HACK THE PLANET

all information shall be free for the advancement of mankind

מימדים גיאומטריים

כדור: $S=4\pi R^2\ ;\ V=\frac{4}{3}\pi R^3$

גליל: $S=2\pi Rh+2\pi R^2\ ;\ V=\pi R^2h$

אינטגרלים

אינטגרל מסוג ראשון (לפוני סקלרית):

$$I=\int_a^b\lambda(x,y)dl=\int_a^b\lambda(x,y)\frac{dl}{dt}dt=$$

$$=\int_{t(a)}^{t(b)}\lambda(x,y)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}dt$$

אינטגרל מסוג שני (לפוני וקטורית):

$$I=\int_a^b\vec{f}(x,y)\cdot d\vec{l}=\int_{t(a)}^{t(b)}\left(f_x\cdot\frac{dx}{dt}+f_y\cdot\frac{dy}{dt}+f_z\cdot\frac{dz}{dt}\right)dt$$

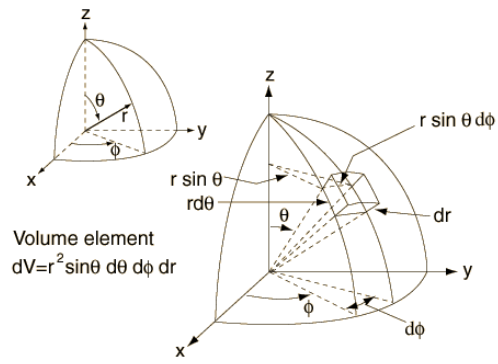
כאשר $f_{i,\,i=x,y,z}$ הוא הרכיב של f בכיוון המתאים.

אינטגרלים שטחיים

$x=r\sin\phi\cos\theta\ ;\ y=r\sin\phi\sin\theta\ ;\ z=r\cos\theta$

בקואורדינטות גליליות: $dV=rdrd\theta dz, dS=Rd\theta dz$

בכדוריות: $dV=r^2\sin\theta drd\theta d\phi, dS=R^2\sin\theta d\theta d\phi$



טריגונומטריה שכדאי לזכור

$\tan\alpha\cot\alpha=1$; $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\sin(2\alpha)=2\sin\alpha\cos\alpha$; $\cos(2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos(2\alpha)=2\cos^2\alpha-1$; $\cos(2\alpha)=1-2\sin^2\alpha$

$\tan(2\alpha)=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$; $\sin(3\alpha)=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

$\cos(3\alpha)=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)$

$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)$

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$

$\sin\alpha\sin\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha-\tan\beta=\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha\tan\beta$

$\arcsin\alpha+\arccos\alpha=\frac{\pi}{2}$; $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\vec{b}\bullet\left(\vec{a}\bullet\vec{c}\right)-\vec{a}\left(\vec{b}\bullet\vec{c}\right)$

אינטגרלים מידיים

$\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}$

$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|\ ;\ \int\frac{dx}{a^2-x^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|$

$\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\left(\frac{x}{a}\right)\ ;\ \int\frac{-dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arccos\left(\frac{x}{a}\right)$

$\int a^xdx=\frac{a^x}{\ln a}\ ;\ \int\ln x=x\ln x-x\ ;\ \int\frac{-dx}{1+x^2}=\text{arccot}(x)$

$\int\frac{dx}{\cos^2x}=\tan x\ ;\ \int\frac{dx}{\sin^2x}=-\cot x\ ;\ \int\cot x=\ln|\sin x|$

$\int\frac{dx}{\cos x}=\ln\left|\tan\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right|\ ;\ \int\tan x=-\ln|\cos x|$

$\int\frac{dx}{\sin x}=\ln\left|\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right|\ ;\ \int\frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}}=\ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right|$

$\int\frac{Adx}{x-a}=A\ln|x-a|\ ;\ \int\frac{Adx}{(x-a)^n}=A\frac{1}{1-n}(x-a)^{1-n}$

מושגים פיזיקליים בסיסיים – CGS

מרחק: $x=[cm]$

שדה מגנטי: $B=\left[\frac{esu}{cm^2}\right]=[gauss]$; מטען: $Q,q=[esu]$

שטף חשמלי: $\Phi=\left[\frac{dyne\bullet cm^2}{esu}\right]$; הספק: $P=\left[\frac{erg}{\sec}\right]$

שדה חשמלי: $E=\left[\frac{dyne}{esu}\right]$; כוח: $F=[dyne]$

עבודה/אנרגיה: $W/U=[erg]$; קיבול: $C=[cm]$

פוטנציאל: $\varphi=[statvolt]$; זרם: $I=\left[\frac{esu}{\sec}\right]$

צפיפות זרם: $J=\left[\frac{esu}{\sec\bullet cm^2}\right]$; התנגדות: $R=\left[\frac{\sec}{cm}\right]$

מוליכות סגולית: $\sigma=\left[\frac{1}{\sec}\right]$; $10^4[gauss]=[tesla]$

כוח קולון, שדה ושטף חשמלי, גאוס

כוח: $\vec{F}=-\nabla U(r)$ עבודה לאורך מסלול: $W=-\int\vec{F}d\vec{l}$

כוח משמר מקיים: $\vec{\nabla}\times\vec{F}=0=\oint_C\vec{F}d\vec{l}$ הכוח האלקטרוסטטי משמר.

כוח קולון: $\vec{F}=\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r_2}-\vec{r_1}\right|^3}\left(\vec{r_2}-\vec{r_1}\right)=\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r_2}-\vec{r_1}\right|^2}\widehat{r_2-r_1}$

צפיפות; קווית: $\lambda=\left[\frac{esu}{cm}\right]$, משטחית: $\sigma=\left[\frac{esu}{cm^2}\right]$

מרחבית: $\rho=\left[\frac{esu}{cm^3}\right]$. שדה אלקטרוסטטי: $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$

