קבועים:

$M_{\odot} = 2\cdot 10^{33}[gm]$

$R_{\odot} = 6.96\cdot 10^{10}[cm] \simeq 700,000[km]$

$L_{\odot} = 3.84\cdot 10^{33}[erg\cdot \sec^{-1}]$

$T_{\odot} = 5800[K^{\circ}]$ Surface

$T_{\odot} = 15,600,000[K^{\circ}]$ Center

$M_{\oplus} = 5.977\cdot 10^{27}[gr]$

$R_{\oplus} = 6.378\cdot 10^{8}[cm]$

מרחק כדוה"א מהשמש:

$1.15\cdot 10^{13}[cm] = 1.5\cdot 10^{8}[Km] = 1[Au]$

99.8% ממסת מערכת השמש מצוייה בשמש

התחום הנראה: $3600[A^{\circ}] \le \lambda \le 7200[A^{\circ}]$

$1[Ly] = 0.9461\cdot 10^{18}[cm]$

$1[Pc] = 1[Au]/1'' = 3.086\cdot 10^{18}[cm] = 3.262[Ly]$

$1^{\circ} = 2\pi/360 = 0.01746[rad]$

$1' = 2.9\cdot 10^{-4}[rad]$

$1'' = 4.85\cdot 10^{-6}[rad]$

$K_B = 1.38\cdot 10^{-23}[K^{\circ -1}\cdot Joul] = 1.38\cdot 10^{-16}[K^{\circ -1}\cdot erg]$

$G = 6.742\cdot 10^{-8}[cm^3\cdot s^{-2}\cdot gr^{-1}]$

$h = 6.2626\cdot 10^{-27}[erg\cdot s]$

$\sigma = \frac{4\pi^5 K_B{}^4}{15c^2h^3} = 5.6704\cdot 10^{-5}[erg/Sec\cdot cm^2\cdot K^{\circ 4}]$

השמש היא כוכב טיפוסי.קרבתה מאפשרת בחינה מדוקדקת של תאוריות מבנה הכוכבים.

c=299,792,458[m/Sec]

$hc = 12400$

$10^7[erg] = 1[Joule]$

$1[erg] = 6.242\cdot 10^{11}[eV]$

$m_pc^2 = 938.3[MeV]$

$m_ec^2 = 0.511[MeV]$

רק כוכבים עם $M \ge 0.08M_{\odot}$ מפיצים אור. היקום הוא בן 13.7 ± 0.2 מיליארד שנה. הכוכבים הראשונים הוצרו כאשר היקום היה בן 200 מיליון שנים

יחסות פרטית במימד אחד:

$$\boxed{\begin{matrix} x' = \gamma(x - vt) \\ t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2}) \end{matrix}}\ \boxed{\begin{matrix} x = \gamma(x' + vt) \\ t' = \gamma(t + \frac{vx}{c^2}) \end{matrix}},\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},\ \beta = \frac{v}{c}$$

במרחב ה4 מימדי (x,y,z,it):

$$\boxed{\begin{matrix} \vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}(\frac{\vec{x}\cdot\vec{v}}{\vec{v}^2}(\gamma - 1) - \gamma t) \\ ct' = \gamma(ct - \frac{\vec{x}\cdot\vec{v}}{c}) \end{matrix}}\ \boxed{\begin{matrix} \vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}(\frac{\vec{x}\cdot\vec{v}}{\vec{v}^2}(\gamma - 1) + \gamma t) \\ ct' = \gamma(ct + \frac{\vec{x}\cdot\vec{v}}{c}) \end{matrix}}$$

חיבור מהירויות :

$$\boxed{\vec{v}_{1,2} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{1 + \frac{\vec{v}_1\cdot\vec{v}_2}{c^2}}}$$

אנרגייה כוללת: $E^2 = P^2c^2 + (mc^2)^2$

אנרגייה קינטית: $E_K = (\gamma - 1)mc^2$

תנע: $\vec{P} = \gamma m\vec{V}$. **אפקט דופלר**: התרחקות (הסטה לאדום) $\lambda' = \lambda\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ התקרבות (הסטה לכחול) $\lambda' = \lambda\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$

כתמי שמש

ע"פ השמש ישנם שדות מגנטיים לא אחידים.הלחץ לעומת זאת,אחיד על פניה. הלחץ נוצר מהטמ"פ ומהשדות המגנטיים. לפיכך הטמפרטורה על פני השמש לא אחידה,ומתקיים:

$$P = Const = \frac{|\vec{B}|^2}{8\pi} + nK_BT$$

כתם שמש הוא אזור בו הטמ"פ נמוכה יותר.

הזוהר הצפוני (Aurora)

אל כדוה"א מגיעים חלקיקים טעונים מהשמש. השדה המגנטי מפעיל עליהם כוח לורנץ,כך שמתקיים: $|\vec{F}| = |q\vec{V}\times\vec{B}| = \frac{m\vec{V}^2}{r} = \frac{|\vec{P}|}{r}$

כתוצאה מכוח לורנץ נעים חלק מן החלקיקים בצורה ספירלית לכיוון הקטבים,ונכנסים לאטמוספירה הצפופה יותר. החלקיקים מתנגשים באטומי האטמוספירה ויוצרים עירור,שכתוצאה ממנו נפלט אור.

חורים שחורים

קרינת גוף שחור: $L = 4\pi R^2\sigma T^4[eV/Sec]$

$Flux = \frac{L}{4\pi D^2}[eV\cdot cm^2/Sec]$

חוק ווין:**אורך הגל המקס' שגוף פולט**: $\lambda_{\max} = \frac{2.898\cdot 10^7[A^{\circ}]}{T[k^{\circ}\cdot m]}$

חוק ווין עבור תדירות: $\nu_{\max} = 5.8810^{10}[T]$

טמפ' כוכב במערכת השמש בש"מ תרמי: $T_E = T_{\odot}\left(\frac{R_{\odot}}{2D}\right)^{1/2}$

(D הוא המרחק מהשמש).

$U(T)$אנרגייה קרינתית ליח' נפח. $U(\lambda,T) = cU(\nu = (c/\lambda),T,)/\lambda^2$

קרינת הגוף השחור מקיימת: $u(\lambda,T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda KT} - 1}$

שטף האנרגייה ליח' זמן,זווית מרחבית,באינטרוול dvסביב v

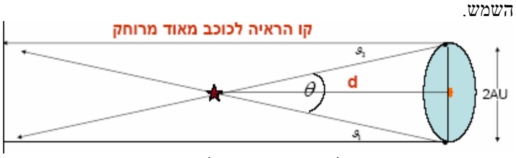
$$I(\nu,T) = \frac{c}{4\pi}u(\nu,T)d\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{hc/K_BT} - 1}$$

חוק סטפן-בולצמן: פליטת אנרגיית קרינה מיח' שטח ליח' זמן:

$j = \sigma T^4$ **ובסה"כ** $L = A\sigma T^4$ (A שטח הכוכב)

פרלקסייה

המיקום היחסי של כוכבים בשמיים משתנה עקב תנועת כדוה"א סביב השמש.



