

## גליון 1

מה שוקל יותר: קילו נוצות או סבתא. תחשבו לבד.

## גליון 2

$$E = \frac{Q_{in}}{r^2} k, \quad dq = \rho(r) dv \Rightarrow Q_{in} = \int_v \rho(r) dv$$

$$dv = 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{in} = \int_r \rho(r) 4\pi r^2 dr$$

העקרונות המנחים בגליון זה:

פתרון לשאלה 1

$$dE = \frac{dq}{r^2} = \frac{\lambda dl}{r^2} = \frac{\lambda(x) dx}{x^2}, \quad E = \int_0^L \frac{\lambda(x) dx}{x^2}$$

פתרון לשאלה 2

$$Q_{in} = \int_r \rho(r) 4\pi r^2 dr = \int_0^R \rho_0 \frac{1}{R} 4\pi r^2 dr = \pi \rho_0 R^3 : Q_{in} \text{ נחשב את } Q_{in}$$

פתרון לשאלה 3

$$\int_{\varepsilon=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\theta} R^2 \sin(\varphi) d\varepsilon d\varphi = \dots = 2\pi R^2 (1 - \cos(\theta)) : \text{חישוב שטח מעטפת בקוואו' כדוריות כאשר } R \text{ קבוע.}$$

פתרון לשאלה 4

הדיברגנץ של E שווה אפס, כלומר לשדה אין מקורות ולכן גם השטף שווה לאפס.

$$\nabla \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

פתרון לשאלה 5

כוחות קולון בציר Y שווים, כלומר  $F_{31y} = F_{32y}$ . נשים לב כי הדרך היחידה שבה השוויון הווקטורי מתקיים היא אם  $q_2$  נמשך ל-  $q_1$  וגם דוחה את  $q_3$ . הדרך היחידה שבה זה אפשרי זה אם  $q_2$  ו-  $q_3$  הם בעלי מטען חיובי (כי  $q_1$  בעל מטען שלילי). לכן נתעלם מסימנים ונתייחס רק לגדלים של המטענים. נסמן:

$$k \frac{q_3 q_1}{r_3^2} \sin \alpha = k \frac{q_3 q_2}{r_2^2} \cos \alpha \Rightarrow q_2 = \left( \frac{r_2}{r_3} \right)^3 q_1 \cdot \sin \alpha = \frac{r_2}{r_1}, \quad \cos \alpha = \frac{r_3}{r_1}$$

## פתרון לשאלה 6

ראשית נחשב את  $Q_{in}$  של הכדור ונשים לב לגבולות האינטגרציה (a עד r):

$$Q_{in} = \int_v \rho(r) dv = 4\pi A \frac{1}{2} r^2 \Big|_a^r = 2\pi A(r^2 - a^2)$$

כעת נחשב את השדה. נתייחס לכדור כעל מטען נקודתי:

$$E = k \left( \frac{Q}{r^2} + \frac{Q_{in}}{r^2} \right) = k \left( \frac{Q - 2\pi Aa^2}{r^2} + 2\pi A \right)$$

דורשים חוסר תלות ב-r ולכן נבדוק איזה A יאפס את המונה:

$$k(Q - 2\pi Aa^2) = 0 \Rightarrow A = \frac{Q}{2\pi a^2}$$

## פתרון לשאלה 7

נחשב בעזרת העיקרון המנחה שלמעלה את  $Q_{in}$  ובעזרתו את E. נשים לב כי בגלל ש-  $r < R$  גבולות האינטגרציה הם מ-0 ועד r.

$$E = \frac{k}{r^2} Q_{in} = \frac{k}{r^2} \int_0^r (A + Br) 4\pi r^2 dr = 4\pi k r \left( \frac{A}{3} + \frac{Br}{4} \right)$$

## פתרון לשאלה 8

נבצע את אותו חישוב כמו קודם עם ההבדל החשוב שבגלל ש-  $r > R$ , נתייחס לכל הכדור כעל מטען נקודתי, וגבולות האינטגרציה כעת הם מ-0 ועד R.

$$E = \frac{k}{r^2} Q_{in} = \frac{k}{r^2} \int_0^R (A + Br) 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi k}{r^2} R^3 \left( \frac{A}{3} + \frac{BR}{4} \right)$$

## גליון 3

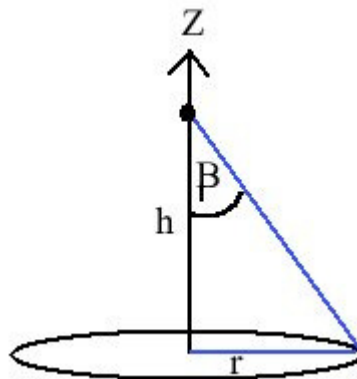
חוק גאוס: השטף הכולל דרך גוף הכולא בתוכו מטען כלל אינו תלוי בצורת הגוף, ואז:  $\Phi = 4\pi Q_{in}$

$$\Phi = \oint_s \vec{E} \cdot \vec{da} = 4\pi Q_{in} \quad \text{כמו כן:}$$

פתרון לשאלה 1

התשובה הסופית היא:  $\vec{E} = \frac{4\pi\sigma_0}{3} \hat{z}$ . הסבר:

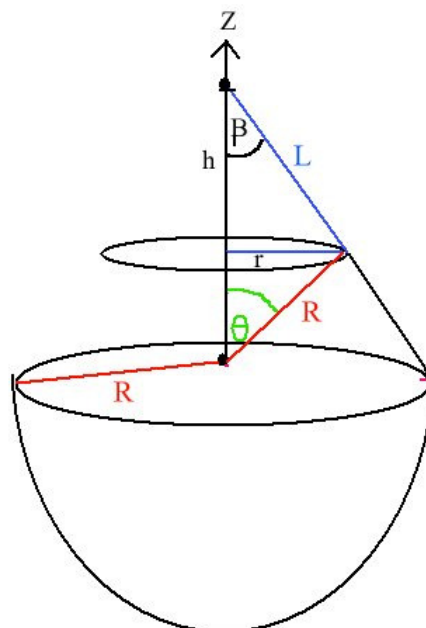
נתחיל בלחשב באופן כללי מהו השדה הנוצר בנקודה הנמצאת על ציר  $Z$  במרחק  $h$  מטבעת בעלת צפיפות מטען אורכית  $\lambda(\theta)$  (במקרה זה קבועה, זוהי הזווית עם ציר ה- $Z$ ) שמרכזת גם כן בציר  $Z$ .



