולוגיה קונצפטואליסטית
סיווג קאנטיאני : סינטטי אפריורי
אריתמיקה : נבעת מאינטואיציה של זמן – מספרים סודרים
היחס לאין סוף : קיים פוטנציאלי בלבד
היחס ללוגיקה : כל שיקול לוגי ניתן להצגה במרחב ובזמן – לכן מותר להשתמש בו במת'

הלוגיזם (פרגר)
אונטולוגיה : פלטוניזם
סיווג קנטיאני : אנליטי אפריורי
אריתמטיקה : מספרים מונים בלבד
היחס לאין סוף : קיים אין סוף אקטואלי – ניתן ליציג אין סוף פוטנציאלי מסדר באברי קבוצה אין סופית אקטואלית
היחס ללוגיקה : המת' בנויה מהלוגיקה (בדומה לפרמנידס אך רק עבור המת')

(נאו)איטואיציוניזם (brower) :
בראור : מת' הולנדי מראשית המאה ה-20 – ביסס את המת' רק על אינטואיציה של זמן (וללא קשר לאינטואיציה של מרחב מכיוון שלא ניתן לדעת האם המרחב הוא אקולדי)- ובדומה לקנאט השתמש במספרים סודרים בלבד – תיאר את הגיאומטריה בצורה אנליטית
טען שהשפה אינה יכולה לתאר את המת'
ביטל את תורת הקבוצות – ובכך נמנע מהפרדוקסים

אונטולוגיה : קיימת בתודעה – אונטולוגיה קונצפטואליסטית
סיווג קאנטיאני : סינטטי אפריורי
אריתמיקה : נובעת מאינטואיציה של זמן – מספרים סודרים בלבד
היחס לאין סוף : קיים פוטנציאלי בלבד
היחס ללוגיקה : כלל השלישי הנמנע אינו ניתן לגילום בזמן לכן אסור להשתמש בו בהוכחת בשלילה (טענה שלילת נכונה לא ניתנת להוכחה בזמן)

כלל השלישי הנמנע : כל טענה היא או נכונה או לא נכונה (– נובע מהאינטואיציה של המרחב)

אולטרה – איטואיציוניזם
 $10^{10^{10}}$ לא קיים – מנסין וולפין – מאחר ולא ניתן לספור עד אליו

פרדוקס הקרח של זנון
אם תיפול שיערה מראשו של אדם שאינו קרח – הוא עדיין ישאר לא קרח
איך זה שיש קרחים ??

נניח כי התחשיב של Peano חסר סתירה שיסומן P , נסתכל בתחשיב $P_1 = P \cup \{x > 1\}$ כאשר x סמל חדש שאיננו

בתחשיב P

אזי P_1 חסר סתירה יש לו מודל בו $x = 2$ באינדוקציה $P_2 = P \cup \{x > 2\}$ חסר סתירה

בלי תלות במודל הקודם ניקח מודל בו $x = n$ ונגדיר $P_{n+1} = P \cup \{x > n\}$ עבור כל n טבעי P_n חסר סתירה

$$P_\infty = \bigcup_n P_n$$

לכן גם P_∞ חסר סתירה, נניח שיש בו הוכחה של משפט A וגם של משפט $\neg A$

כל הוכחה מתקבלת ע"י מספר סופי של אקסיומות ומספר סופי של שימושים בכללי הסק לכן הוכחת הסתירה מתקבלת מתוך מספר סופי של אקסיומות. כל אקסיומה נלקחה מתוך איזשהו P_n לכן יש N החוסם של כל ה- n ים האלה. לכן יש סתירה ב- P_N . סתירה לכן ההנחה הבאה חסרת סתירה קיים x טבעי $x > n$ לכל n . – כלומר $x > n$ עבור כל n סופי ולכן x הוא טבעי אין סופי

הרצאה 11

בראור - מתייחס למתמטיקה בתור קבוצות של מספרים סודרים – באמצעות אינטואיציה של זמן בלבד
מגדיר קבוצה אין סופית (פוטנציאלי) באמצעות של אלגוריתם על מספרים טבעיים

מקורות הידע האנושי :

1. החושים – סינטטי אפוסטריורי
2. הלוגיקה – אנליטי אפריורי
3. אינטואיציה של מרחב וזמן – סינטטי אפריורי

אחרי שהתגלתה הסתירה של ראסל בתורת הקבוצות שלו פרגר ניסה לבנות תיאוריה חדשה – בה הוא לא התייחס לחושים (מטעים) לוגיקה (הלוגיקה משתמשת בשפה והשפה משתמשת במושגים של דברים שאינם קיימים) אין דבר כזה כוכב – קיים יופיטר מרקורי ... אבל המושג הכללי אינו קיים – תואם ל"אין סוסיות יש סוסים) (ומהזמן) אם הזמן הוא ליניארי האינטואיציה של הזמן אינה מוסיפה לנו שום מידע מעבר לאינטואיציה של מרחב) לכן ביסס את כל המת' על אינטואיציה של מרחב בלבד
דומה מאוד לתפיסה של קאנט רק שהוא מחשיב את האינטואיציה של זמן מתוך אינטואיציה של מישור הוא בנה את המספרים המרוכבים