$\theta = \theta_1 + \theta_2$. זווית הפרלקסייה $\theta_1 \simeq \theta_2$,ולכן $d \simeq \frac{2Au}{\theta} \simeq \frac{1Au}{\theta_1} \simeq \frac{1Au}{\theta_2}$

יחידת המרחק PARSEC: $pc = \frac{Au}{1''} \simeq 3.086\cdot 10^{18}[cm] \simeq 3.26[Ly]$

כושר ההפרדה הזוויתי של מכשור אופטי:

$\boxed{\theta \simeq \lambda/D}$ (אורך גל / קוטר המפתחD)

או **מרחבי** $\boxed{\Delta X = d\cdot\theta = \lambda d/D}$ (ΔX המרחק בין העצמים).

לדוגמא,כושר ההפרדה של העין: $\theta \simeq 6000[A^{\circ}]/3[mm] = 2\cdot 10^{-4} \simeq 0.7'$.

בפועל גרוע יותר בשל שבירת אור באטמוספירה, ואברציות.

דוגמא נוספת: באיזה מרחק ניתן להבחין בין 2 אורות מכונית לאור של אופנוע (המרחק בין הפנסים $\Delta X \sim 2[m]$)

$d = \Delta XD/\lambda = 200/2\cdot 10^{-4} = 10^6[cm]$

כושר ההפרדה של טלסקופים אופטיים גדולים כיום,המגיע לכ" 0.01, מאפשר מדידת מרחקים של $D < 100[pc]$ בשיטה זו.

דוגמא: מס' הכוכבים שניתן למדוד את מרחקם מהפרלקסייה שלהם אם צפיפות הכוכבים בסביבתנו היא $n_* \simeq 0.08[pc^{-3}]$:

$n_*\cdot 4\pi D^3/3 = n_*\cdot 4\pi(0.08)^3/3 = 3.35\cdot 10^5$

מיון כוכבים

א) **סדרה ראשית**: כוכבים מסוגה של השמש

ב) **ענקים אדומים**: בעלי $R \gg R_{\odot}$,בוהקים וקלים לתצפית.

ג) **ענקים כחולים:** נוצרים כשחלק ממעטפת הכוכב "נזרקת" בתהליך יצירת ענק אדום.

ד) **ננסים לבנים וכחולים**: השלב בחיי כוכב לאחר ענק אדום. לאחר התנפחות הכוכב, ערפילית המסה המקיפה אותו מתמוססת בחלל,ובמרכזו נשאר "גרעין" מסה.זהו ננס לבן. בהתאם למסתו,עשוי הננס לקרוס **לכוכב נויטרונים**.

ה) **ננס חום:**בגבול בין פלנטה (כוכב לכת) לכוכב רגיל. פולט אנרגייה מועטה.

ו) **פולסרים:**כוכבים שלא פולטים קרינה תרמית.

זמן חיים של כוכב $t = \frac{\Delta E}{L}$

כוכבים גדולים מאוד חיים זמן מועט יותר. כוכב ברדיוס של יותר מ $20R_{\odot}$ חי מיליוני שנים בודדות.

מיון צבירי כוכבים

גלקסיות ממוינות ל2 סוגים עיקריים:

א) **ספירליות**: רוב הגלקסיות.עדיין אין הסבר לצורה זו. הסברה היא כי גלקסיות אלו אינן סטטיות,וכי הזרועות מתנהגות כגל.

ב) **דיסקיות**: הסברה כי הן נוצרות מהתנגשויות גלקסיות ספירליות.

הסיבה לכך שגופים לא נשאבים למרכז הגלקסייה היא ש"מ בין הגרוויטצייה לכוח הצנטרפוגלי. לפי חוקי קפלר $V \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$

צפיפות המסה במרכז הגלקסייה: $\rho = \frac{1}{r^2}$.

מכך נובע כי המסה בגלקסייה: $M = \int_0^R 4\pi\rho r^2dr \propto R$.

המסקנה מכך היא שישנה מסה אפלה במרכז הגלקסייה.

הכוכבים נעים במהירות של $\vec{V} \sim 200[Km/Sec]$סביב מרכז הגלקסייה,בת"ל במרחק.

הגלקסיות מאורגנות בצבירי גלקסיות.

נרות סטנדרטיים למדידת מרחקים אסטרונומיים

נר סטנדרטי הוא עצם אסטורנומי שעוצמת האור שלו (Luminosity) ידועה. אם מזהים עצם כזה,מודדים את בהירותו,כלומר את שטף האנרגייה ממנו F,ובעזרתו קובעים את מרחקו D בהנחה של העדר בליעת אור.

$F = (L/4\pi D^2) \to D = \sqrt{L/4\pi F}$. הנר הסטנדרטי המועדף למדידת מרחקים קטנים מ $15[Mpc]$ הוא Sephid.

אלו כוכבים צהובים ענקיים בעלי תאורה $10^3L_{\odot} - 10^4L_{\odot}$ המשתנה באופן מחזורי.הקשר בין התאורה לזמן המחזור:

$\log[L/L_{\odot}] = 1.12\log[P/day] + 2.23\pm 0.04$

P הוא זמן המחזור.

לדוגמא,ננס לבן במערכת זוגית הסופח מסה מכוכב שכן,קורס כשמסתו גדלה מעל $\sim 1.4M_{\odot}$. הקריסה מחממת אותו וגורמת להתפוצצות תרמו-גרעינית,סופרנובה מטיפוס SNIa. עקומת האור

מהירות מילוט מכוכב

$\frac{GMm}{R} \le \frac{1}{2}m\vec{V}^2 \to \vec{V} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

דואליות חלקיק-גל

חלקיק קלאסי: $E_k = \frac{\vec{P}^2}{2m}$ אורך גל דה-ברולי של חלקיק:

$\nu = E/h, \lambda = h/|\vec{P}|$.

עבור חלקיק יחסותי: $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_k{}^2 + 2mc^2E_k}}$

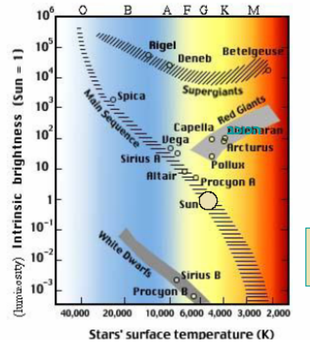
עבור $E_K \ll mc^2$: $\lambda \sim \frac{hc}{\sqrt{2mc^2E_k}}$

עוצמות של כוכבים(Magnitudes)