כאשר  $rd\varphi$  הוא אלמנט קשת. אנו מעוניינים רק בשדה בכיוון  $Z$  ולכן נכפיל ב- $\cos(\beta)$ . נסכום על כל הטבעת, כלומר  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  ולכן נקבל לאחר האינטגרציה:

$$\vec{E}_z = \frac{2\pi r \lambda(\theta)}{r^2 + h^2} \cos(\beta)$$

כעת נחזור לבעיה המקורית:



קעת נסכום על כל הטבעות בעלי הרדיוס  $r$ . עלינו לבטא כל פרמטר לפי  $\theta$ :

$$r = R \sin(\theta)$$

$$\sqrt{r^2 + h^2} = L = 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{לפי משפט הקוסינוסים:}$$

$$\lambda(\theta) = \sigma_0 \sin(\theta) R d\theta$$

$$\beta = 90 - \frac{\theta}{2}$$

נציב את הפרמטרים ונבצע את האינטגרציה ע"פ  $\theta$ :

$$\vec{E}_z = \int_0^\pi \frac{2\pi R^2 \sigma_0 \sin^2(\theta) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4R^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta(\hat{z}) = \dots = \frac{\pi \sigma_0}{2} \int_0^\pi \frac{\sin^2(\theta)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta(\hat{z}) = \frac{4\pi \sigma_0}{3}(\hat{z})$$

### פתרון לשאלה 2

עלינו לחשב את השטף הכולל דרך שטח פנים של גוף כלשהו. הגוף כולא בתוכו מטען  $q$  יחיד ונתון. נשתמש בחוק גאוס (להבדיל ממשפט גאוס!). נתעלם מנתוני הגליל, ופשוט נחשב:

$$\Phi = 4\pi Q_{in} = 4\pi q$$

### פתרון לשאלה 3

#### גרסא א':

שדה של משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען  $\sigma$ :  $\vec{E} = 2\pi\sigma$  בכיוון הניצב למשטח. לכן נחשב:

$$E = 2\pi \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \rho dx = 2\pi \rho d$$

נשים לב כי אם  $r > 0$  אז גודל השדה חיובי (בכיוון X), אחרת השדה מכיוון בכיוון (-X) ולכן גודלו הוא שלילי.

#### גרסא ב':

$$Q_{in} = \int_v \rho dv = \frac{4}{3} \pi r^3 \Big|_a^r = \frac{4}{3} \pi \rho (r^3 - a^3) \quad \text{: } Q_{in} \text{ נחשב את}$$

$$\Phi = 4\pi r^2 \cdot E = 4\pi Q_{in} = 4\pi \cdot \frac{4}{3} \pi \rho (r^3 - a^3) \quad \text{: קעת לפי חוק גאוס:}$$

$$E = \frac{4}{3r^2} \pi \rho (r^3 - a^3) \quad \text{: נקבל תשובה סופית:}$$

## פתרון לשאלה 4

נפתור שוב לפי חוק גאוס: נבחר גוף המתאים לנו ביותר לשאלה זו – גוף גלילי בעל רדיוס  $r$  ואורך  $h$  כלשהו. מתקיים:  $E \cdot 2\pi rh = 4\pi Q_{in}$ .

עבור  $r < a$ :  $Q_{in} = 0$  (כי איך כלל מטען), ולכן נקבל:  $E = 0$ .

עבור  $a < r < b$ :  $E \cdot 2\pi rh = 4\pi Q_{in} = 4\pi \cdot (2\pi a\sigma_1 h)$  ומכאן נקבל:  $\vec{E} = \frac{4\pi a\sigma_1}{r} \hat{r}$

עבור  $r > b$ :  $E \cdot 2\pi rh = 4\pi Q_{in} = 4\pi \cdot [2\pi h(a\sigma_1 + b\sigma_2)]$  ומכאן נקבל:  $\vec{E} = \frac{4\pi}{r} (a\sigma_1 + b\sigma_2) \hat{r}$

## פתרון לשאלה 5

שוב, לפי חוק גאוס, ונעבור לקואורדינטות גליליות:  $|J| = r$

$$\left. \begin{array}{l} x = r \cos(\theta) \\ y = r \sin(\theta) \\ z = z \end{array} \right\}$$

$$E \cdot 2\pi rh = 4\pi Q_{in} = 4\pi \int_V \rho dv = 4\pi \int_0^h \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho r \cdot dr d\phi dz$$

$$E = \frac{4\pi AR^3}{3L} \quad \text{נקבל:}$$

## פתרון לשאלה 6

נשים לב לשיקולי הסימטריה ונסיק כי כמות השטף דרך הקוביה היא בדיוק שמינית מהשטף הכולל. לכן:

$$\Phi_{question} = \frac{1}{8} \Phi_{tot} = \frac{1}{8} \cdot 4\pi Q_{in} = \frac{1}{2} \pi q$$

## גליון 4

### פתרון לשאלה 1

גרסא א':

על מנת לחשב את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות A ל-B, נחשב את ההפרש בין A ל-C ואח"כ בין C ל-B.

$$\varphi(z_2) - \varphi(z_1) = 2\pi\sigma(z_2 - z_1) \quad \text{הפרש פוטנציאלים הנובע מטבלה אינסופית מישורית:}$$

$$\Delta\varphi_{AC} = 2\pi\sigma k(8-3) = 6\pi\sigma k \quad \text{לכן: עבור הטבלה בציר ה-X, ההפרש הוא רק ברכיב ה-X:}$$

$$\Delta\varphi_{CB} = 2\pi\sigma k(8-3) = 6\pi\sigma k \quad \text{עבור הטבלה בציר ה-Y, ההפרש הוא רק ברכיב ה-Y:}$$

$$\Delta\varphi_{AB} = \Delta\varphi_{AC} + \Delta\varphi_{CB} = 12\pi\sigma k \quad \text{לכן סה"כ:}$$

גרסא ב':

$$d\varphi = \frac{dq}{r} = \frac{\lambda_0 R k d \theta}{R} = \lambda_0 k d \theta \quad \text{נחשב את תרומת כל אלמנט קשת לפוטנציאל:}$$

$$\varphi = \int_0^\pi \lambda_0 k d \theta = \lambda_0 \pi k \quad \text{נבצע אינטגרציה ונקבל:}$$

### פתרון לשאלה 2

נחלק את התיל לאלמנטי אורך בשם  $dz$ , ונחשב מהי תרומת הפוטנציאל של כל אלמנט אינפיניטסימלי כזה לנקודה P:

$$d\varphi = \frac{dq}{r} = \frac{\lambda dz}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

$$\varphi = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \lambda \frac{dz}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{\lambda}{x} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \frac{dz}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{x}\right)^2}}$$

$$t = \frac{z}{x} \quad \Leftrightarrow \quad z = xt \quad \text{נגזור ונקבל:} \quad dz = x dt$$

$$\frac{d}{2x} < \frac{z}{x} < \frac{-d}{2x} \quad \text{נשים לב כי אם קודם גבולות האינטגרציה היו עבור Z:} \quad \frac{d}{2} < z < \frac{-d}{2}, \quad \text{אז עבור } t \text{ הם יהיו:}$$

נציב בחזרה באינטגרל, נשתמש ברמז ונקבל:

$$\varphi = \frac{\lambda}{x} \int_{-\frac{d}{2x}}^{\frac{d}{2x}} \frac{x dt}{\sqrt{1+t^2}} = \frac{\lambda \operatorname{arcsinh}^{-1}(t)}{1} \Bigg|_{-\frac{d}{2x}}^{\frac{d}{2x}} = \lambda \left[ \operatorname{sinh}^{-1}\left(\frac{d}{2x}\right) - \operatorname{sinh}^{-1}\left(\frac{-d}{2x}\right) \right]$$