עבור n מטענים בדידים כאשר r_j וקטור ממטען j לנקודה (x,y,z): $\vec{E}(x,y,z)=\sum_{j=1}^{n}\frac{q_j}{\left|\vec{r_j}\right|^2}\hat{r_j}$. עבור צפיפות מטענית מרחבית $\rho(x',y',z')$ כאשר $\vec{r}=(x-x',y-y',z-z')$:

$$\vec{E}(x,y,z)=\iiint\frac{\rho}{\left|\vec{r}\right|^2}\hat{r}dx'dy'dz'$$

שטף חשמלי: $\Phi=\iint_S\vec{E}(r)da$

חוק גאוס: כאשר Q_{in} המטען הכלוא במעטפת אז

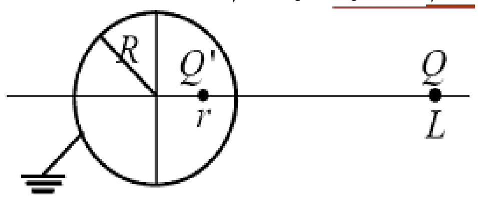
$$4\pi Q_{in}=4\pi\iiint_V\rho dv=\oiint_S\vec{E}d\vec{a}=\iiint_V\vec{\nabla}\bullet\vec{E}dv\ ;\ \vec{\nabla}\bullet\vec{E}=4\pi\rho$$

- פתרון באמצעות חוק גאוס: (1) יש לבחור מעטפת שמתאימה לסימטריה של הבעיה (כזו שהשדה החשמלי על כל חלקיה קבוע או מתאפס) ולבטא את השטף דרך המעטפת כתלות ב- $\vec{E}$. (2) מחשבים את Q_{in}, לרוב באמצעות אינטגרל על צפיפות מטען. (3) משווים עם חוק גאוס ומחלצים את $\vec{E}$.

מטעני דמות

מטעני דמות - כאשר Q הוא מטען אמיתי ו- Q' מדומה.

$Q'=\frac{-QR}{L}$ ו- $r=\frac{R^2}{L}$. בשביל מטען Q מול לוח נשים מטען מדומה $Q'=-Q$ בדיוק בצד השני של הלוח.



שדות ושטפים חשמליים מוכרים

תיל: $\vec{E}(r)=\frac{2\lambda}{r}\ ;\ \Phi=4\pi\lambda L$ לוח: $\vec{E}=2\pi\sigma$

שדה בין לוחות קבל: $\vec{E}=4\pi\sigma$

קליפה כדורית: $\vec{E}(r)=\frac{Q}{r^2}, r>R\ ;\ \vec{E}(r)=0, r<R$.

כדור מלא: $\vec{E}(r)=\frac{Q}{r^2}, r>R\ ;\ \vec{E}(r)=\frac{Qr}{R^3}, r<R$.

טבעת טעונה מקבילה ל- XY: $\vec{E}(z)=\frac{2\sigma\pi R(z-z_0)}{\left((z-z_0)^2+R^2\right)^{3/2}}\hat{z}$

דיסקה טעונה: $\vec{E}(z)=2\pi\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right)\hat{z}$

שדה על שפת מוליך (בפנים 0): $\vec{E_\perp}=4\pi\sigma\hat{n}$

שדה של גליל אין סופי: $\vec{E}(r)=\frac{2\pi\rho R^2}{r}, r>R$; $\vec{E}(r)=2\pi\rho r, r<R$; $\Phi=2\pi rhE(r)$,

האנרגיה האלקטרוסטטית במרחב: $U=\frac{1}{8\pi}\iiint_V E^2dv$

כדור מלא: $U=\frac{3Q^2}{5R}$; קליפה כדורית: $U=\frac{Q^2}{2R}$

האנרגיה במערכת של n מטענים: $U=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}$

האנרגיה של דיפול חשמלי: $U=-\frac{q^2}{d}$

אנרגיה של דיסקה מלאה דקה מוליכה: $U=\frac{\pi Q^2}{4R}$

אנרגיה של דיסקה מלאה דקה מבודדת: $U=\frac{8Q^2}{3\pi R}$

פוטנציאל חשמלי - העבודה שעושה הכוח החשמלי בהבאת מטען בוחן מנקודת ייחוס כלשהי לנקודה (x,y,z).

$$\varphi(x,y,z)=-\int_{P_{ref}}^{(x,y,z)}\vec{E}d\vec{r}\longrightarrow\varphi(r_2)-\varphi(r_1)=-\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}d\vec{l}$$

אם נקודת הייחוס היא אין סוף אז $\varphi=\frac{Q}{r}$.

מסופרפוזיציה: $\varphi(x,y,z)=\iiint_V\frac{\rho}{r}dv$ כאשר $\rho(x',y',z')$ היא התפלגות מטען מרחבית ו- $r=(x-x',y-y',z-z')$.

מתח הינו הפרש פוטנציאלים: $V=\int d\varphi=-\int\vec{E}d\vec{s}$

$W=_\Delta\varphi q\ ,\ \nabla^2\varphi=-4\pi\rho\ ,\ \vec{\nabla}\left(-\vec{\nabla}\varphi\right)=\vec{\nabla}\vec{E}=4\pi\rho\ ,\ \vec{E}=-\vec{\nabla}\varphi$

משוואת לפלס: $\rho=0\longleftrightarrow\nabla^2\varphi=0$

אנרגיה פוטנציאלית (פוטנציאל ומטענים): $U=\frac{1}{2}\iiint_V\varphi(\vec{r})\rho(\vec{r})dv$

כדור מוליך: $\varphi(r)=\frac{Q}{r}, r>R\ ;\ \varphi(r)=\frac{Q}{R}, r<R$

כדור מלא: $\varphi(r)=\frac{Q}{r}, r\geq R\ ;\ \varphi(r)=\frac{3Q}{2R}-\frac{Qr^2}{2R^3}, r<R$

דיסקה טעונה ברדיוס a: $\varphi(z)=2\pi\sigma\left(\sqrt{a^2+z^2}-z\right)$

תיל אין סופי: $\varphi(r_2)-\varphi(r_1)=2\lambda\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$ טבעת: $\varphi(z)=\frac{2\pi\sigma R}{\sqrt{z^2+R^2}}$

טבלה אין סופית ב- $z=0$: $\varphi(z_2)-\varphi(z_1)=2\pi\sigma(z_2-z_1)$

בין שני לוחות במרחק d: $\vec{E}\bullet d=4\pi\sigma d$

מספרים חשובים

$e=4.803\bullet10^{-10}esu=1.602\bullet10^{-19}coloumb$

$m_e=9.11\bullet10^{-28}g$; $m_p=1.673\bullet10^{-24}g$

$\varepsilon_0=8.8541878\bullet10^{-12}$; $\mu_0=1.26\bullet10^{-6}$

$k=1/4\pi\varepsilon_0=8.987551805\bullet10^9$

$coloumb=3\bullet10^9esu$; $ampere=3\bullet10^9\frac{esu}{\sec}$

$statvolt=300volt$; $c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\approx3\bullet10^{10}$

$farad=9\bullet10^{11}cm$; $ohm=1.113\bullet10^{-12}\frac{\sec}{cm}$

$MKS\rightarrow CGS:\frac{\mu_0}{4\pi}\rightarrow\frac{1}{c}\ ;\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rightarrow1$

מוליכים, מבודדים וקבלים

לפי הגדרה, בתוך מוליך מתקיים $E=0$ ו- $\varphi = Const$.