מיון עוצמות כוכבים מתבצע לפי תחום אורכי הגל בהם מגיע שטף האנרגיה $f = f(\lambda)$. בד"כ לעקומה של עוצמת האנרגייה הנפלטת מכוכב כפונק' של אורך הגל יש מקס' לאורכי גל מסויימים. המקס' הנ"ל קובע את צבע הכוכב-ככל שהוא גבוה יותר הכוכב בהיר יותר. שימוש בפילטר מאפשר מדידה של עוצמת האנרגייה המגיעה בתחום מסויים של אורכי גל,ומהשוואת העוצמות המגיעות ממדידות בפילטרים שונים ניתן לקבוע את צבע הכוכב.החשיבות בכך היא שהצבע תלוי בטמפ'. התברר כי ההפרש של 5 דרגות מתאים ליחס של 100 ביחס בין השטפים. לפיכך $f_1/f_2 = 100^{(m_2 - m_1)/5}$, כאשר ההפרש בעוצמות עבור יחס שטפים נתון $\boxed{m_2 - m_1 = 2.5\log(f_1/f_2)}$. שטף האנרגייה המגיע מכוכב פרופ' ביחס הפוך לריבוע המרחק. לכן עבור כוכבים הפולטים אנרגיה בעצמה זהה,אך מרחקם מאיתנו שונה מתקיים $f_1 = (L/4\pi D_1^2),\ f_2 = (L/4\pi D_2^2)$ · $m_2 = m_1 - 2.5\log_{10}(D_1/D_2)^2 = \boxed{m_1 - 5\log_{10}(D_1/D_2)}$.**דוגמא**:אם נשים את השמש ב"קצה היקום" במרחק 10^{28},עוצמתה "תגדל" ב $m_2 - m_1 = -5\log(1.5\cdot 10^{13}[cm]/10^{28}[cm]) = 74.11$. הגדרת העוצמה היא כזו שעבור ערכי שטף גבוהים m מקבל ערכים נמוכים ולהפך.מכיוון שהעוצמה תלוייה במרחק היה צורך להגדיר **עוצמה אבסולוטית**, זו העוצמה הנצפית של כוכב אילו היה במרחק סטנדרטי של $10[pc]$: $M = m - 5\log_{10}\left(\frac{D}{10[pc]}\right)$ **ושטף טיפוסי** $\boxed{f = \frac{L}{4\pi(10[pc]^2)}}$ **הנירמול** הנ"ל התבצע ע"י קביעה שרירותית שלכוכב וגה (שהוא בהיר מאוד) עוצמה 0,כלומר $f_{vega} = 2.52\cdot 10^{-5}[erg/\sec\cdot cm^2]$ $m_{Vega} = 0$. כפי שראינו עד כה הגדרת העוצמה האבסולוטית נעשית ע"פ תחום מסויים של אורכי גל. כאשר מאפיינים מקורות בעזרת שטף האנרגיה הכולל מגדירים את העצמה כעצמה בולימטרית. לכל סוג של כוכב ישנו תיקון בולימטרי BC $M_{bol} = M_v + BC = M_v + 2.5\log_{10}(L_v/L_{bol})$, M_v היא העוצמה האבסולוטית הנראית.

הרצאה 5: כוכבים-סוגים, דיאגרמת הרצפרונג ראסל, עצמות

דייאגרמת הרצפרונג-ראסל: תאורת כוכבים כפונקציה של טמפרטורת השפה שלהם



כוכבי הסדרה הראשית
ענקים כחולים
ענקים אדומים
סופר ענקים אדומים
ננסים לבנים
כוכבי נויטרונים
כוכבי היפרונים ?
כוכבי קווארקים ?
חורים שחורים

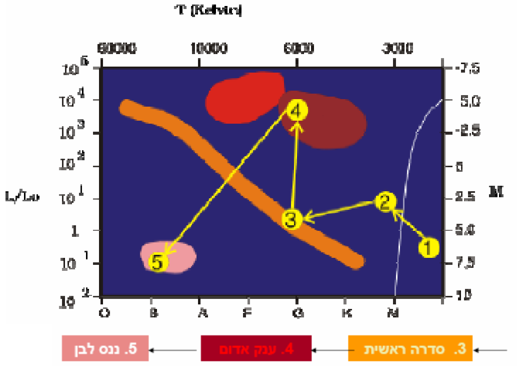
מדוע מרבית הכוכבים מרוכזים באזור הסדרה הראשית?
מה מקור הקשר $L(T)$ עבור?

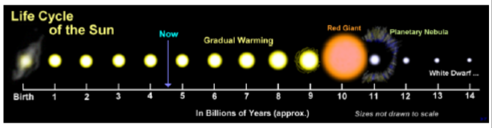
$L=4\pi R^2\sigma T^4$

$T(M,t);R(M,t)\Rightarrow L(M,t)$

Star Type	Color	Approximate Surface Temperature	Average Mass (Sun = 1)	Average Radius Sun =1	Average Luminosity (Sun = 1)
O	Blue	over 25,000 K	60	15	1,400,000
B	Blue	11,000 - 25,000 K	18	7	20,000
A	Blue	7,500 - 11,000 K	3.2	2.5	80
F	Blue to White	6,000 - 7,500 K	1.7	1.3	6
G	White to Yellow	5,000 - 6,000 K	1.1	1.1	1.2
K	Orange to Red	3,500 - 5,000 K	0.8	0.9	0.4
M	Red	under 3,500 K	0.3	0.4	0.04 (very faint)

האוולוציה המשוערת של השמש





אבולוציית כוכב מהירה יותר ככל שמסתו גדולה יותר. המסה קובעת באופן חד ערכי את אבולוציית הכוכב.

המשוואות המתארות כוכב במצב יציב-סיכום:

1. ש"מ הידרוסטטי: n
2. שימור מסה: $\frac{dm}{dr}=4\pi r^2\rho$
3. שימור אנרגיה: $\frac{dL}{dr}=4\pi r^2\rho\dot{\varepsilon}$
4. הסעת חום ע"י קרינה: $\frac{dT}{dr}=-\frac{3k\rho L}{16\pi acr^2T^3}$

תנאי שפה: $p(r=R)=0,M(r=R)=M,L(r=0)=0$

משוואת המצב: $p(r)=p(\rho,T)\quad m(r)=\int_0^r 4\pi r'^2\rho dr'$

$\int_0^R\rho\dot{\varepsilon}r^2dr=R^2\sigma T^4\quad dm=4\pi r^2\rho dr$

$\dot{\varepsilon}$ קצב ייצור אנרגיה ליח' מסה, k מקדם ההסעה של הקרינה

אנרגיה גרוויטציונית של כוכב: $u=-\int_0^R\frac{Gm(r)dm}{r}$

$Gm(r)$ האנרגיה הפוטנ' הגרביטציונית של קליפה כדורית ברדיוס r

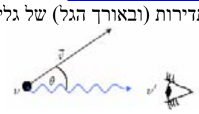
עבור צפיפות אחידה: $u=-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$

עבור $\rho=\rho_0\left(\frac{r}{R}\right)^{-n}$: $u=-\frac{3-n}{5-2n}\cdot\frac{GM^2}{R}$

כאשר גוף בעל מסה נתונה מתכווץ, האנרגייה הפוט' שלו נעשית שלילית יותר.

מדידת מהירות המקור בעזרת אפקט דופלר

אפקט דופלר הוא שינוי בתדירות (ובאורך הגל) של גלים, הנובע מתנועת המקור או הצופה.