נבחן מהי תרומתו של אלמנט קשת  $Rd\theta$  לפוטנציאל במרכז המעגל, ונסכום באינטגרציה על כל המעגל.

$$d\varphi = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda(\theta)Rd\theta}{R} = k\lambda(\theta)d\theta$$

$$\varphi_{(0,0)} = \int_0^{2\pi} k\lambda_0 \sin^2(\theta)d\theta = \frac{k\lambda_0}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos(2\theta))d\theta = k\lambda_0\pi$$

בשאלה זו נשתמש בנוסחא:  $\varphi_{(z_2)} - \varphi_{(z_1)} = - \int_{z_1}^{z_2} \vec{E} \cdot \vec{dl}$

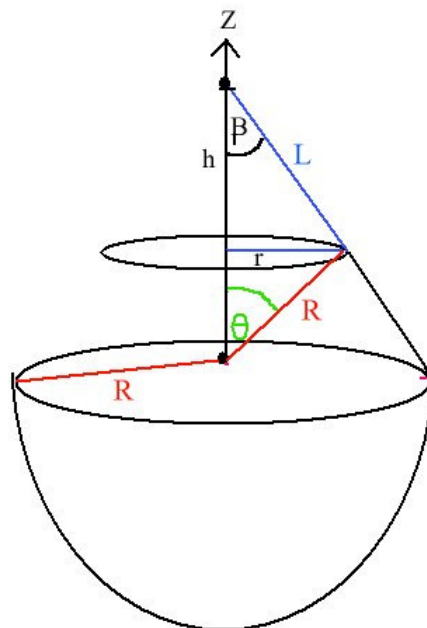
נשתמש בנתוני השאלה  $\varphi_{(r)} = \varphi_{(R)} - \int_R^r \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_r^R \vec{E} \cdot \vec{dl}$  כעת, לאט ובזהירות נחשב את  $\vec{E}_{(r)}$ .

$$Q_{(r)} = \int_V \rho dv = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho_{(r')} dr' = a\pi r^4 + 2\pi b r^2$$

$$E_{(r)} = k \frac{Q_{(r)}}{r^2} = k\pi(ar^2 + 2b)$$

$$\varphi_{(r)} = - \int_r^R k\pi(ar'^2 + 2b) dr' = k \left[ \frac{a\pi}{3}(R^3 - r^3) + 2\pi b(R - r) \right]$$

נזכר באיור שהיה לנו בגיליון 3 בשאלה 1:



עלינו בעצם לחשב את הפוטנציאל בנקודה  $R\hat{z}$ , בנקודה  $-R\hat{z}$  ולחשב לפי הנוסחא:  $W = q \cdot \Delta\varphi$ . נחשב את תרומת הפוטנציאל של כל אלמנט טבעת לנקודה  $R\hat{z}$ :

$$\left. \begin{aligned} dq &= \lambda(\theta) r d\varphi \\ r &= R \sin(\theta) \\ \lambda(\theta) &= \sigma(\theta) R d\theta = \sigma_0 \sin(\theta) R d\theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow dq = \sigma_0 R^2 \sin^2(\theta) d\varphi d\theta$$

$$L = 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{ע"פ משפט הקוסינוסים:}$$

$$d\varphi = \frac{dq}{L} = \frac{2\pi\sigma_0 R^2 \sin^2(\theta) d\theta}{2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{\pi\sigma_0 R \sin^2(\theta) d\theta}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

נבצע את האינטגרציה:

$$\varphi_{(R\hat{z})} = \pi\sigma_0 R \int_0^\pi \frac{\sin^2(\theta)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta = \frac{-8\pi\sigma_0 R}{3}$$

כעת נבצע את אותו החישוב עבור הנקודה  $-R\hat{z}$ . נשים לב כי החישוב יהיה זהה בכל הפעולות שעשינו. לכן נקבל:

$$W = q \cdot \Delta\varphi = q \cdot \left( \frac{-8\pi\sigma_0 R}{3} - \frac{-8\pi\sigma_0 R}{3} \right) = 0$$

#### פתרון לשאלה 6

נחשב את הפוטנציאל החדש פשוט ע"י חישוב הפוטנציאל הישן פחות החלק אותו הורדנו.

$$\varphi_{(z_2)} - \varphi_{(z_1)} = - \int_{z_1}^{z_2} \vec{E} \cdot \vec{dl} \quad \text{שוב, נשתמש בנוסחא:}$$

$$\varphi = \varphi_0 - \int_V \frac{\rho}{r} dv = \varphi_0 - \int_{r=0}^R \frac{4\pi r^2 \rho}{r} dr = \varphi_0 - 2\pi R^2 \rho$$

#### פתרון לשאלה 7

$$\vec{E} = Ake^{-kz} \left[ \sin(kz)\hat{x} + \cos(kz)\hat{z} \right] \quad \text{ונקבל:} \quad \vec{E} = -\nabla\varphi \quad \text{פשוט נחשב ע"פ הנוסחא:}$$

#### פתרון לשאלה 8

נשים לב כי ע"פ הנוסחא:  $\vec{E} = -\nabla\varphi$ : רק פוני הפוטנציאל  $\varphi_{(x,y)} = -\frac{x^3}{3} - y^2x$  נכונה עבור השדה הנתון.



## גליון 5

באופן כללי, הפוטנציאל של קליפה כדורית ברדיוס R:

$$\varphi_{(r)} = \begin{cases} \frac{Q}{r} & r \geq R \\ \frac{Q}{R} & r < R \end{cases}$$

### פתרון לשאלה 1

עבור שאלות מסוג זה העיקרון הוא פשוט וברור: אם נמצאים מחוץ לכדור אז מתיחסים אליו כאל מטען נקודתי, ואם נמצאים בתוך כדור – אז הפוטנציאל שלו על השפה שווה לפוטנציאל בכל נקודה בפנים. עבור הפוטנציאל על הקליפה הפנימית בעלת רדיוס R:

$$\varphi_{(R)} = k \left[ \frac{q}{R} + \frac{-2q}{2R} + \frac{3q}{3R} \right] = \frac{kq}{R}$$

ועבור הפוטנציאל על הקליפה האמצעית בעלת רדיוס 2R החישוב יהיה זהה.