על פני המוליך, $E=4\pi\sigma$. במרחק r , $\vec{E}=\frac{Q}{r^2}\hat{r}$

קיבול: C , שטח: A , מרחק: d , מטען: Q , מתח: V

לפי הגדרה: $Q = CV = C|\varphi_2-\varphi_1|$

אנרגיה של קבל: $U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{AV^2}{8\pi d}$

שדה/מטען/קיבול לוחות: $E=\frac{V}{d}$ <<== $\sigma=\frac{E}{4\pi}=\frac{V}{4\pi d}$

<<== $Q=A\sigma=\frac{AV}{4\pi d}$ <<== $C=\frac{Q}{V}=\frac{A}{4\pi d}$ (לוחות)

קבל כדורי: $C=R$

שתי קליפות $R_1>R_2$: $C=\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}$

קבל גלילי $b>a$: $C=\frac{L}{2\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$

טעינת קבל: $q(t)=CV_0\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right); I(t)=\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

פריקת קבל: $q(t)=V_0Ce^{-\frac{t}{RC}}; I(t)=-\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

מעגלים חשמליים

חוק קירכהוף: לכל צומת במעגל חשמלי: $\sum I_{in}=\sum I_{out}$

בכל לולאה חשמלית סגורה: $\sum V_i = 0$ (כאשר מקורות המתח חיוביים וצרכני המתח שליליים)

הספק: $P=VI=I^2R=\frac{V^2}{R}$

נגדים בטור: $I_t=I_i\ ;\ R_t=\sum_{i=1}^{n}R_i\ ;\ V_t=\sum_{i=1}^{n}V_i$

נגדים במקביל: $I_t=\sum_{i=1}^{n}I_i\ ;\ \frac{1}{R_t}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}\ ;\ V_t=V_i$

קבלים בטור: $V_t=\sum_{i=1}^{n}V_i\ ;\ \frac{1}{C_t}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}\ ;\ Q_t=Q_i$

קבלים במקביל: $V_t=V_i\ ;\ C_t=\sum_{i=1}^{n}C_i\ ;\ Q_t=\sum_{i=1}^{n}Q_i$

נצילות: $\eta=\frac{I^2R}{\varepsilon I}=\frac{I^2R}{(Ir+IR)I}=\frac{R}{r+R}$

אלקטרודינמיקה

צפיפות זרם: $\vec{J}=\rho\vec{v}$; זרם: $I=\iint_A \vec{J}d\vec{a}=\iint_A \sigma\vec{E}d\vec{a}=\frac{dq}{dt}$

$\vec{J}=\frac{I}{A}\hat{n}=\rho\vec{v}=\sigma\vec{E}=\sum n_iq_iv_i$ <<== $\vec{v}=\frac{\sigma\vec{E}}{\rho}$

משוואת הרציפות/שימור מטען: $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}+\frac{\partial\rho}{\partial t}=0$

המטען על כדור שהיה טעון ב- Q ברגע $t=0$ אם המוליכות הסגולית של האוויר סביבו היא σ : $q(t)=Qe^{-4\pi\sigma t}$

חוק אוהם: $\vec{\nabla}\left(\vec{J}+\frac{\partial E}{\partial t}\frac{1}{4\pi}\right)=0$ <<== $E=const$; $\vec{\nabla}\vec{J}=0$

σ - מוליכות סגולית, ρ - התנגדות סגולית.

התנגדות: $R=\int_{r_2}^{r_1}\frac{d\vec{r}}{\sigma(\vec{r})\cdot A(\vec{r})}=\int_{r_2}^{r_1}\rho(\vec{r})\frac{d\vec{r}}{A(\vec{r})}$

התנגדות של נגד כדורי סימטרי: $R=\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{\sigma}\frac{dr}{4\pi r^2}=\frac{1}{4\pi\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}$

התנגדות של נגד גלילי סימטרי: $R=\frac{1}{2\pi L\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}$

התנגדות של חומר בעל מוליכות סגולית σ בין שני כדורי $b>a$: $R=\frac{1}{4\pi\sigma}\left(\frac{b-a}{ab}\right)$

מעגל LC

מעגל LC – מעגל עם קבל C וסליל משרן L .

המטען על הקבל: $Q(t)=Q_0\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}+\varphi\right)$

הזרם במעגל: $I(t)-\frac{Q_0}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}+\varphi\right)$

יחסות וטרנספורמציות לורנץ

יחסות וטרנספורמציות לורנץ - $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\beta=\frac{v}{c}$

מערכת S' נעה במהירות $v\hat{x}$ ביחס למערכת S . ב- $t=0$ ראשי הצירים מתלכדים.

$$x'=\gamma(x-vt)\ ;\ y'=y\ ;\ z'=z\ ;\ t'=\gamma\left(t-\frac{v}{c^2}x\right)$$

$$u_x'=\frac{u_x-v}{1-\frac{u_xv}{c^2}}\ ;\ u_y'=\frac{u_y}{\gamma\left(1-\frac{u_xv}{c^2}\right)}\ ;\ u_z'=\frac{u_z}{\gamma\left(1-\frac{u_xv}{c^2}\right)}$$

$$x=\gamma(x'+vt)\ ;\ y=y'\ ;\ z=z'\ ;\ t=\gamma\left(t'+\frac{v}{c^2}x\right)$$

$$u_x=\frac{u_x'+v}{1+\frac{u_xv}{c^2}}\ ;\ u_y=\frac{u_y'}{\gamma\left(1+\frac{u_xv}{c^2}\right)}\ ;\ u_z=\frac{u_{z'}}{\gamma\left(1+\frac{u_xv}{c^2}\right)}$$

תפיסת האורך מהמערכת הנייחת (S) : $\Delta x=\frac{\Delta x'}{\gamma}$ (האורך שנמדד במערכת בה האורך זז (S) קטן יותר מאשר במערכת בה האורך נייח (S')). תפיסת הזמן מהמערכת הנייחת (S) :