מקור אור הנע במהירות $\vec{v}$ בזווית θ ביחס לכיוון אל צופה במנוחה, פולט בתדירות ν במערכת המנוחה שלו. התדירות שמודד הצופה: $\nu'=\gamma\nu(1+\beta\cos\theta)$. עבור $\theta=180^\circ$ (גוף מתרחק):

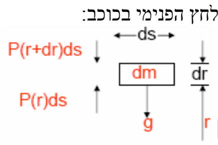
$$\nu'=\nu\frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}=\nu\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\rightarrow\frac{\lambda'}{\lambda}=\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

באסטרופיסיקה וקוסמולוגיה מציינים בד"כ $\vec{v}>0$ אם המקור מתרחק, ואז עבור $\vec{v}\ll c$: $\nu'\simeq\nu(1-\beta_{\parallel})\rightarrow\lambda'=\lambda(1+\beta_{\parallel})$

הסחת אורך הגל לארוך יותר (הסחה לאדום) מוגדרת כ $Z=(\lambda'-\lambda)/\lambda\simeq\beta_{\parallel}$. Z מהירות התרחקות המקור ביח' של c.

כוכב במצב סטטי

1. בקירוב טוב, כל הכוכבים בעלי סימטריה כדורית.
2. למרות שכוכבים עוברים התפתחות, מרבית הזמן ההתפתחות איטית וניתן בקירוב טוב להניח כי הם במצב עמיד בחישוב תכונותיהם.
3. לחץ הגרוויטציה מאוזן ע"י הלחץ הפנימי בכוכב:



$$[p(r)-p(r+dr)]ds=gdm$$

$$\frac{dp}{dr}dr\cdot ds=-gdm$$

המשוואה ההידרוסטטית $\frac{dp}{dr}=-g\frac{dm}{dr\cdot ds}=-g\frac{4\pi r^2\rho dr}{dr\cdot ds}=-g\rho$

ובכוכב: $g=\frac{Gm(r)}{r^2}\rightarrow\frac{dp}{dr}=\frac{-Gm(r)}{r^2}\rho$

4. מקור הלחץ בכוכב הוא האנרגייה התרמית. פליטת האנרגיה מהשפה מחייבת מקור חום פנימי ע"מ למנוע את קירור והקריסה הכוכב. (אנרגיית גרוויטצייה או אנרגיה גרעינית)
5. מסת הכוכב ורדיוסו קובעים את הטמ"פ במרכזו.

משוואת מצב של גז אידיאלי מיונן+קרינה: $p(\rho,T)$

$$p=nK_BT+\frac{aT^4}{3}=\frac{\rho K_BT}{\mu m_p}+\frac{aT^4}{3}\simeq\frac{\rho K_BT}{\mu m_p}$$

כאשר: n מספר החלקיקים ליח' נפח, μm_p המסה הממוצעת של החלקיקים.

X=קלח <u>המימן</u> במסה
Y=קלח <u>ההליום</u> במסה
Z=קלח <u>המתכות</u> במסה

X+Y+Z=1

$n\cong(2X+3Y/4+Z/2)\rho/m_p$

$\mu\cong1/(2X+3Y/4+Z/2)$

$$\frac{dp}{dr}=-\frac{Gm(r)}{r^2}\rho\rightarrow\frac{dp}{dr}\simeq\frac{p_c}{R}\simeq\frac{\rho_cK_BT_c}{\mu m_pR}\simeq\frac{GM\rho}{R^2}$$

ולכן, הטמפ' במרכז הכוכב $T_c\simeq\frac{GM\mu m_p}{K_BR}$

עבור השמש: $\mu\simeq1/1.62\leftarrow X=0.7,Y=0.28,Z=0.02$

ולכן $T_c\simeq\frac{6.68\times10^{-8}\cdot2\times10^{33}\cdot1.67\times10^{-24}}{1.62\cdot1.38\times10^{-16}\cdot7\times10^{10}}\simeq1.43\times10^7[K^\circ]$

6. לכוכבים רגילים קיבול חום שלילי: ממשפט הויריאל נובע שללא מקור פנימי של אנרגיה גרעינית הם מתכווצים ומתחממים כשהם פולטים אנרגייה
7. הבעירה הגרעינית היא בעלת משוב שלילי: עלייה פתאומית בהספקת החום הגרעינית גורמת להתפשטות הכוכב ולכן להתקררותו ולירידת הבעירה, כלומר ש"מ יציב
8. פרופיל הטמפ' בכוכב נקבע ע"י קצב הסעת החום מהמרכז לשפה. קצב הפליטה מהשפה=קצב שחרור האנרגיה הגרעינית במרכז הכוכב.

קריסת כוכב (לאחר הפסקת הבעירה הגרעינית)

קליפה הנמצאת במרחק r ממרכז הכוכב נמשכת פנימה ע"י הפוטנציאל הגרוויטציוני. אם $g(r)=GM(r)/r^2$ היא התאוצה הגרוויטציונית, מהמשוואה ההידרוסטטית נקבל $dP/dr=-\rho(r)g(r)$.

זמן קריסת כוכב שניטל ממנו הלחץ (נפילה חופשית):

$$\ddot{R}=-\frac{Gm(R)}{R^2},\dot{R}\ddot{R}=-\frac{Gm\dot{R}}{R^2}\rightarrow\frac{d}{dt}\left(\dot{R}^2\right)=2Gm\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{R}\right)$$

ולכן $\boxed{\dot{R}=\sqrt{2Gm\left(R^{-1}-R_0^{-1}\right)}}$ מניחים כי מסת קורסת גורמת עימ את המסה שבדרך, וכן תנאי ההתחלה $R=R_0,\dot{R}=0$, ולכן זמן הקריסה, כלומר,

$$t=\int_0^t dt'=\frac{1}{\sqrt{2Gm}}\int_{R_0}^0\left(\frac{1}{R_0}-\frac{1}{R}\right)^{-1/2}dR=\frac{\pi R_0^{3/2}}{\sqrt{2Gm}}$$

$$\boxed{T_{ff}=\sqrt{\frac{8}{3\pi G\bar{\rho}}}\simeq\frac{1}{\sqrt{G\bar{\rho}}},\bar{\rho}\equiv\frac{M}{V}=\frac{3M}{4\pi R^3}}$$

ההסחה לאדום של גלקסיות וחוק האבל

התרחקות הגלקסיות מאיתנו מקיימת $\boxed{\dot{D}=HD}$ כאשר:

$\dot{D}$ מהירות הבריחה, D המרחק

H קבוע האבל (קבוע במרחב אך משתנה בזמן)

חוק האבל קובע כי גלקסיות מתרחקות זו מזו, כלומר היקום מתפשט. כפי שראינו:

$$Z=\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda}\simeq\beta_{\parallel}=\frac{\vec{v}}{c}\rightarrow\vec{v}=cZ,\dot{D}=\vec{v}=cZ=HD$$

בהנחה שקצב התפשטות היקום קבוע, נבחן 2 עצמים שבזמן $t=0$ היו קרובים מאוד זה לזה. המרחק ביניהם כיום D, אזי $D=\vec{v}t\rightarrow\vec{v}=D/t$, t גיל היקום.