### פתרון לשאלה 2

כאשר מחברים קליפות במוליך דק יש להזניח את כמות המטען על המוליך עצמו. כמובן שכמות המטען הכוללת על 2 הקליפות לא משתנה. המטען רק מסתדר בצורה אחרת. נניח כי מחברים את הקליפה שברדיוס R עם זאת שברדיוס 3R. נסמן את כמות המטען החדשה על R ב-  $q'$  (לא ידוע), ואת כמות המטען על הקליפה 3R ב-  $4q - q'$ . הפוטנציאלים בקליפות המחוברות הוא כעת זהה, לכן נבנה משוואה המבטאת זאת:

$$\varphi_{(R)} = k \left[ \frac{q'}{R} + \frac{-2q}{2R} + \frac{4q - q'}{3R} \right] = k \left[ \frac{q'}{3R} + \frac{-2q}{3R} + \frac{4q - q'}{3R} \right] = \varphi_{(3R)}$$

$$\cdot \varphi_{(R)} = \frac{2kq}{3R} \quad \text{נקבל: } q' = \frac{q}{2} \quad \text{נציב במשוואה ונקבל:}$$

### פתרון לשאלה 3

זוהי שאלה פשוטה ומאוד טכנית. סה"כ יש ליישם את עקרונות הקיבול במקביל ובטור, לפשט לאט לאט את המעגל ולקבל תשובה סופית.

$$\frac{1}{C_{eff}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{חיבור 2 קבלים בטור:}$$

$$C_{eff} = C_1 + C_2 \quad \text{חיבור 2 קבלים במקביל:}$$

## פתרון לשאלה 4

הפיתרון בשאלה זו דומה מאוד לפיתרון שאלה 2. מחברים את הקליפות, המטען הכולל לא משתנה, הפוטנציאלים כעת שווים. נניח כי הקליפות ברדיוסים  $3R$ ,  $2R$ ,  $R$  טעונות במטענים  $3q$ ,  $-2q$ ,  $q$  בהתאמה. מחברים את הקליפות  $2R$  עם  $3R$ . המטען על  $2R$  יהיה:

$$\varphi_{(2R)} = k \left[ \frac{q}{2R} + \frac{q'}{2R} + \frac{q-q'}{3R} \right] = k \left[ \frac{q}{3R} + \frac{q'}{3R} + \frac{q-q'}{3R} \right] = \varphi_{(3R)}$$

נקבל  $q' = -q$ .

## פתרון לשאלה 5

מכיוון שהנקודה A נמצאת מחוץ לטבלה, נתיחס לטבלה כאל טעונה בצפיפות משטחית.

$$\sigma = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \rho dx = \rho d \quad \text{כלומר:}$$

$$\varphi_{(L)} - \varphi_{\left(\frac{d}{2}\right)} = 2\pi k \rho d \left( L - \frac{d}{2} \right) \quad \text{נסיק ממשוואת הפרש פוטנציאלים הנובע מטבלה מישורית אינסופית:}$$

$$W = q \cdot \Delta\varphi = 2\pi k \rho d Q \left( L - \frac{d}{2} \right) \quad \text{ע"פ נוסחת העבודה:}$$

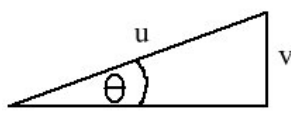
נתון כי מהירות החלקיק בהגיעו לנקודה B  $\left( x = \frac{d}{2} \right)$  הוא 0, ולכן משוואות האנרגיה שוות:

$$2\pi k \rho d Q \left( L - \frac{d}{2} \right) = \frac{1}{2} m V_0^2 \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{4\pi k \rho d Q \left( L - \frac{d}{2} \right)}{m}}$$

## פתרון לשאלה 6

נתתור שאלה זו ע"י הנוסחה  $C = \frac{A}{4\pi D}$  כאשר A הוא שטח כל לוח ו-D הוא המרחק בין הלוחות.

נפרק את A ל-  $a \cdot a$  בהתאם לנתונים שלנו. עלינו לבצע אינטגרציה על מרחק הלוחות זה מזה (D) לאורך הלוח (מ-0 ועד a).

באופן כללי, כאשר  $\theta$  זווית קבועה:  נקבל  $v = u \sin \theta$ .

נשים לב כי  $D = d + 2v = d + 2u \sin \theta$ . נבצע את האינטגרציה:

$$C = \int_0^a \frac{a}{4\pi(d + 2u \sin \theta)} du = \frac{a}{4\pi} \ln(d + 2u \sin \theta) \cdot \frac{1}{2 \sin \theta} \Big|_0^a = \frac{a}{8\pi \sin \theta} \cdot \ln \left( \frac{d + 2a \sin \theta}{d} \right)$$

## גליון 6

### פתרון לשאלה 1

נסמן את המקום בו נמצא  $Q$  כראשית הצירים. על מנת לאפס את הפוטנציאל בנקודה  $a$  עלינו לשים מטען  $(-Q)$  בנקודה  $2a\hat{x}$ . אך כעת הפוטנציאל ב-  $(-a\hat{x})$  איננו אפס ולכן יש לשקף את כל המערכת שוב, הפעם בכיוון השלילי. נמשיך בפועולות השיקוף אינסוף פעמים, בכל פעם מצד אחר של הציר. לכן מופיע  $(-1)^n$ . לכן נקבל:

$$\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{(-1)^n Q}{|\vec{r} - 2na\hat{x}|}$$

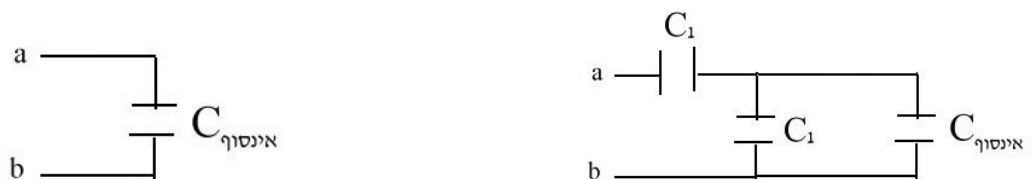
### פתרון לשאלה 2

נשים לב כי בקלות ניתן לחשב את האנרגיה ליחי שטח עבור כל אחד ממערכת הקבלים בנפרד. נסמן גודל זה ב-  $U_1$ . ע"פ נוסחת הקיבול, נקבל כי קיבול ליחי שטח הוא:  $\frac{C}{S} = \frac{1}{4\pi a}$  (כאשר  $S$  הוא שטח כל לוח ו-  $a$  הוא המרחק בין הלוחות). לכן האנרגיה הכוללת ליחי שטח היא:

$$\frac{U_{tot}}{S} = 4 \frac{U_1}{S} = 4 \frac{1}{S} \frac{CV^2}{2} = 4 \frac{C}{S} \frac{V^2}{2} = 4 \frac{1}{4\pi a} \frac{V^2}{2} = \frac{V^2}{2\pi a}$$

### פתרון לשאלה 3

נשתמש ברמז ונזניח לרגע את 2 הקבלים הראשונים. מכיוון שיש מספר אינסופי של קבלים, הקיבול השקול של 2 המערכות הבאות שווה:



נבטא זאת באמצעות משוואות, ולשם הנוחות נסמן:  $C_1 = a$ ,  $C_{\infty} = b$ . אנו מחפשים כמובן את  $b$ .

$$b = \frac{a(a+b)}{2a+b} \Rightarrow b = a \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)$$

### פתרון לשאלה 4

נפתור בקלות ע"י נוסחת  $R$ :

$$R = \int_0^L \frac{1}{\sigma_{(x)} A} dx = \int_0^L \frac{x}{\sigma_0 LA} dx = \frac{L}{2a\sigma_0}$$