$\Delta t=\gamma\Delta t'$ (הזמן שנמדד במערכת בה הזמן זז (S) ארוך מאשר במערכת בה הזמן נייח (S'))

מרווח זמן בין שני מאורעות מנקודת מבט של... / איפיון שני המאורעות	בו-מקומיים ב-S	בו-מקומיים ב-S'	בו-זמניים ב-S	בו-זמניים ב-S'
צופה במנוחה ב-S	$\Delta t=\tau$ $\Delta x=0$	$\Delta t=\gamma\tau$ $\Delta x=\beta c\gamma\tau$	$\Delta t=0$ $\Delta x=\ell_0$	$\Delta t=\frac{\beta\gamma}{c}\ell_0$ $\Delta x=\gamma\ell_0$
צופה במנוחה ב-S'	$\Delta t'=\gamma\tau$ $\Delta x'=\gamma\beta c\tau$	$\Delta t'=\tau$ $\Delta x'=0$	$\Delta t'=\frac{\beta\gamma}{c}\ell_0$ $\Delta x'=\gamma\ell_0$	$\Delta t'=0$ $\Delta x'=\ell_0$

כוח לורנץ על חלקיק נע: $\vec{F}=q\vec{E}+\frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}$

אנרגיה ותנע: $E'=\gamma(E-vP_x)\ ;\ P_x'=\gamma\left(P_x-\frac{v}{c^2}E\right);$

$P_y'=P_y\ ;\ P_z'=P_z$

שדה של מטען נע:

$$E_x'=E_x=\frac{qx'}{\left(x'^2+y'^2\right)^{3/2}}=\frac{q\gamma(x-vt)}{\left(\gamma^2(x-vt)^2+y^2\right)^{3/2}}$$

$$E_y'=\gamma E_y=\frac{\gamma qy'}{\left(x'^2+y'^2\right)^{3/2}}=\frac{\gamma qy}{\left(\gamma^2(x-vt)^2+y^2\right)^{3/2}}$$

עוצמת שדה נע ב- $t=0$:

$$E'=\sqrt{E_x'^2+E_y'^2}=\frac{q}{r'^2}\frac{1-\beta^2}{\left(1-\beta^2\sin^2\theta'\right)^{3/2}}$$

כאשר $r'^2=x'^2+y'^2$ ו- $\tan\theta'=\frac{y'}{x'}$

כאשר חלקיק נע משנה את מהירותו אז האינפורמציה על השדה מועברת על ידי כדור אינפורמציה שנע במהירות האור.

זרם: $J_x'=\gamma(J_x-v\rho); J_y'=J_y\ ;\ J_z'=J_z\ ;\ \rho'=\gamma\left(\rho-\frac{v}{c^2}J_x\right)$

$I'=\gamma(I+v\lambda)\ ;\ \lambda'=\gamma\left(\lambda+\frac{v}{c^2}I\right)$

שדות חשמליים ומגנטיים:

$$E_x'=E_x\ ;\ E_y'=\gamma\left(E_y-\beta B_z\right);\ E_z'=\gamma\left(E_z+\beta B_y\right)$$

$$B_x'=B_x\ ;\ B_y'=\gamma\left(B_y+\beta E_z\right);\ B_z'=\gamma\left(B_z-\beta E_y\right)$$

$$E=0\longrightarrow \vec{E}_{\parallel}'=0\ ;\ \vec{E}_{\perp}'=-\vec{\beta}\times\vec{B}_{\perp}'$$

$$B=0\longrightarrow \vec{B}_{\parallel}'=0\ ;\ \vec{B}_{\perp}'=-\vec{\beta}\times\vec{E}_{\perp}'$$

האינווריאנטה של לורנץ

עבור חלקיק יחיד: $m^2c^4=E^2-P^2c^2$

עבור מספר חלקיקים: $\left(\sum E\right)^2-\left(\sum P\right)^2c^2=const$

האינווריאנטות האלקטרומגנטיות

$\vec{E}\cdot\vec{B}=\vec{E}'\cdot\vec{B}'$ $\quad$ $\vec{E}^2-\vec{B}^2=\vec{E}'^2-\vec{B}'^2$

מעגל RL

מעגל RL – מעגל עם נגד R וסליל משרן L .

$\varepsilon=L\frac{dI}{dt}+I(t)R$; $I(t)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$; $V_L=\varepsilon\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

במעגל מקוצר מתקיים: $I(t)R=-L\frac{dI}{dt}$ ו- $I(t)=I_0\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

האנרגיה בסליל משרן: $U=\frac{1}{2}LI^2$

מגנטיות

כוח לורנץ על חלקיק נע: $\vec{F}=q\vec{E}+\frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}$

חוק אמפר: $\oint_C \vec{B}d\vec{l}=\frac{4\pi}{c}\iint_S \vec{J}d\vec{a}=\frac{4\pi}{c}I$

כלומר - אינטגרל מסלולי של השדה המגנטי על פני מסלול סגור C , פרופורציוני לכמות הזרם שזורם דרך השטח שהמסלול כולא. כיוון השדה המגנטי הוא כיוון "בורג ימני" שנקבע לפי כיוון הזרם.

מחוק אמפר וסטוקס: $\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\vec{J}$ <<==

<<== $\vec{\nabla}\vec{J}=\left(\frac{c}{4\pi}\right)\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)}_{0}=0$

תכונות: אין מונופלים מגנטים, אין מטען מגנטי, אין מקור לקווים מגנטיים, כל קו הוא לולאה סגורה.

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ <<== $\iint_S \vec{B}d\vec{a}=\iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$.

שדה של חוט עם זרם I : $\vec{B}=\frac{2I}{cr}\left(\hat{I}\times\hat{r}\right)$

כוח מגנטי על תיל נושא זרם: $\vec{F}=L\vec{I}\times\vec{B}$

כוח מגנטי הפועל בין שני תילים נושאי זרם: $F=\frac{2I_1I_2L}{cr}$

שדה של תיל נושא זרם סופי: $\vec{B}=\frac{I}{cr}(\cos\alpha+\cos\beta)$

חוק ביו-סבר: $d\vec{B}=\frac{\vec{I}dl\times\hat{r}}{cr^2}=\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{cr^2}$

זהו חוק שמאפשר לנו למצוא את השדה המגנטי שאלמנט זרם dl יוצר במרחק r ממנו.