למעשה מזהים כאן את קבוע האבל: $H_0=1/t$.

$t_H=\frac{D}{\dot{D}}$ נקרא זמן האבל, והוא מייצג את גיל היקום בהנחה שהיקום מתפשט בקצב קבוע.

$$H_0=70\left\{\begin{matrix}+2.4\\-3.2\end{matrix}\right\}[Km/s\cdot Mpc]\simeq2.3\cdot10^{-18}[Hz]$$

מימדי היקום: $R_H=ct_H=5[Gpc]$

המשפט הויריאלי

במערכת בש"מ בה הכוחות פרופ' ל $\frac{1}{r^2}$: $E_k\equiv U=-V/2$, $E=U+V=V/2$

דוגמאות: אטום המימן: $U=\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r},E=U+V=-\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r}$

בכוכב: $\frac{-dp}{dr}=\frac{Gm\rho}{r^2}$

$$\int_0^R4\pi r^3dp=-\int_0^R\frac{Gm}{r}4\pi r^3\rho dr=-\int_0^R\frac{Gm}{r}dm=V$$

$$p=nK_BT=(2/3)(3/2)nK_BT=(2/3)u$$

$$\int_0^R4\pi r^3dp=4\pi r^3|_0^R-3\int_0^R4\pi r^2pdr=-2U$$

ולכן $E=U+V=V/2$

הסעת חום בכוכבים

1. הסעת חום ע"י קרינה

שטף=(גרדיאנט צפיפות האנרגיה)(מקדם הדיפוזיה)

$$\frac{L}{4\pi r^2}=\left(\frac{C}{3k\rho}\right)\left(\frac{d(aT^4)}{dr}\right)\rightarrow\frac{dT}{dr}=-\frac{3k\rho L}{16\pi acr^2T^3}$$

<u>נתבונן בקליפה כדורית</u>: לחץ=כוח ליח' שטח=שטף התנע

עבור קרינה $p_\gamma=aT^4/3$

התנע נמסר לקליפה (התנע של הפוטונים הנבלעים בה)

$$-\frac{dp_\gamma}{dr}dr4\pi r^2=-\frac{4a}{3}T^3\frac{dT}{dr}dr4\pi r^2=\frac{k\rho Ldr}{c}$$

$$\rightarrow L=-\frac{16\pi r^2acT^3}{3k\rho}\frac{dT}{dr}$$

מפיסקות אטומית

בטמפ' גבוהות $k=0.2\cdot(1+X)[m^2/kg]$

בטמפ' בינוניות: $k\prec\rho T^{-3/2}$

נמוכות: $k\prec\rho^{1/2}T^4$

אם הסעת החום היא ע"י קרינה, $L\propto M^3$. עבור $r=R$ וk קבוע:

$$L=-\frac{4\pi r^2acT^3}{3k\rho}\frac{d(T^4)}{dr}\simeq\frac{R^2T_c^4}{(M/R^3)R}\simeq\frac{R^4}{M}\left(\frac{M}{R}\right)^4=M^3$$

2. הסעת חום ע"י קונווקציה

קריסת כוכב-דוגמאות:

דמוי שמש $M=M_\odot,R=R_\odot,\bar{\rho}=\frac{3M_\odot}{4\pi R_\odot^3}\simeq1.4\left[\frac{gr}{cm^3}\right]$

$T_{ff}\simeq1/\sqrt{G\bar{\rho}}=3285[sec]$

ננס לבן $M=M_\odot,R=R_\oplus\simeq6000[Km],$

$T_{ff}\simeq1/\sqrt{G\bar{\rho}}=2.6[sec]$

כדוה"א $M=M_\oplus,R=R_\oplus,\bar{\rho}=5.54\left[gr/cm^3\right]$

$T_{ff}\simeq1/\sqrt{G\bar{\rho}}=2.6[sec]$

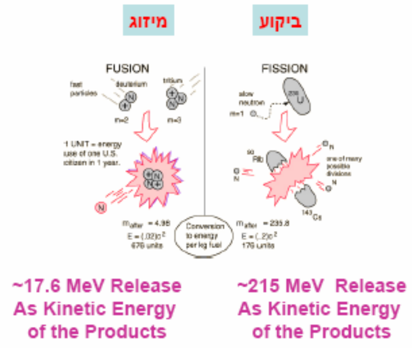
שקילת כוכבים

יש לדעת את מהירות הגוף המסתובב ורדיוס התנועה.

$M_x=\frac{Rv^2}{G}$ $v=\frac{2\pi R}{T_{Cycle}}$ ניתן לחשב את מהירות הסיבוב לפי אפקט דופלר ב2 נק', פעם להתקרבות ופעם להתרחקות

אנרגייה גרעינית בכוכבים

הריאקציות:



הריאקציות במרכז השמש:

$$4p+2e^- \to {}^4He+2\nu_e+26.733[Mev]$$

בכוכבים: הריאקציות הגרעיניות המתרחשות בפנים הכוכב הן היתוך של יסודות קלים לכבדים יותר. הפרש המסות בין היסודות המותכים לתוצרים קובע את כמות האנרגייה המשתחררת.

ע"מ שתתרחש ריאקצייה גרעינית,על גרעיני האטומים להתקרב זה לזה מספיק ע"מ שהכוחות הגרעיניים יפעלו,כלומר צריכה להיות חדירה לגרעיני האטומים.הדחייה החשמלית בין הגרעינים יוצרת מחסום פוטנציאל $V=\frac{Kz_1z_2e^2}{r}$, המונע את התקרבות הגרעינים לטווח הכוחות הגרעיניים. $R_N \simeq r_0A^{1/3}$

$r_{\min}=\frac{1.44z_1z_2}{E(Mev)}>>R_N$. הריאקצייה מתאפשרת עקב החדירה הקוונטית של מחסום קולון. חתך הפעולה לריאקצייה גרעינית:

$$\sigma(E)\simeq\frac{S(E)}{E}\exp\left[\frac{-2\pi z_1z_2ke^2}{\hbar v}\right]\simeq\frac{S(E)}{E}e^{-\beta/\sqrt{E}},$$

כאשר

$$E=E_{CM},v=\sqrt{2E/\mu},\mu=m_1\cdot m_2/(m_1+m_2)$$

קצב הריאקציות הגרעיניות:

ליח' נפח נקבל את הקצב: $R=\langle n_1vn_2\sigma\rangle$ (σ חתך הפעולה, n_1 מספר חלקיקי המפוזר ליח' נפח, n_2 מספר חלקיקי המפוזר ליח' נפח. שטף החלקיקים באלומה הפוגעת הוא n_2 ומהירותם ביחס למפזרים v.לכן $R=\frac{n_1n_2}{1+\delta_{12}}\langle\sigma v\rangle$. עבור התפלגות מקסוול-בולצמן של מהירויות:

$$\langle\sigma v\rangle=4\pi\left(\frac{\mu}{2\pi K_bT}\right)^{3/2}\int_O^\infty v^3\sigma(v)\exp\left[\frac{-\mu v^2}{2K_BT}\right]$$

יש מעט חלקיקים עם אנרגייה גבוהה,אבל ככל שאנרגיית החלקיק עולה,גדל חתך הפעולה. התרומה לאינטגרל באה בעיקר מסביבות $E_0=1.22(z_1^2z_1^2AT_6^2)^{1/2}[KeV]$ ($T\equiv T_6\cdot10^6[k^\circ]$).