## פתרון לשאלה 5

V נתון ואת R מצאנו בסעיף הקודם. (נשים לב כי A איננו נתון בסעיף זה אך הוא יצטמצם לנו בהמשך). הזרם קבוע במערכת, אחרת היתה נוצרת הצטברות של מטענים. אם הזרם קבוע אז גם צפיפות הזרם קבועה. שטח החתך A גם הוא קבוע, ולכן ניתן לרשום:

$$JA = I = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad J = \frac{V}{AR} = \frac{2\sigma_0 V}{L}$$

## פתרון לשאלה 6

נחשב פשוט ע"י נוסחת צפיפות הזרם:  $J = \sigma_{(x)} E_{(x)}$

$$E_{(x)} = \frac{J}{\sigma_{(x)}} = \frac{2V}{L^2} x$$

## פתרון לשאלה 7

בשאלה זו הזרם עובר באופן אחיד רדיאלית מהקליפה הפנימית לחיצונית ולכן ניתן להתייחס למערכת כאל חיבור נגדים בטור. נגדיר את הקליפה הפנימית כנגד  $R_1$  ואת החיצונית כנגד  $R_2$ . נרצה לחשב:  $R = R_1 + R_2$ . ע"פ נוסחת ההתנגדות עבור חומר דיאלקטרי הכולא בין שני כדורים:

$$R_1 = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left( \frac{1}{a} - \frac{2}{a+b} \right) \quad R_2 = \frac{1}{4\pi\sigma_2} \left( \frac{2}{a+b} - \frac{1}{b} \right)$$

ולכן התשובה היא  $R = R_1 + R_2$ .

נשים לב כי הנוסחאות הנ"ל הן מקרה פרטי של הנוסחה  $R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{\sigma A} dr$  עבור שטח חתך  $A = 4\pi r^2$ .

## פתרון לשאלה 8

V נתון ואת R מצאנו בסעיף הקודם. שטח החתך הוא  $A = 4\pi b^2$ . לכן:

$$I = \frac{V}{R}, \quad J = \sigma_{(x)} E_{(x)}$$

$$J_{(b)} = \frac{I}{A} = \frac{I}{4\pi b^2} = \frac{V}{4\pi b^2 R} = \sigma_{(b)} E_{(b)} \quad \Rightarrow \quad E_{(b)} = \frac{V}{4\pi b^2 \sigma_2 R}$$

## פתרון לשאלה 9

שוב, לפי נוסחת ההתנגדות  $R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{\sigma_{(r)} A_{(r)}} dr$ , כאשר הפעם שטח החתך  $A = 2\pi rL$  הוא של מעטפת של

גליל ברדיוס  $r$  ואורך  $L$  וללא הבסיסים, ו-  $\rho = \frac{1}{\sigma}$ .

$$R = \int_a^b ar^2 \frac{1}{2\pi rL} dr = \frac{a}{4\pi L} (b^2 - a^2)$$

## פתרון לשאלה 10

$V$  נתון ואת  $R$  מצאנו בסעיף הקודם.  $A = 2\pi bL$ .

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4\pi LV}{a(b^2 - a^2)}$$

$$JA = I = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad J = \frac{I}{A} = \frac{2V}{ab(b^2 - a^2)}$$

## גליון 7

עבור טרנספורמציות הכוחות:

P – המערכת בה המטען עליו פועל הכח נמצא במנוחה (המערכת העצמית שלו):

$$\vec{F}'_{\parallel} = \vec{F}_{\parallel}^P$$

$$\vec{F}'_{\perp} = \frac{1}{\gamma} \vec{F}_{\perp}^P$$

### פתרון לשאלה 1

התנועה היחסית של שני המטענים בשאלה היא על ציר X בלבד. כמו כן הכח בין שני מטענים אלו גם הוא מכוון על ציר ה-X. התנועה מקבילה לכוון הכח ולכן ע"פ טרנספורמצית הכוחות מתקיים:

$$F'_{\parallel} = F_{\parallel}^P = \left( \frac{q^2}{a^2} \right) \hat{x}$$

### פתרון לשאלה 2

$$\vec{F} = \frac{4q\lambda_0 v^2}{c^2 r} \hat{r}$$

### פתרון לשאלה 3

הכח הפועל על המטען  $q_1$  מחולק לשניים: הכח מהמטען  $q_2$  והכח מהמטען Q.

$$\vec{F}_{12} = \frac{q^2}{d^2} (-\hat{z}) \quad \text{המטען } q_2 \text{ נמצא במנוחה ביחס ל- } q_1 \text{ ולכן אין שום אפקט יחסותי ביניהם:}$$

עבור הכח מהמטען Q נבצע טרנספורמציה ע"פ הנוסחה מכיוון שהכח הפועל הוא בניצב לכוון התנועה. נקבל שהכח במערכת המטען  $q_1$  הוא:

$$\vec{F}_{1Q} = \gamma \frac{qQ}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} (-\hat{z}) = 4\gamma \frac{qQ}{d^2} (-\hat{z})$$

$$\vec{F} = \frac{-q}{d^2} [4\gamma Q + q] (\hat{z}) \quad \text{נחבר את הגדלים ונקבל:}$$

### פתרון לשאלה 4

קל לראות משיקולי סימטריה כי הכוחות הפועלים על Q הם שווים בגודלם והפוכים בכיוונם, ולכן הכח הפועל עליו הוא אפס.

## פתרון לשאלה 5

עלינו לחשב את השטף כפונקציה של הזווית  $\theta$  כאשר  $0 \leq \theta \leq \theta_0$ .

ע"פ חוק גאוס השטף הוא:  $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{a}$ .  $E = \frac{Q}{r^2}$ ,  $da = r^2 \sin \theta dr d\varphi d\theta$  ולכן:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta_0} \frac{Q}{r^2} \cdot r^2 \sin \theta dr d\varphi d\theta = 2\pi Q \int_{\theta=0}^{\theta_0} \sin \theta d\theta = 2\pi Q (1 - \cos \theta_0)$$

## פתרון לשאלה 6

כעת עלינו לבצע טרנספורמציה שדה. כעת השדה הוא  $E = \frac{Q(1-\beta^2)}{r^2(1-\beta^2 \sin \varepsilon)}$  ( $0 \leq \varepsilon \leq \varphi_0$ )

נבצע את אותו חישוב כמו קודם אך עם השדה החדש:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varepsilon=0}^{\varphi_0} \frac{Q(1-\beta^2)}{r^2(1-\beta^2 \sin \varepsilon)} \cdot r^2 \sin(\varepsilon) dr d\varphi d\varepsilon =$$

$$= 2\pi Q \int_{\varepsilon=0}^{\varphi_0} \frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2 \sin \varepsilon)} \sin(\varepsilon) d\varepsilon = 2\pi Q \left[ 1 - \frac{\cos \varphi_0}{\sqrt{1-\beta^2 \sin^2 \varphi_0}} \right]$$

## גליון 8

כלל יד ימין לכיוון השדה המגנטי: אגודל בכיוון הזרם  $\vec{I}$  (ציר האגודל כאילו מונח על התיל), שאר האצבעות בכיוון המרחק  $\vec{r}$  מהנקודה שבה רוצים לבחון את השדה, כיוון השדה המגנטי בנקודה הוא הווקטור היוצא מכף היד החוצה (כמו כאפה...).