פוטנציאל מגנטי: $\vec{A}(\vec{r})=\frac{1}{c}\iiint_V\frac{\vec{J}(\vec{r})dv}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ $\quad$ $\vec{\nabla}\times\vec{A}=\vec{B}$

פוטנציאל של חוט אין סופי עם זרם I : $\vec{A}=\frac{I}{c}\ln\left(x^2+y^2\right)\hat{z}$

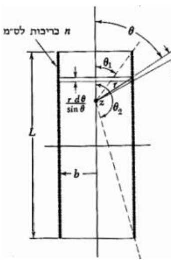
האנרגיה המגנטית במרחב: $U=\frac{1}{8\pi}\iiint_V|B|^2\,dv$

סך האנרגיה האלקטרומגנטית: $U=\frac{1}{8\pi}\iiint_V|E|^2+|B|^2\,dv$

שדות מגנטיים ידועים

שדה של טבעת בקוטר R עם זרם I : $\vec{B}(z)=\frac{2\pi IR^2}{c\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\hat{z}$

שדה מגנטי של סליל זרם סופי (θ_1 - הזווית לקצה העליון של הסליל ו- θ_2 הזווית לקצה התחתון, n כריכות ליחידת אורך):



$B(z)=\frac{2\pi In}{c}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$

השדה בתוך סליל אין סופי: $B=\frac{4\pi In}{c}$

(הנוסחה לסליל אין סופי נכונה גם כאשר: $L>>r$)

שדה של טורוס: $B=\frac{2In}{cr}$

שדה של יריעת זרם: $B=\frac{2\pi J}{c}=2\pi\beta\sigma$

שדה במרכז דיסקה מסתובבת, $\sigma(r)=\sigma\frac{R}{r}$: $\vec{B}=\frac{\pi\omega\sigma R}{c}\hat{z}$

כוח במוט זרם נע, α בין v ל- B , β בין J ל- B :

$F=\frac{B^2L^2V\sin\alpha\sin\beta}{R}$

השראה אלקטרומגנטית

שטף מגנטי: $\Phi_B=\iint_S\vec{B}d\vec{a}$

חוק פרדיי (השראה): $\varepsilon=\oint_C\vec{E}d\vec{l}=-\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\iint_A\vec{B}d\vec{a}=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi_B}{dt}$

המערכת תתנגד לשינוי בשטף. מסטוקס: $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}$

פרופורציית ההשראה ההדדית M נקראת "השראות".

משפט ההדדיות: $M_{12}=M_{21}$.

הכוח האלקטרומניע הנוצר בלולאת זרם אחת כתוצאה משינוי בזרם בלולאה שנייה: $\varepsilon=-M_{12}\frac{dI}{dt}$ <<== $M=\frac{1}{c}\frac{d\Phi_B}{dt}$

גורם ההשראה העצמית הוא L ו- $\varepsilon=-L\frac{dI}{dt}=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi_B}{dt}$

קובץ זה הוכן על ידי ערן "Sabre Runner" ארבל ממספר מקורות שונים. טענות ומענות ב-sabrerunner@gmail.com. Hack the Planet!

	קואורדינאטות קרטזיות	קואורדינאטות גליליות	קואורדינאטות כדוריות
גרדיאנט	$\vec\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}\hat x+\frac{\partial f}{\partial y}\hat y+\frac{\partial f}{\partial z}\hat z$	$\vec\nabla f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat r+\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat\theta+\frac{\partial f}{\partial z}\hat z$	$\vec\nabla f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat r+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial\varphi}\hat\varphi$
דיברגנץ	$\vec\nabla\cdot\vec f=\frac{\partial f_x}{\partial x}+\frac{\partial f_y}{\partial y}+\frac{\partial f_z}{\partial z}$	$\vec\nabla\cdot\vec f=\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot f_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial f_z}{\partial z}$	$\vec\nabla\cdot\vec f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2f_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta f_\theta)}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f_\varphi}{\partial\varphi}$
רוטור	$\vec\nabla\times\vec f=\left(\frac{\partial f_z}{\partial y}-\frac{\partial f_y}{\partial z}\right)\hat x+\left(\frac{\partial f_x}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial x}\right)\hat y+\left(\frac{\partial f_y}{\partial x}-\frac{\partial f_x}{\partial y}\right)\hat z$	$\vec\nabla\times\vec f=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial f_z}{\partial\theta}-\frac{\partial f_\theta}{\partial z}\right)\hat r+\left(\frac{\partial f_r}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial r}\right)\hat\theta+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(r\cdot f_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial f_r}{\partial\theta}\right)\hat z$	$\vec\nabla\times\vec f=\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial(\sin\theta f_\theta)}{\partial\theta}-\frac{\partial f_\varphi}{\partial\varphi}\right)\hat r+\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f_r}{\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial(rf_\theta)}{\partial r}\right)\hat\theta+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rf_\theta)}{\partial r}-\frac{f_r}{\partial\theta}\right)\hat\varphi$
לפלסיאן	$\nabla^2f=\frac{\partial^2f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2f}{\partial z^2}$	$\nabla^2f=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2f}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2f}{\partial z^2}$	$\nabla^2f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2f}{\partial\varphi^2}$

השראות ידועות

טבעת ברדיוס r בתוך טבעת ברדיוס R: $R>>r$: $M_{12}=\frac{2\pi^2r^2}{c^2R}$

השראה עצמית של סליל משרן בעל n ליפופים לס״מ, באורך l וברדיוס r: $L=\frac{4\pi^2r^2n^2l}{c^2}$

השראה עצמית של טורוס עם n כריכות, גובה h ורדיוסים $b>a$: $L=\frac{2n^2h}{c^2}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

משוואות מקסוול

משוואות מקסוול – זרם העתק: $\vec J_d=\frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec E}{\partial t}=\frac{1}{4\pi\sigma}\frac{\partial\vec J}{\partial t}$

חוק גאוס: $\vec\nabla\cdot\vec E=4\pi\rho$

אין מונופולים מגנטיים: $\vec\nabla\cdot\vec B=0$

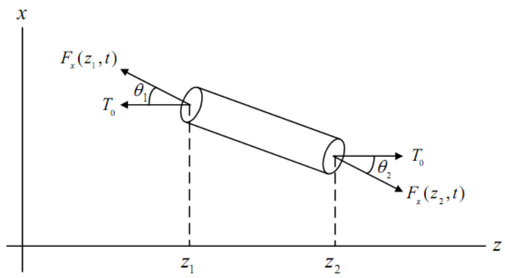
חוק פרדי להשראות: $\vec\nabla\times\vec E=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec B}{\partial t}$

חוק אמפר המוכלל: $\vec\nabla\times\vec B=\frac{4\pi}{c}\left(\vec J_d+\vec J\right)$

בריק מתקיים: $\rho=0$, $\vec J=0$, להציב בהתאם.