פתרון מקורב של האינטגרל:

$$R=\frac{7.3\times10^{-19}n_in_j(1+\delta_{ij})^{-1}}{Az_1z_2}S_0[Kev\cdot b]\tau^2e^{-\tau}[cm^{-3}\cdot\sec^{-1}]$$

R ביח' של 1/sec,כאשר $\tau\equiv42.48(z_1^2z_1^2A)^{1/3}T_6^{-1/3}$

לדוגמא,במרכז השמש:

$$T_6=15,n_0\simeq6\cdot10^{25}[cm^{-3}]\to(R/n_p)\simeq9\cdot10^9\simeq\tau_P$$

חידת הניוטרינים מהשמש.

קצב פליטת הניוטרינים:

$$4p+2e^- \to {}^4He+2\nu_e+26.733[Mev]$$

ולכן

$$\varphi_{\nu_e}=\frac{2L_\odot}{4\pi d^2(2.733[Mev]-2Ev)}\simeq6.5\times10^{10}[cm^{-2}\cdot s^{-1}]$$

כאשר 2Ev במכנה זניח

בפועל כמות הנויטרינים המתגלים היא בערך שליש מכמות זו. הפתרון להפרש היא תופעה קוונטית שנקראת אוסצילציות של נויטרינים. הנויטרינים ν_e,ν_μ,ν_τ מתחלפים בזהותם הנויטרינית בצורה מחזורית לאורך מסלול תעופתם.תופעה זו אפשרית אם לא מתקיים "שימור הטעם הנויטריני" ואם מסת הנויטרינים שונה.גלאי הנויטרינים מהשמש שלא מסוגלים להבחין בנויטרינים ν_e שהפכו ל ν_μ,ν_τ,מודדים שטף נויטרינים נמוך מהמצופה.

כוכבי נויטרונים

כפי שכבר ראינו,כוכב שנגמרה בו הבעירה התרמית הולך ומתקרר ע"י פליטת אנרגייה מהשפה. עם ההתקררות יורד הלחץ התרמי והכוכב מתכווץ. כתוצאה מההתכווצות עולה צפיפות הכוכב, האלקטרונים משתחררים מהקליפות האטומיות,ונוצר גז אלקטרונים מנוון שמונע קריסה גרוויטציונית של הכוכב.

אולם,בכוכב שמסתו גדולה ממסת צ'נדרסקר $\sim1.4M_\odot$,ואין בו ריאקציות גרעיניות,גז האלקטרונים כבר אינו יכול לבלום את הקריסה הגרוויטציונית.כשאנרגיית פרמי של האלקטרונים גדולה מספיק: $E_F>(m_n-m_p)c^2=1.29[Mev]$, האלקטרונים הופכים להיות יחסותיים ומכילים מספיק אנרגייה ע"מ שתתרחש הריאקצייה: $e^-+p\to n+\nu_e$.תהליך זה נקרא **לכידת אלקטרון** (אלק' ופרוטונים הופכים לנויטרונים,והכוכב מאבד את לחץ האלקט' שלו). הקטנת הלחץ מאיצה את הקריסה,אנרגיית האלקט' גדלה, בליעת האלקט' גוברת,ומקבלים גז פרמי מנוון של נויטרונים. במובן מסויים כוכב נויטרונים הוא גרעין בעל $A\sim10^{57}$. תוך $100-300[m\sec]$ ננס לבן (בעל רדיוס כשל כדוה"א) קורס לכוכב נויטרונים. כשמציבים נויטרונים במקום אלקטרונים בנוסחא של ננס לבן ומציבים X=1, מקבלים שלחץ פרמי של הנויטרונים מאזן את הקריסה הגרוויטציונית ברדיוס של

$$\boxed{R_{nx}\simeq\frac{h^2}{4GMm_n^2}\left(\frac{9M}{4\pi^2m_n}\right)^{3/2}\simeq12.4\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2}[km]}$$

למשל,עבור $M=1.4M_\odot$,מתקבל רדיוס של כ $11[km]$. צפיפות גרעינית היא $2.4\times10^{14}[gr/cm^3]$.בכוכב נויטרונים הצפיפות הממוצעת גדולה בערך פי 2 מהצפיפות הגרעינית:

$$\boxed{\langle\rho\rangle=\frac{3M}{4\pi R^3}=\frac{3M_\odot}{4\pi(12.4\times10^5)^3}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2\simeq2.5\times10^{14}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2[gr/cm^3]}.$$

$$\boxed{E_F=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}\simeq142\left(\frac{M}{M_\odot}\right)[Mev]}$$

ולכן $E_F<<m_nc^2\simeq938[Mev]$, ההנחה שהנויטרונים לא יחסותיים מוצדקת!

מסת צ'נדרהסקר עבור כוכב נויטרונים: $X=1$,

$$\boxed{M=\left(\frac{5}{8}\right)^{3/2}\left(\frac{9}{4\pi^2}\right)^{1/2}\left(\frac{hc}{Gm_n^2}\right)^{3/2}m_n\simeq6.97M_\odot}$$

,אבל לפני שמגיעים למסה זו:רדיוס שוורצילד (כוכב נויטרונים קטן ממנו הופך לחור שחור)

$$\boxed{R_s=\frac{h^2}{4GM_{cr}m_n^2}\left(\frac{9M_{cr}}{4\pi^2m_n}\right)^{2/3}=\frac{2GM_{cr}}{c^2}}$$

וכוכב הנויטרונים הופך לחור שחור לפני שהוא מגיע למסת צ'נדרהסקר שלו:

$$\boxed{M_{cr}=\left(\frac{9}{4\pi^2}\right)^{1/2}\left(\frac{h^2c^2}{8G^2m_n^4}\right)^{3/4}m_n=2.91M_\odot}$$

האנרגייה המשתחררת כאשר כוכב לבן הופך לכוכב נויטרונים:

$$\Delta E=-\frac{3}{5}GM^2\left(\frac{1}{R_{wd}}-\frac{1}{R_{nx}}\right)\simeq\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R_{nx}}$$

ננסים לבנים קלאסיים

לאחר שענק אדום מתנפח הוא משיל את המעטפת שלו,הליבה הופכת מהר יחסית לאפר גרעיני,חומר שממנו לא ניתן להפיק עוד אנרגייה גרעינית.זהו ננס לבן.ננס לבן מורכב בעיקר מיסודות כבדים ואינו מכיל מימן. הצפיפות הממוצעת בו היא $\rho=10^6[gr/cm^3]$ מסתו היא בערך $M_\odot$ ורדיוסו מסדר גודל של $R_\oplus$. טמפ' השפה שלו היא מסדר גודל של $3\times10^4-2\times10^4$

מה מונע קריסה גריוויטציונית בננס לבן?