כלל יד ימין לכיוון הכת הפועל על אלמנט מטען הנע במהירות  $\vec{V}$  בתוך שדה מגנטי  $\vec{B}$ : אגודל בכיוון המהירות  $\vec{V}$ , שאר האצבעות בכיוון השדה המגנטי, נקבל כי הכת הפועל על המטען הוא בכיוון הווקטור היוצא מכף היד החוצה.

- נשים לב כי בשאלות בהן השאלה מוצגת ביחידות של c.g.s. הגודל של c יהיה  $c = 3 \cdot 10^{10}$ .

### פתרון לשאלה 1

הזרם הוא  $I = \frac{2\pi J_0 a^2}{3}$ , או בגרסא השנייה: השדה המגנטי עבור  $0 < r < a$  הוא:

$$\vec{B}_{(r)} = \frac{4\pi J_0}{3c} \left( \frac{r^2}{a} - \frac{a^2}{r} \right) \hat{\theta}$$

### פתרון לשאלה 2

ידוע כי השדה המגנטי הנוצר מתיל אינסופי שלם הוא  $\frac{2I}{rc}$ , ולכן תיל חצי אינסופי יצור מחצית מזה:  $B = \frac{I}{rc}$ .

### פתרון לשאלה 3

ראשית נשים לב כי לפי כיוון הזרם כי כל רכיבי הזרם מוסיפים שדה מגנטי באותו הכוון (ע"פ כלל יד ימין), ולכן יש לבצע סכימה:

ראינו בשאלה הקודמת כי השדה המגנטי הנוצר מתיל חצי אינסופי הוא  $\frac{I}{cR}$ . נסכום 2 רכיבים כאלה.

נותר לסכום רבע של טבעת ברדיוס R הנושאת זרם I:  $\frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2\pi I}{cR} \right)$ .

נקבל:

$$B = 2 \frac{I}{cR} + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2\pi I}{cR} \right) = \frac{I(4 + \pi)}{2cR}$$

### פתרון לשאלה 4

נבחן ראשית מהי תרומת זרם בטבעת אינפיניטסימלית לשדה במרכז הקליפה. נסמן ב-x את רדיוס הטבעת וב-z את מרחק מרכזה ממרכז הקליפה הכדורית. נשים לב כי אם a הוא רדיוס הקליפה אז מתקיים  $x^2 + z^2 = a^2$ . נציב בנוסחא המתאימה ונקבל:

$$(*) \quad dB = \frac{2\pi x^2 dI}{c(x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi x^2 dI}{ca^3}$$

נבטא את כל הגדלים בעזרת המשתנים שיש לנו:

נסמן ב- $\theta$  את הזווית הנוצרת בין הניצב z לרדיוס a. ע"פ טריגונומטריה:  $x = a \sin \theta$ .

מהירות המטענים הם:  $V = \omega x = \omega a \sin \theta$ .

נבחן את אלמנט הזרם dI:  $dI = \sigma V \underbrace{ad\theta}_{dr} = \sigma \omega a^2 \sin \theta d\theta$ .



נציב את מה שקיבלנו במשוואה (\*):

$$dB = \frac{2\pi(a \sin \theta)^2 \cdot (\sigma\omega a^2 \sin \theta d\theta)}{ca^3}$$

$$B = \frac{2\pi a \sigma \omega}{c} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{8}{3c} \pi a \sigma \omega$$

פתרון לשאלה 5

גרסא א':

פשוט נשתמש בנוסחא לחישוב שדה מגנטי במרכז גזרת טבעת:  $B = \frac{\theta I}{R}$ , כאשר אצלנו:  $B = \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right) I}{R}$

גרסא ב':

שואלים מהו גודל השדה המגנטי ולכן בשאלה זו נתעלם מכוונו. נשים לב כי 2 התילים האינסופיים בעלי הזרם  $i$  יוצרים שדה מגנטי באותו כוון, ולכן:

$$B_1 = 2 \cdot \left(\frac{2i}{R}\right) = \frac{4i}{R}$$

עבור הטבעת:

$$B_2 = \int dB = \int \frac{Idl}{R^2} = \int_0^{2\pi} \frac{I(Rd\theta)}{R^2} = \int_0^{2\pi} \frac{I}{R} d\theta = \frac{2\pi I}{R}$$

נחבר את שני הגדלים ונקבל:

$$B_{tot} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\sqrt{4\pi^2 I^2 + 16i^2}}{R}$$

פתרון לשאלה 6

השדה מחוץ לטורוס הוא 0.

פתרון לשאלה 7

פשוט מאוד נשתמש בנוסחא:  $B_{(r)} = \frac{2NI}{cr}$

## גליון 9

פתרון לשאלה 1

השדה החשמלי והמגנטי במערכת  $S'$  ניצבים זה לזה.

פתרון לשאלה 2

$$\vec{V} = \frac{|\vec{E}| \vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{B}| |\vec{E} \times \vec{B}|}$$

פתרון לשאלה 3

$$\vec{V} = \frac{|\vec{B}| \vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{E}| |\vec{E} \times \vec{B}|}$$

פתרון לשאלה 4

קיימת מערכת אינרציאלית  $S'$  שבה  $\vec{B}' = 0$ .

פתרון לשאלה 5

אף תשובה אינה נכונה.

פתרון לשאלה 6

$$\vec{B}' = 0 \quad , \quad \vec{E} = 2\sqrt{3} \frac{\lambda_0}{b} \hat{x}$$

## גליון 10

נוסחת פאראדיי (לחישוב כא"מ) ביחידות c.g.s. :  $\varepsilon = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$  . ביחידות m.k.s. נשמיט את c .

נוסחת ההשראות העצמית :  $-\frac{1}{c} \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$

### פתרון לשאלה 1

נסמן את שטח המסגרת ב-A (אצלנו  $A = a^2$ ). נבדוק את תנאי ההתחלה על מנת לקבוע את מחזוריות הנורמל של המסגרת ביחס לכיוון השדה המגנטי :  
 אם ב-  $t = 0$  הנורמל למסגרת מקביל לכיוון השדה המגנטי אז השטף מבוטא ע"י  $\Phi_B = B \cos(\omega t) \cdot A$   
 אם ב-  $t = 0$  הנורמל למסגרת ניצב לכיוון השדה המגנטי אז השטף מבוטא ע"י

$$\Phi_B = B \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \cdot A = B \sin(\omega t) \cdot A$$

נשתמש בנוסחת הכא"מ:

$$\varepsilon = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} BA \sin(\omega t) = -\frac{1}{c} BA \omega \cos(\omega t)$$

מבקשים את הכא"מ בערך מוחלט, נציב את A, ונשמיט את c :

$$\varepsilon = Ba^2 \omega \cos(\omega t)$$

### פתרון לשאלה 2

נחשב תחילה עבור  $0 < t < \frac{a}{v}$ , כלומר עבור הזמן בו לוקח לריבוע להכנס במלואו לתחום בעל השדה.