גלים

משוואת הגלים הכללית: $\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2}$



על חלק מיתר $\Delta z=z_2-z_1$ בעל מסה $\Delta m=\rho\Delta z$ פועל כוח רוחבי בכיוון $\hat x$: $F_x(z_2,t)-F_x(z_1,t)=T_0(\tan\theta_2-\tan\theta_1)$

$F_x(z,t)=T_0\left(\frac{\partial\psi(z_2,t)}{\partial z}-\frac{\partial\psi(z_2,t)}{\partial z}\right)$ <<== $\tan\theta=\frac{\partial\psi}{\partial z}$

<<== $F_x(z,t)=T_0\frac{\partial^2\psi(z,t)}{\partial z^2}\Delta z=\rho\Delta z\frac{\partial^2\psi(z,t)}{\partial t^2}$ <<==

$v^2=\frac{T_0}{\rho}$ <<== $\frac{\partial^2\psi(z,t)}{\partial z^2}=\frac{\rho}{T_0}\frac{\partial^2\psi(z,t)}{\partial t^2}$

פתרונות למשוואת הגלים הקלאסית

גלים רצים – חייבים מערכת פתוחה (אין סופית)

$\psi(x,t)=f(x\pm vt)$ - אם + אז הגל נע שמאלה, אם – אז ימינה.

זה מהווה פתרון למשוואה כי: $\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{df}{d(x\pm vt)}\frac{d(x\pm vt)}{dx}=f'\cdot1$

וגם $\frac{\partial f}{\partial t}=f'\frac{d(x\pm vt)}{dt}=f'(\pm v)$ <<== $\frac{\partial^2f}{\partial x^2}=f'';\frac{\partial^2f}{\partial t^2}=f''v^2$

<<== $\frac{\partial^2f}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2f}{\partial t^2}$

גל הרמוני - $\psi(x,t)=A\sin(kx-\omega t)$

k - מאפיין הגל, ω - תדירות זוויתית, A - משרעת הגל

חשוב לזכור: $k=\frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega=\frac{2\pi}{T}$, $v=\frac{\omega}{k}=\frac{\lambda}{T}$, $f=\frac{1}{T}$.

$\lambda=\frac{2\pi}{k}$ - אורך הגל, המרחק בין כל שתי נקודות שוות בגל.

וקטור פוינטינג - $\vec S={}^{c}\!/\!_{4\pi}|E|^2\hat k$ - קצב שינוי האנרגיה ליחידת זמן ליחידת נפח בכיוון התקדמות הגל.

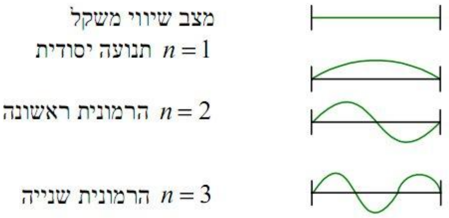
פתרונות למשוואת הגלים הקלאסית

גלים עומדים – חייבים מערכת סגורה (סופית)

$\psi(x,t)=A\sin(k_nx)\cdot\cos(\omega_nt)$

קיימות נקודות שבת המקיימות $\psi=0$ ללא תלות בזמן.

בהינתן L אורך המיתר אז יתקבל גל עומד אם $L=\frac{n\pi}{k_n}$ ואם $\lambda=\frac{2L}{n}$. תדירות: $f=\frac{vn}{2L}$, $V=\sqrt{\frac{T_0L}{M}}$, $E_k=\int_0^L\frac{1}{2}\frac{M}{L}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2dx$



אופן התנודה הנורמלי: $\phi_n=A_n\sin(k_nx)\cos(\omega_nt+\varphi)$

$\psi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\Phi_n$

גלים מישוריים

פתרון מישורי: $\psi(\vec r,t)=f(\hat n\vec r-vt)$ - המשוואה מייצגת גל הנע כמישור הניצב לכיוון ההתקדמות שלו ומקבל את אותו ערך על כל המישור הניצב. $\vec r=(r_x,r_y,r_z)$.

חזית הגל: המקום הגיאומטרי בו ל- ψ יש ערך ב- t מסוים. לגל תלת ממדי חזית מישורית, לגל דו ממדי חזית קווית.

$\psi(\vec r,t)=A\cos(\vec k\vec r\pm\omega t)$; $\vec k$ הוא וקטור הגל הרב ממדי.

גל כדורי (מעגלי במישור) ממקור נקודתי: $\psi(\vec r,t)=\frac{f(\vec r-vt)}{r}$

גלים אלקטרומגנטיים

גלים אלקטרומגנטיים - $\nabla^2\vec E=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec E}{\partial t^2};\nabla^2\vec B=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec B}{\partial t^2}$

התווך תלת ממדי, ההפרעה תלת ממדית, מהירות הפאזה c .

גל מישורי רץ: $\vec E(\vec r,t)=\vec E_0f(\hat k\vec r-ct);\vec B(\vec r,t)=\vec B_0f(\hat k\vec r-ct)$

על פני מישור חזית הגל, לכל הנקודות אותו ערך.

משוואות מקסוול בריק: $\vec\nabla\cdot\vec E=0$, $\vec\nabla\times\vec E=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec B}{\partial t}$,

$\vec\nabla\cdot\vec B=0$, $\vec\nabla\times\vec B=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec E}{\partial t}$

תכונות של גלים אלקטרומגנטיים

$\vec E(\vec r,t)\perp\hat k;\vec B(\vec r,t)\perp\hat k$ <<== $\vec\nabla\cdot\vec E=0;\vec\nabla\cdot\vec B=0$

גל אלקטרומגנטי הוא רוחבי. ההפרעה ניצבת לכיוון ההתקדמות.