עיקרון האיסור של פאולי,התקף לגבי חלקיקים בעלי ספין חצי שלם, קובע ששני חלקיקים או יותר אינם יכולים להימצא באותו מצב קוונטי. לכלל זה חשיבות בתיאור התנהגות של חומר בעל צפיפות גבוהה.

צפיפות חומר גבוהה מקטינה את נפח המצב של חלקיק במרחב הפאזות, כלומר מגדילה את התנע שלו (עיקרון אי הודאות). לכן,בצפיפויות גבוהות חלקיקים מאכלסים מצבי תנע גבוהים מאלו שהיו מאכלסים אם האנרגייה התרמית בלבד הייתה קובעת את התנע שלהם.

מצב שבו חלקיקים מאכלסים רמות תנע גבוהות מאלו הדרושות בשל התנועה התרמית נקרא **"מצב מנוון"**.לפיכך, גז המכיל אלקטרונים חופשיים יפעיל לחץ אפילו בטמפ' של $0[K^\circ]$:

$Max(E_e)=E_F=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{3n_e}{\pi}\right)^{2/3}$,וכן $\langle E\rangle=\frac{3}{5}E_F$. בהנחה שצפיפות הכוכב קבועה:

$$n_e=\frac{N_e}{V}=\frac{3N_e}{4\pi R^3}\simeq\frac{3ZM}{4\pi Am_pR^3}=X\left(\frac{3M}{4\pi m_pR^3}\right)$$

A מס' אטומי,Z מס' הפרוטונים בגרעין, $X=Z/A$,ואז האנרגייה הכוללת היא

$$\boxed{E=-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}+\frac{3X^{5/3}\pi^2\hbar^2}{5\cdot2m_e}\left(\frac{3^2M}{4\pi^2m_p}\right)^{2/3}\frac{M}{m_p}\frac{1}{R^2}=U_G+N_e\cdot\langle E\rangle}$$

$N_e=(Z/A)\cdot(M/m_p)=XM/m_p$.ע"י גזירה מקבלים כי אנרגייה מינימלית מתקבלת עבור

$$\boxed{R=\frac{h^2X^{5/3}}{4GMm_pm_e}\left(\frac{9M}{4\pi^2m_p}\right)^{2/3}}.$$

לאחר הצבת הערכים מתקבל הביטוי עבור רדיוס של ננס לבן:

$$\boxed{R_{WD}\simeq7.15\times10^3\left(\frac{X}{0.5}\right)^{5/3}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/3}[km]}$$

האנרגייה הנפלטת מננסים לבנים היא האנרגייה הגרוויטציונית המשתחררת בקריסה. אנרגייה זו משתחררת לאט ויכולה להספיק לכוכב ע"מ שיפלוט אנרגייה במשך כ100 מיליארד שנים.

האם ההנחה שהאלקטרונים בננס לבן אינם יחסותיים נכונה?

$$E_F=\frac{(hc)^2}{8m_ec^2}\left(\frac{3n_e}{\pi}\right)^{2/3}\simeq0.195\left(\frac{X}{0.5}\right)^{-8/3}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2<<m_ec^2\ ?$$

עבור $M\ge M_\odot$ ההנחה אינה מוצדקת!

ננסים לבנים יחסותיים

נעבוד תחת ההנחות של:

1. גז אלקטרונים (מנוון) יחסותי.
2. צפיפות אחידה.

בתוך תיבת פוטנציאל: $K_F=\frac{n_{\max}\pi}{L}$, $E_F=\hbar K_Fc$, $n_{\max}=\left(\frac{3n_e}{\pi}\right)^{1/3}$

בכוכב כדורי: $\langle E\rangle=\frac{3}{4}E_F$, $n_e=X\frac{3M}{4\pi R^3m_p}$, $E_F=\left(\frac{3n_e}{\pi}\right)^{1/3}\frac{hc}{2}$

ולכן

$$E_{total}=-\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}+\frac{3}{4}X\frac{M}{m_p}\left(\frac{9XM}{4\pi^2m_p}\right)^{1/3}\frac{hc}{2R}=U_G+N_e\cdot\langle E\rangle$$

אם $E<0\Rightarrow E\xrightarrow[R\to0]{}-\infty$

$E>0\Rightarrow E\xrightarrow[R\to\infty]{}0$

עבור E=0 נקבל בקירוב את המסה הקריטית של צ'נדרסקאר:

$$M_C=\left(\frac{5}{8}\right)^{3/2}\left(\frac{9}{4\pi^2}\right)^{1/2}X^2\left(\frac{hc}{Gm_p^2}\right)^{3/2}m_p=\left(\frac{X}{0.46}\right)1.47M_\odot$$

שחרור אנרגייה בסופר-נובה

$$\Delta E=\frac{3GM^2}{R}$$

נכתב ע"י יניב טננבאום קטן,2006.
השימוש בדף זה הוא באחריות המשתמש בלבד וכל שאר השטויות החוקיות האלו.
חתימות למעריצים יחולקו לאחר הבחינה.

מודל בוהר לאטום המימן

המסלולים המותרים מקיימים $L = n\hbar$:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13.6eV}{hc}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{\Delta E}{hc}$$. אנרגיית הרמה הn:

$$E_0 = 13.6[eV], E_n = \frac{-E_0}{n^2}$$

מודל בוהר לאטומים דמויי מימן

מסה מצומצמת: $\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e}$ $F = \frac{Kze^2}{r^2}$

$$r_n = \frac{\hbar^2}{\mu kze^2} n^2 \quad E_n = \frac{\mu k^2 z^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right), R_H = \frac{k^2 z^2 e^4 \mu}{4\pi\hbar^3 c}$$

המודל הקלאסי של היקום

הצפיפות הקריטית של היקום $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi g}$ (מעבר לה היקום יקרוס)

משוואת פרידמן: $H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}$ $V(t) = H \cdot R(t)$

לכידת כוכבים

m מסת חלקיק,n צפיפות החלקיקים.

$$R_j = \left(\frac{15K_bT}{8\pi Gm\rho}\right)^{1/2}, M_j = \frac{4\pi\rho}{3}R_j^3, \rho = nm$$

אם $R > R_j$ הענן לא יקרוס לכוכב.