הגיאומטריזם של פרגר – המת' נובעת מאינטואיציה של מרחב בלבד .
אונטולוגיה – קונצפטואליזם
אריתמטיקה – לא מספרים מונים ולא סודרים אלא יחס גיאומטרי (מתוך דמיון משלושים)
היחס לאין סוף – אין סוף אקטואלי שנוע מאינטואיציה של מרחב
היחס ללוגיקה – מותר להשתמש בלוגיקה במת' כולל כלל השלישי הנמנע .

פורמליזם –
הילברט – מתמטיקאי גרמני חי בתקופת מלחמת העולם השנייה
ביסס את המת' על הלוגיקה – המת' היא הסמלים בנוסחאות (בניגוד לפרגר שקבע שהמת' היא המשמעות של הנוסחאות)
התעסק בשאלה איך ניתן להציג את המת' אחרי הפרדוקס של ראסל (בתורת הקבוצות) ?
" אף אחד לא יגרש אותנו מגן העדן של קנטור "

תוכנית הילברט

הרצאה 12

האסכולה הפורמליסטית של הילברט David Hilbert (אסכולה נומינליסטית) הילבט הסכים עם קנט כי המת' קשורה עם הניסוח מושג האין סוף אינו נמצא בניסיון לכן אינו שייך למת'. בסיק שמסמלים המת' הם עצמים קונקרטים (ממשיים)

רמה 1 :

- א. המת' אלמנטארית אינטואיטיבית פיניטיסטית כמתים חסומים $(\exists x < n) F(x) (\forall x < m) F(x)$,
 ב. אסור להסתמך בסימן השלילה – אם נשתמש בסימן שלילה על תחום סופי מקבלים את המשלים שלו ומקבלים תחום אין סופי.
 ג. אסור להשתמש בהוכחות בשלילה.
 ד. אין אין סוף אפילו לא פוטנציאלי

רמה 2 – המתמטיקה

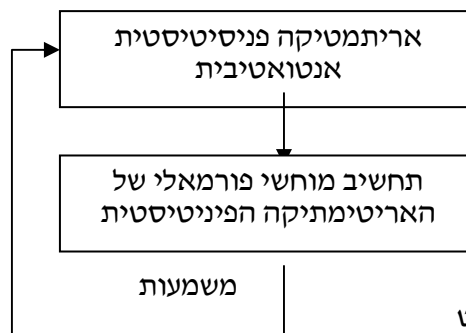
תחשיב פורמאלי של המת'

נוסחאות מוחשיות, ובנית נוסחאות נוספות ע"י קומבינטוריקה של עצמים χ (כללי הסק).
 משתמשים ברמה אחת כדי להוכיח כי ברמה 2 אין סתירות. כלומר אין הוכחות גם של נוסחא A וגם של $\neg A$ – אמת מתמטית היא חוסר סתירה של רמה 2.

רמה 3 – המשמעות

המשמעות יכולה להיות גם העולם הפיסיקאלי וגם משהו שקיים בתודעה הפרטית של האדם (אידיאה קנטיאנית - בניגוד לפרגר שראה את המשמעות כאידיאה פלוטוניסטית)
 אם אין סתירה בנוסחאות ברמה 2 אין סתירה גם במשמעות – ולכן מותר להכניס ברמה 2 גם סמלים של עצמים מוחשיים המייצגים את השלילה

תוכנית הילברט



גידל Godel : הפריך את תוכנית הילברט

משפט אי השלמות של Godel :

גידל נתן לכל אות של התחשיב (קבוצה סופית של אותיות) קוד מספרי – בדומה ל - הוא סידר את כל הנוסחאות לפי סדר מילנוני ונתן לכל אחת מהן את המספר הסודר המילוני בתור קוד מספרי – מספר גידל של הנוסחא (ניתן גם לקבוצות של נוסחאות)

גידל הוכיח כי הפרדיקט " X הוא מ"ג (מספר גודל) של הוכחה של הנוסחא בעלת מ"ג Y " הוא פרדיקט רקורסיבי (

כלו ר קיים אלגוריתם שבודק עבור כל X ו-Y הם התענה נכונה : $(\leftrightarrow F_{(x,y)} \leftrightarrow R_{(x)} \leftrightarrow R_{(r)})$

בעזרת הפרדיקט הנ"ל ניתן לבנות את הפרדיקט הרקורסיבי הבא שיסומן $R_{(x)}$

1. X הוא מ"ג של פרדיקט $P_{(y)}$ בעל מ"ג p ואין הוכחה ל $P_{(p)}$.

2. יהי r מ"ג של $R_{(y)}$ אזי ל $R_{(r)}$ אין הוכחה. (כי אם יש הוכחה זה בניגוד לטענה כלפי $R_{(r)}$) - אבל גם לשלילה