$|\hat k\times\vec E_0|=|\vec B_0|$ <<== $\hat k\times\vec E_0=\vec B_0$ <<== $\vec\nabla\times\vec E=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec B}{\partial t}$

$\hat k,\vec E_0,\vec B_0$ ניצבים אחד לשני ומהווים שלשה ימנית. גודל השדות החשמלי והמגנטי זהים. $\hat k\cdot E^2=\vec E\times\vec B$

שטף האנרגיה של הגל האלקטרומגנטי – וקטור פוינטינג

גל א״מ: $\vec E=E_0f(z-ct)\hat x$; $\vec B=B_0f(z-ct)\hat y$

האנרגיה בקופסה בנפח $A\Delta z$: $\Delta U=\frac{\vec E^2+\vec B^2}{8\pi}A\Delta z$.

$\frac{1}{A}\frac{\partial\Delta U}{\partial t}=-\frac{c\Delta z}{4\pi}\left(\vec E\frac{\partial\vec B}{\partial z}+\vec B\frac{\partial\vec E}{\partial z}\right)=$

$=-\frac{c\Delta z}{4\pi}\frac{\left(E(z+\Delta z)B(z+\Delta z)-E(z)B(z)\right)}{\Delta z}$

$\vec S=\frac{c}{4\pi}(\vec E\times\vec B)\to\frac{1}{A}\frac{\partial\Delta U}{\partial t}=S_z(z)-S_z(z+\Delta z)=\left[\frac{erg}{cm^2\sec}\right]$

עוצמה

$I=\overline{\overline{S}}$ עוצמת הגל היא הערך הממוצע של וקטור פוינטינג.

גל מונוכרומטי: $\vec E=\vec E_0\sin(\vec k\vec r-\omega t);\vec B=\vec B_0\sin(\vec k\cdot\vec r-\omega t)$

$I=\frac{c}{4\pi}\frac{E_0^2}{2}$ <<== $\vec S=\frac{c}{4\pi}E_0^2\sin^2(\vec k\cdot\vec r-\omega t)\hat k$

עבור גל הרמוני מעגלי העוצמה קטנה לפי $\frac{1}{r}$. עבור גל כדורי $\frac{1}{r^2}$.

ההספק המשודר על ידי הגל: $P=\iint_S\vec Sd\vec a=IA$.

חיבור גלים

$\vec E(\vec r)=\mathrm{Re}\left(\vec E_0e^{i(\vec k\vec r-\omega t)}\right)$ <<== $e^{i\alpha}=\cos\alpha+i\sin\alpha$.

$e^{-i\alpha}-e^{i\alpha}=2\sin\alpha;e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}=2\cos\alpha$

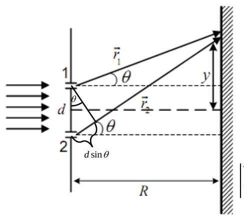
$\psi=2A\cos\left(\frac{k_1-k_2}{2}x-\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{k_1+k_2}{2}-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$

$\psi=\psi_1+\psi_2$ <<== $I\propto|\psi|^2=|\psi_1|^2+|\psi_2|^2+2\mathrm{Re}|\psi_1\psi_2^*|$

$2\mathrm{Re}|\psi_1\psi_2^*|$ הוא איבר ההתאבכות. כאשר הגלים באותה פאזה, הם יגבירו אחד את השני, התאבכות בונה. כאשר הם בהפרש פאזה של π , הם יבטלו אחד את השני, התאבכות הורסת.

בשביל שתתקיים התאבכות, הגלים חייבים להיות קוהרנטיים, בעלי הפרש פאזה קבוע.

ניסוי יאנג



$|\vec E_1|=|\vec E_2|=E_0$, $R>>\lambda,d$

עבור זוויות קטנות ניתן להניח כי ה- θ ות זהות. הפרש הפאזה הוא תוצאה של הפרש הדרכים:

$|\vec r_2-\vec r_1|=d\sin\theta$. $\lambda r=d\sin\theta$

$\vec E(\vec r)=\vec E_0e^{i(\vec k\vec r-\omega t)}2\cos\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)$ <<== $\frac{\vec r_1+\vec r_2}{2}=\vec r$

$I(\theta)=\frac{c}{4\pi}E_0^2\,2\cos^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)=I_0\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\frac{y}{R}\right)$

התאבכות בונה תתקבל כאשר $\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}=\pi m$ <<== בזוויות θ_m המקיימות: $\sin\theta_m=\frac{\lambda}{d}m$. הורסת עבור $\sin\theta=\frac{\lambda}{d}\left(m+\frac{1}{2}\right)$

מרחק בין שיאים (שפלים) ניתן על ידי $\Delta y=\frac{R\lambda}{d}$.

N סדקים

$|\psi|^2=A^2\frac{\sin\left(\frac{\pi Nd\sin\theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)};I(\theta)=I_0\frac{\sin\left(\frac{\pi Nd\sin\theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)}$

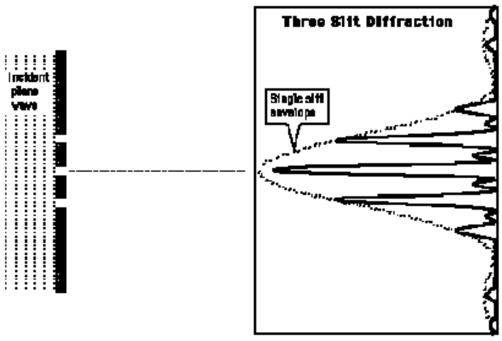
שיא: $\sin\theta=\frac{\lambda}{d}m$ <<== $|\psi|^2=A^2N^2$ שפל: $\sin\theta=\frac{\lambda m}{dN}$.

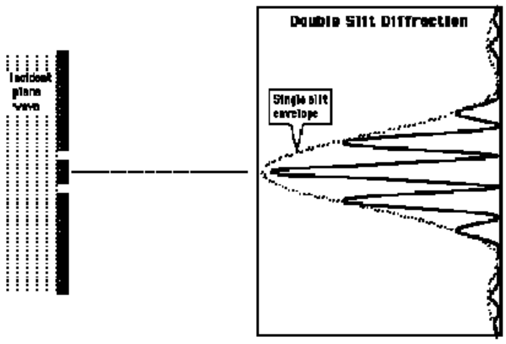
רוחב המקסימום הראשי: $\Delta x=\frac{\lambda}{Nd}$.