מודל פרמי זומרפלד-חלקיק בתיבה

$$V(x,y,z) = \begin{cases} 0 & x,y,x \in [0,L] \\ \infty & else \end{cases}$$

$$E_{Max} = E_F = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{3Ne}{\pi L^3}\right)^{2/3}, E_n = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2mL^2}$$

$$n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2, \langle E \rangle = \frac{3}{5}E_F$$

עיקרון האיסור של פאולי חל רק על פרמיונים (ספין חצי שלם)

<u>סיכויי האיכלוס של מצב קוונטי עם אנרגייה E</u>

לפרמיונים: $P_E = \frac{1}{e^{(E-E_F)/K_BT} + 1}$

לבוזונים: $P_E = \frac{1}{e^{(E-\mu)/K_BT} - 1}$

וקצת טריגונומטריה (כי כבר לא נשאר לי מה לשים):

$$\sin^2(x) + \cos^2(x)$$
$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cdot\cos(x)$$
$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)$$
$$\sin^2(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x)$$
$$2\cos(x)\cos(y) = \cos(x+y) + \cos(x-y)$$
$$2\sin(x)\sin(y) = -\cos(x+y) + \cos(x-y)$$
$$\sin(x)\cos(y) = \sin(x+y) + \sin(x-y)$$

חורים שחורים

אנרגיית גוף בהשפעת שדה כבידה: $U = \frac{m\vec{v}^2}{2} - \frac{GMm}{r}$,לפיכך מהירות הבריחה של m מM $\vec{V}_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

בהתאם לכך נקבע רדיוס שוורצשילד $R_{sc} = \frac{2GM}{c^2}$, שהוא הרדיוס שפוטון הנמצא במרחק קטן ממנו,לא יוכל להימלט.

ביטוי נוסף של אופק המאורעות הוא שאם משדרים אות א"מ מקרבת חור שחור,ככל שמתקרבים לאופק המאורעות,האות שיקבל צופה מרוחק יוסח יותר יותר לאדום,עד שבאופק המאורעות ההסחה לאדום תהיה אינסופית,כלומר לגל לא תהייה כלל אנרגייה. עוד לפני שמגיעים לאופק המאורעות באה לידי ביטוי תופעה שונה: אם נסטה יותר מדי מהאנך,העיקום של מסלול האור יהיה כה גדול,עד שהאור לא ימלט. רק בקונוס קטן סביב האנך,הנקרא חרוט היציאה,נוכל לשדר אות כך שצופה מרוחק יוכל לקבל אותו (וגם זאת,עם הסייג שהוא חייב להימצא במקום המתאים כדי לקלוט את האות תוך התחשבות בעיקום המסלול של האור). ככל שמתקרבים לאופק המאורעות,זווית הפתיחה של חרוט היציאה קטנה. מתקבל שבמרחק $R = 3r_{sc}/2$.

<u>יצירת חור שחור</u>

יתכנו 2 מנגנונים ליצירת חור שחור במסה שהיא מסדר גודל של כמה מסות שמש:

-קריסת כוכבים מסיביים: כוכב מסיבי מאוד $\left(M > 20M_\odot\right)$,קורס בתהליך הדומה לזה המוביל לכוכב נויטרונים.אולם במסה כזו,הליבה שנותרת כבדה מדי,ובמקום שלחץ הנויטרונים יעצור את הקריסה,מתרחשת קריסה מוחלטת,ונוצר חור שחור.

- מערכות בינאריות: זוג כוכבים קורבים מספיק ע"מ להשפיע זה על זה.בין הכוכבים ישנה נקודה בה הכוח הגרוויטציוני השקול הוא אפס,נק' זו נקראת הנק' הראשונה של לגראנז',ומסומנת L_1. המצב הרלוונטי עבורנו הוא מערכת בינארית קרובה במצב semiatached,בה הכוכב הראשי הוא כוכב נויטרונים. ע"י ספיחה, מסת כוכב הנויטרונים עוברת את גבול ה $3M_\oplus$,ואז כוכב הנויטרונים יקרוס לחור שחור.

באופן כללי היווצרות חור שחור אינה מותנית במסה גדולה מאוד,אלא שהמסה תהייה מוכלת ברדיוס שוורצשילד שלה.

<u>משוואת פרידמן המתקבלות מגרוויטציה ניוטונית</u>

בעולם הומוגני ואיזוטורופי,המרחק בין 2 נקודות חייב לקיים בכל רגע: $R(t) = a(t)\cdot r$,כך שr חסר מימדים,ולa מימדים של אורך. $a(t)$ נקרא פקטור הסקלה.ע"י גזירה נקבל: $\dot{R}(t) = \dot{a}(t)\cdot r = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}R(t) = H\cdot R(t)$, H הוא קבוע האבל, קבוע בזמן אך לא במרחב. בעולם הומוגני ואיזוטרופי צפיפות המסה אחידה בכל נקודה. האנרגייה של המסה המוכלת ברדיוס R בכל נקודה היא $-\frac{3GM^2}{5R} + \int_0^R \frac{4\pi R^2\rho\dot{R}^2 dR}{2} = E_{(M)}$, $M = \frac{4\pi R^3}{3}\rho$, $\dot{R} = HR$,

ומכאן: $-\frac{3GM^2}{5R} + \frac{H^2}{2}\frac{4\pi R^5}{5} = E_{(M)} \rightarrow H^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}, k = \frac{-10E_{(m)}}{3Mc^2r^2}$ משוואה זו זהה למשוואת פרידמן המתקבלת ממשוואות איינשטיין ביחסות כללית עבור עולם בעל סימטרייה מרחבית מקסימלית, המקיים את העיקרון הקוסמולוגי לפיו היקום בעל תכונות זהות בכל נקודות המרחב באותו זמן קוסמי. בגרוויטצייה ניוטונית:

<u>**k>0**</u> אנרגייה שלילית,ואז מתקבל מצב קשור,כלומר מרכיבי החומר אינם יכולים להתרחק זה מזה למרחק אינסופי. ממשוואת פרידמן אכן מתקבל כי עבור k>0 a מקבל ערך מקס' בו H מחליף סימן,וזאת מאחר ו $\rho \xrightarrow[a\to\infty]{} 0$ ($\rho a^3 = const$),ומאחר וk>0 לא יכול להתקיים,נקבל $H^2 = -\frac{kc^2}{a^2} \rightarrow \dot{a}^2 = -kc^2$. עולם בעל k>0 נקרא עולם סגור. ניתן לבחור יחידות כך שk=1.

<u>**עבור k<0**</u> עבור בחירת יחידות מתאימה נקבל כי $k = -1$ $k = -1$,ואז $\dot{a}^2 = -kc^2 = c^2$,מהירות התפשטות שואפת לc בגבול $a \to \infty$. יקום כזה הינו יקום פתוח.

<u>**עבור k=0**</u> ממשוואות פרידמן עבור $a \to \infty$ נקבל ש $\dot{a}, H \to 0$:

יקום כזה נקרא שטוח,וממשוואת פרידמן מתקבל $\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} = \frac{8\pi G\rho_0 a_0^3}{3a^3} \rightarrow \dot{a}^2 = \frac{8\pi G\rho_0 a_0^3}{3a} \xrightarrow[a\to\infty]{} 0$

שביקום שטוח מתקיים בכל רגע $\rho = \rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$. ρ_c נקראת הצפיפות הקריטית של היקום.

חלקיקים ותכונות (בשביל חוקי שימור)

החלקיק	מטען חשמלי	מטען בריוני	מטען לפטוני
e^-	-1	0	$+1$
e^+	$+1$	0	-1
P	$+1$	$+1$	0
$\bar{P}$	-1	-1	0
n	0	$+1$	0
$\bar{n}$	0	-1	0
פוטון	0	0	0
ν_e	0	0	$+1$
$\bar{\nu}_e$	0	0	-1