של $R_{(r)}$ (כלומר $\neg R_{(r)}$) אין הוכחה – כי אילו היתה הוכחה ל $\neg R_{(r)}$ אז לטענה " לא נכון כי ל $R_{(r)}$ אין

הוכחה " היתה מתקיימת כלומר היתה הוכחה ל $R_{(r)}$ - וזאת למרות ההנחה כי לשלילה יש הוכחה

שקול לפרדוקס ראסל – מכיוון שפרדיקט מייצג קבוצה של כל המספרים הטבעיים המקיימים אותו שבמקרה זה

הינם מ"ג של פרדיקטים אחרים – אנלוגי ל"קובות כל הקבוצות שאינן מכילות איבר של עצמן"

חוסר שלמות (בדומה לפרדוקס השקרן)

לא ניתן להוכיח שפרדיקט שמכיל את מ"ג של עצמו

טענה שאין לה הוכחה השלילה שלה תהא חסרת סתירה

סיכום

יוונים	פיתגורס- פתגוריאנים	פרמינדס (מליסוס) האלאים	סופיסטים – גורגיאס
אונטולוגיה- תורת הידיעה	מספרים טבעיים	מבנים לוגיים – (קדם פלטוניזם) ההגיון הוא קנה מידה של הממשות (הניתן לחשיבה ניתן להווייה – לאו דווקא הגיוני – אפלטון)	אין שום דבר – קונספטואליזם (האדם הוא המקור לכל הדברים)
אפיסטמולוגיה – תורת הידיעה	תורת המספרים	ידע לוגי	שום דבר
חושים	?	לא נותנים מידע	אי אמון בחושים
לוגיקה	?	יחס חיובי	אי אמון בלוגיקה
סווג קנטיאני	-	-	-
אריתמטיקה	מספרים סודרים) טבעיים (-?) לא ידוע היחס למספרים מונים)	-	אי אמון במת' – דרך נקודה במעגל יכולים לעבור שני משיקים) במת' יש סטירות)
אין סוף	?	-	אי אמון במת'

	האטומיסטים	קאנט – מת'	ברואר – אינטואיציוניזם
אונטולוגיה- תורת הידיעה	נומינליסטים – עצמים מוחשיים	קונספטואליזם	קונספטואליזם (מבוסס על תפיסה של זמן בלד תוך ויתור על תפיסה של מרחב)
אפיסטמולוגיה – תורת הידיעה	תפיסה חושית	ידע סובייקטיבי	ידע סובייקטיבי
חושים	מידע חושי אמין	ידע סובייקטיבי	המת' לא נובעת מהחושים
לוגיקה	העדפת החושים על הלוגיקה במידה וקיימת סטירה	מותר להשתמש בלוגיקה – אך המת' אינה נובעת מהלוגיקה	המת' לא נוסעת מהלוגיקה
סווג קנטיאני	-	סינטטי אפריורי	סינטטי אפריורי
אריתמטיקה	-	מספרים סודרים	מספרים סודרים
אין סוף	-	פוטנציאלי בלבד (אין סוף אקטואלי הוא אידאה)	פוטנציאלי בלבד – אין קבוצות רק הצגה של קבוצות בתור סדרות
היחס להוכחות בשלילה		מותרות	לא ניתן לגלם את כלל שלישי נמנע בזמן – לכן אסורות (המשלים לא מוגדר)

הילברט - פורמליזם	פרגר (המוקדם) לוגיזם	פרגר (המאוחר) - גאומטריזם	
נומינליזם	פלטוניזם – עבור כל פרידקת קיימת קבוצת כל האיברים מקיימים את הפרדיקת	קונספטואליזם (מבוסס על תפיסה של מרחב בלבד)	אונטולוגיה- תורת הידיעה
ידע חושי	ידע לוגי (מבנים לוגיים)	ידע סובייקטיבי	אפיסטמולוגיה – תורת הידיעה
מקבל את עדות החושים – אינטואיציה של עצמים מוחשיים	המת' לא נובעת מהחושים	אי אמון בחושים	חושים
מותר שימוש בלוגיקה	הבסיס למת'	לא הצלחנו עדיין לבנות לוגיקה מושלמת	לוגיקה
סינטטי אפוסטריאורי	אנליטי אפריורי	סינטטי אפריורי	סווג קנטיאני
מספרים סודרים (סדר בין עצמים מוחשיים)	מספרים מונים	יחס גיאומטרי	אריתמטיקה
פינטיזם – קיים רק ברמת המשמעות	אקטואלי פוטנציאלי – מבוסס על סדר בקבוצה אין סופית אקטואלית	אין סוף אקטואלי – אבל נובע מאינטונאציה של מרחב	אין סוף
אסורות הוכחות בשלילה בבניית רמה 2 מתוך רמה 1	מותרת	מותרות	היחס להוכחות בשלילה