שטח המלבן האינפיניטיסימלי הנכנס לתחום בזמן  $dt$  הוא  $vdt$ , ולכן השינוי בשטף יהיה:  $d\Phi_B = a \cdot vdt \cdot B$

נחלק ב-  $dt$  ונקבל  $\frac{d\Phi_B}{dt} = avB$ . מכאן נובע:  $\varepsilon = -\frac{avB}{c}$

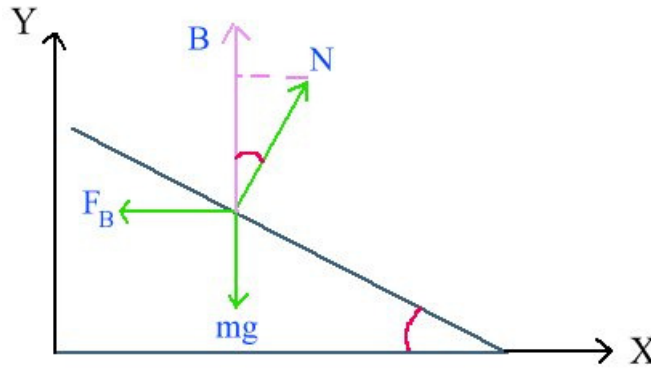
עבור  $\frac{a}{v} < t < \frac{2a}{v}$  שהו הזמן שיקח למסגרת לצאת מהתחום: נבצע חישוב דומה. השטף נתון ע"י:

$$\Phi_B = [a(a - vt)]B = a^2B - avtB$$

נגזור לפי t ונקבל  $\frac{d\Phi_B}{dt} = -avB$ . מכאן נובע:  $\varepsilon = \frac{avB}{c}$

### פתרון לשאלה 3

המוט נע מטה ולמעשה מקטין את שטח המסגרת. מכיוון שהשדה המגנטי B קבוע בזמן ובמרחב, נסיק כי תנועת המוט מקטינה את השטף המגנטי (כי באופן הכי כללי, שטף הוא מכפלת שדה מגנטי בשטח  $\Phi_B = B \cdot S$ ).  
 לכן הזרם שיווצר יהיה בכיוון כזה שירצה להגדיל בחזרה את השטף, כלומר יצור כח שירצה להגדיל בחזרה את המסגרת. ע"פ כלל יד ימין: הכח  $F_B$  יפעל בכיוון  $(-\hat{x})$ . נצייר את תרשימים הכוחות:



נרשום משוואות:

$$\begin{cases} N \cos \theta = mg \\ N \sin \theta = F_B \end{cases} \Rightarrow F_B = mg \tan \theta$$

נסמן את המרחק בין המוט לבין הנקודה בה המסילה נוגעת ברצפה ב- $h$ . שטח המלבן קטן אם כך ב- $(h - vt)$ . השטף המגנטי הכולל הוא:  $\Phi_B = B \cos \theta \cdot L(h - vt)$ . ה- $\cos \theta$  מופיע כי כיוון הנורמל למסגרת אינו מקביל ל- $B$ , אלא רק רכיב ה- $\cos \theta$  מקביל לו. נגזור לפי  $t$  ונקבל:  $\frac{d\Phi_B}{dt} = -vLB \cos \theta$ . מכאן נובע:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{vLB}{cR} \cos \theta \quad \text{כמו כן:} \quad \varepsilon = \frac{vLB}{c} \cos \theta$$

ע"פ הנוסחה לכח המפעיל שדה מגנטי על מוט:  $F_B = \frac{IBL}{c} = \frac{B^2 L^2 \cos \theta}{c^2 R} \cdot v$ . נשווה עם משוואת הכוחות

$$\frac{B^2 L^2 \cos \theta}{c^2 R} \cdot v = mg \tan \theta \Rightarrow F_B = \frac{mgRc^2}{B^2 L^2} \cdot \frac{\tan \theta}{\cos \theta} \quad \text{שרשמנו קודם:}$$

#### פתרון לשאלה 4

בתחום  $a < r < b$  השדה המגנטי בכל נקודה הוא  $B = \frac{2I}{cr}$  בכיוון משיקי (מתיחסים רק לגליל הפנימי). נבנה מלבן בעל אורך  $h$  וגובה  $(b - a)$  כך ששני בסיסיו יגעו בשני הגלילים. נמצא את השטף המגנטי העובר דרך המלבן:

$$\Phi_B = \int \vec{B} d\vec{s} = \int_0^l dx \int_a^b \frac{2I}{cr} dr = \frac{2Il}{c} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

ע"פ נוסחת ההשראות העצמית:

$$-\frac{1}{c} \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow L = \frac{1}{c} \cdot \frac{\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)}{\left(\frac{dI}{dt}\right)} = \frac{1}{c} \cdot \frac{d\Phi_B}{dt} \cdot \frac{dt}{dI} = \frac{1}{c} \frac{d\Phi_B}{dI}$$

$$\frac{d\Phi_B}{dI} = \frac{2l}{c} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{2l}{c^2} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad \text{ולכן נקבל:}$$

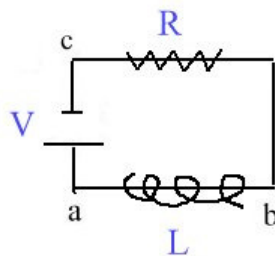
נשים לב שאם נכפיל את התוצאה שקיבלנו ב-  $10^{21}$  אז נקבל את התוצאה ביחידות של  $10^{-21} \frac{\text{sec}^2}{\text{cm}}$ ,  
 ואילו אם נכפיל את התוצאה שקיבלנו ב-  $\frac{10 \times 10^{12}}{1.113}$  אז נקבל את התוצאה ביחידות של  $10^{-7}$  הנרי.

## פתרון לשאלה 5

באינסוף הזרם הוא  $I = \frac{V}{R}$ . לכן 90% ממנו זה:  $I = 0.9 \frac{V}{R}$ .

האנרגיה המגנטית נתונה ע"י  $U = \frac{LI^2}{2}$ , לכן נציב ונקבל:  $U = \frac{L}{2} \left( 0.9 \frac{V}{R} \right)^2$ .

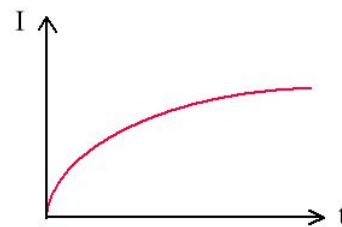
נבנה כעת מעגל סכימטי כאשר נפצל את תכונת הנגד מתכונת ההשראות בסליל.



ע"פ חוקי קירכהוף מתקיים:  $V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$ .

נתרגם זאת למעגל שלנו:  $V = L \frac{dI}{dt} + IR$ . נחלק ב-L, נעביר אגפים ונקבל:  $\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I + \frac{V}{L}$ .

פתרון משוואה מסוג כזה הוא:  $I_{(t)} = \left( \frac{V}{L} \right) \left( \frac{L}{R} \right) \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = \frac{V}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$ .