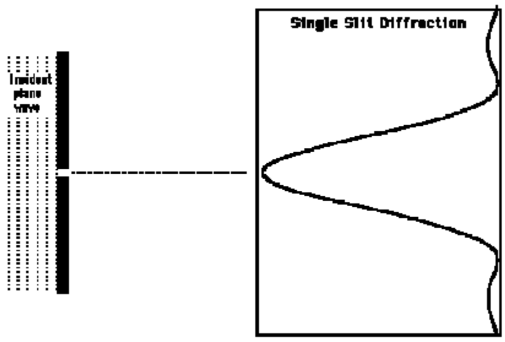
בין כל שיא ראשי יש $N-2$ משניים. כמות השיאים: $2\left\lfloor\frac{d}{\lambda}\right\rfloor+1$.

מספר השיאים קטן כאשר d גדל. ככל ש- N גדול יותר, ההפרדה בין סוגי הגלים טובה יותר. בשיא m יתקבל $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\ge\frac{1}{Nm}$.

גל הפוגע במשטח הופך פאזה.







<u>עקיפה</u>

סדק יחיד. d מסדר גודל של λ.

$$I(\theta)=I_1\frac{\sin^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)^2}\longrightarrow \begin{array}{l} Max:\sin\theta_n=\frac{\lambda}{d}n \\ Min:\sin\theta_m=\frac{\lambda}{d}\left(m+\frac{1}{2}\right)\end{array}$$

N סדקים: D המרחק בין הסדקים.

$$I(\theta)=I_n\frac{\sin^2\left(N\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}\bullet\frac{\sin^2\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta\right)^2}\qquad Max:\ \sin\theta_n=\frac{\lambda}{d}n$$

<u>החלפת משתנים באינטגרל כפול</u>

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy=\iint_{D'} f\left(x(u,v),\,y(u,v)\right)\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v\end{vmatrix}dudv$$

<u>החלפת משתנים באינטגרל משולש</u>

$$\iiint_D f(x,y,z)\,dxdydz=$$

$$=\iiint_{D'} f\left(x(u,v,w),\,y(u,v,w),\,z(u,v,w)\right)|J|\,dudvdw$$

$$J=\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}=\begin{vmatrix} x_u & x_v & x_w \\ y_u & y_v & y_w \\ z_u & z_v & z_w\end{vmatrix}$$

<u>טרנספורמציות וקטורים</u>

$$\vec\nabla\left(f\vec\nabla g\right)=\vec\nabla f\vec\nabla g+f\vec\nabla^2 g$$

$$\vec\nabla\left(g\vec F\right)=g\left(\vec\nabla\vec F\right)+\left(\vec\nabla g\right)\vec F$$

$$\vec\nabla\times\left(g\vec F\right)=g\left(\vec\nabla\times\vec F\right)+\left(\vec\nabla g\right)\times\vec F$$

<u>חבורת גלים</u>

תווך נפיצה: תווך בו התלות בין k ל- ω אינה לינארית.

תווך לא נפיצה: תווך בו k ו- ω תלויים לינארית $\left(v=\frac{\omega}{k}\right)$.

ריק הוא תווך לא נפיצה. רוב התווכים הם תווכי נפיצה.
תווך נפיצה = חומר מפזר. תווך לא נפיצה = חומר לא מפזר.

$$\omega_n=\omega_1+(n-1)\Delta\omega\,;1\le n\le N$$

$$\psi=A\sum_{n=1}^{N}e^{i(\omega_n t-k_n x)}=Ae^{i(\bar\omega t-\bar k x)}\frac{\sin\left(N\frac{\Delta\omega t-\Delta kx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\omega t-\Delta kx}{2}\right)}$$

שפל: $\Delta\omega t-\Delta kx=\frac{2\pi}{N}m$ שיא: $\Delta\omega t-\Delta kx=2\pi n$

עבור x כלשהו יתקבל מינימום ב- $t=\frac{2\pi}{N\Delta\omega}$

$v_p=\frac{\omega}{k}$ ו- $v_g=\frac{d\omega}{dk}$. בגלים א"מ שניהם שווים ל- c.

<u>עוד כמה דברים קטנים שכדאי לזכור</u>

<u>משפט גאוס</u>: $\oiint_S \vec F d\vec a=\iiint_V \vec\nabla\bullet\vec F dv$

השטף של שדה דרך משטח שווה לדיברנגץ (הנגזרת המכוונת) של השדה הכלוא בתוך הנפח.

<u>משפט סטוקס</u>: $\oint_C \vec F d\vec l=\iint_S \vec\nabla\times\vec F d\vec a$

העבודה שהשדה מבצע על מסלול סגור שווה למערבולת השדה הנמצאת על פני המשטח.

<u>סכום סדרה הנדסית מחיבור גלים</u>

$$\frac{e^{-iN\theta}-1}{e^{-i\theta}-1}=\frac{e^{-i\frac{N}{2}\theta}\left(e^{-i\frac{N}{2}\theta}-e^{i\frac{N}{2}\theta}\right)}{e^{-\frac{i}{2}\theta}\left(e^{-\frac{i}{2}\theta}-e^{\frac{i}{2}\theta}\right)}=e^{i\frac{N-1}{2}\theta}\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\theta\right)}$$

<u>סדרות וטורים</u>

$$a_n=a_1+nd\longrightarrow S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$$

$$a_n=a_1q^n\longrightarrow S_n=a_1\frac{1-q^n}{1-q}\,;\,S=\frac{a_1}{1-q}$$

$$e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$$

$$\ln(1-x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}\qquad \ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^n}{n}$$

$$\sin x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\qquad \cos x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$$

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3+x^4-x^5+\ldots$$

$$\frac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n\qquad \frac{x}{1-x}=\sum_{n=1}^{\infty}x^n$$

פונקציה \ X	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	$\frac{\sqrt0}{2}$	$\frac{\sqrt1}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt4}{2}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt4}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt1}{2}$	$\frac{\sqrt0}{2}$
$tg x$	0	$\frac{1}{\sqrt3}$	1	$\sqrt3$	—
$ctg x$	—	$\sqrt3$	1	$\frac{1}{\sqrt3}$	0
	0	30°	45°	60°	90°

<u>Instructions for Life</u>

Don't Let People Drive You Crazy When You Know It's Within Walking Distance.
Don't Let the Bastards Get You Down.
Being a Heretic Isn't Easy But It Sure is More Fun than the Alternative.
Hack the Planet! And Stay Good and Have Fun! Because You Could Be Weirder.