הגרף נראה כך:

עבור איזה  $t$  נקבל את הזרם המבוקש  $I_{(t=?)} = 0.9 \frac{V}{R}$ ?

$$0.9 \frac{V}{R} = \frac{V}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \Rightarrow e^{-\frac{R}{L}t} = 0.1 \Rightarrow t = \frac{L}{R} \ln(10)$$

## גליון 11

### פתרון לשאלה 1

הפונקציה המבוקשת צריכה לקיים את משוואת הגלים, כלומר במקרה שלנו צריך להתקיים:  $\frac{\partial \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{u} \frac{\partial \psi}{\partial t^2}$

כאשר  $u$  היא מהירות הגל.

רק אחרי שגוזרים את כל הפונ' לפי משוואת הגלים (נגזרת שניה לפי  $x$ , ואח"כ נגזרת שניה לפי  $t$ ) ומציבים במשוואה ניתן לזהות כי רק הפונקציה  $\psi(x, t) = A \cos^3(kx + \omega t)$  מקיימת את הדרישה, וכמו כן היא גם בכיוון המבוקש (הכיוון השלילי של ציר  $X$ ).

לדוגמא הפונקציות  $\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \sin(kx - \omega t)$ ,  $\psi(x, t) = A \exp(kx - \omega t)$  אמנם מקיימות את משוואת הגלים אך הן מתקדמות בכיוון הלא נכון.

### פתרון לשאלה 2

מהירות הפאזה:  $V_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{k} \sqrt{\omega_0 + \alpha^2 k^2}$

מהירות החבורה:  $V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\alpha^2 k}{\sqrt{\omega_0 + \alpha^2 k^2}}$

תשובה סופית:  $\frac{V_g}{V_{ph}} = \frac{\alpha^2 k^2}{(\omega_0 + \alpha^2 k^2)}$

### פתרון לשאלה 3

באפון כללי:  $\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$  . אצלנו:  $\lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1}$ ,  $\lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2}$

ע"פ נתוני השאלה:  $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{\pi(k_1 + k_2)}{k_1 \cdot k_2}$ ,  $D = \frac{2\pi}{\left(\frac{k_2 - k_1}{2}\right)} = \frac{4\pi}{k_2 - k_1}$

תשובה סופית:  $\frac{D}{\lambda} = \frac{4k_1 \cdot k_2}{k_2^2 - k_1^2}$

## פתרון לשאלה 4

באופן כללי, ע"פ הדף נוסחאות:  $V_{ph} = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$  ,  $k = \frac{2\pi f}{V_{ph}} = \frac{\sqrt{\rho} 2\pi f}{\sqrt{T}}$

הגודל המבוקש הוא  $T = \left| \frac{A_T}{A_i} \right|^2$  ולכן:  $T = \left( \frac{A_T}{A_i} \right)^2 = \left( \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \right)^2 = \left( \frac{2\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho} + \sqrt{\rho'}} \right)^2$

## פתרון לשאלה 5

החישוב הוא דומה לחישוב בשאלה הקודמת, רק שעכשיו מחפשים את  $R = \left| \frac{A_R}{A_i} \right|^2$

$$R = \left( \frac{A_T}{A_i} \right)^2 = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{\rho'} - \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho'} + \sqrt{\rho}} \right)^2$$

## גליון 12

פתרון לשאלה 1

$$\psi(x, t=0) = f(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad \text{נציב תנאי התחלה :}$$

נעזר בנוסחת דלאמברט, ונניח כי הנגזרת  $g(x) = 0$ . נציב בנוסחה, כלומר בעצם עלינו לחשב ממוצע חשבוני של הפונקציות הבאות:  $f(x - vt)$  ושל  $f(x + vt)$ , כלומר:

$$\psi = \frac{f(x - vt) + f(x + vt)}{2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{x - vt}{a}\right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{x + vt}{a}\right)^2} \right]$$

פתרון לשאלה 2

מקדם ההעברה לתחום  $x > L$  תחת ההנחה כי  $\rho < \rho'$  הוא 1.

פתרון לשאלה 3

$$2\cos(a)$$

פתרון לשאלה 5

$$\frac{\lambda}{2\pi - 4}$$



## גליון 13

### פתרון לשאלה 1

מהירות גל באופן כללי היא  $V = \frac{\omega}{k}$ , וזהו הגודל גם במקרה שלנו.

כיוון מהירות הגל ניצב גם לכיוון השדה החשמלי וגם לכיוון השדה המגנטי, ע"פ כלל יד ימין  $\hat{k} \times \vec{B} = \vec{E}$  נקבל:

$$\vec{V} = \frac{\omega}{k} \vec{x}$$

### פתרון לשאלה 2

באופן כללי האנרגיה ליח' שטח ניתנת ע"י הנוסחה  $U = \frac{c}{8\pi} (E^2 + B^2) \hat{k}$ .

אצלנו  $\hat{k} = \vec{E} \times \vec{B} = \vec{y} \times \vec{z} = \vec{x}$  כלומר כיוון הגל מקביל למשטח הנתון (הנמצא במישור XZ), ולכן כמות האנרגיה העוברת דרך המשטח היא אפס.

### פתרון לשאלה 3

נתון כי הגל נע בריק ולכן  $V = c$ . נציב את הנתון בנוסחה  $f = \frac{V}{\lambda}$  ונקבל:  $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^{10}} = 3$ .

(נשים לב כי למרות שכתוב בשאלה כי הגודל הוא  $v$ , מתכוונים לתדירות ולכן הכוונה היא ל-  $f$ ).

### פתרון לשאלה 4

הגל הנתון איננו גל א"מ.

ראשית נתייחס לכיוון הגל בלבד. נדרוש קיום הקשר:  $\hat{k} = \vec{E} \times \vec{B} = (\vec{x} \times \vec{y}) = \vec{z}$  כלומר צריך להתקבל וקטור  $k$  בכיוון  $z$  בלבד. קל לראות כי בנתוני השאלה לוקטור  $k$  יש רכיבים בכיוונים נוספים (בתוך חזקת ה-  $e$ ) ולכן הצמד אינו מתאר גל א"מ.

### פתרון לשאלה 5

הגל הנתון הוא גל א"מ בעל קיטוב מעגלי עם כיוון התקדמות  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0)$ .

## גליון 14

פתרון לשאלה 1

$$-\frac{(l_2 - l_1)L}{d} \quad \Delta x \text{ המרחק שעבורו יופיע מקסימום ההתאבכות מסדר אפס הוא}$$

פתרון לשאלה 2

$$\frac{L\lambda}{d} \quad \Delta y \text{ בין 2 מינימום התאבכות עוקבים הוא}$$

פתרון לשאלה 3

$$\frac{L\phi\lambda}{2\pi d} - \frac{(l_2 - l_1)L}{d} \quad \text{לאחר עיכוב הפאזה, מקסימום ההתאבכות מסדר אפס יופיע ב-}$$

פתרון לשאלה 4

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2}$$

פתרון לשאלה 5

$$C_{eff} = C_0 \left( \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_2} + \frac{1}{\epsilon_3}} + \frac{\epsilon_1}{2} \right)$$