ביטויים בסיסיים

תדירות-אורך גל: $\lambda \cdot \nu = c$

מספר גל: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad p = \hbar k$

תדירות-אנרגיה: $\omega = 2\pi\nu$ $\quad E = \hbar\omega$

מהירות הפזה: $v_p = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$

מהירות החבורה: $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}$

אנרגיה יחסותית: $E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} = \gamma m_0 c^2$

אנרגיה קינטית יחסותית: $E_k = (\gamma - 1)m_0c^2$

אנרגיה של פוטון: $E = pc = h\nu$

אפקט דופלר — התקרבות: $f' = \gamma(1 + v/c)f_0$

בהתרחקות: $f' = \frac{f_0}{\gamma(1 + v/c)}$

התחום הניראה: $3900\,\mathring{A} \le \lambda \le 7600\,\mathring{A}$

$1.63\text{ eV} < E < 3.18\text{ eV}$

גוף שחור

צפיפות האנרגיה של גוף שחור: $u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3(e^{h\nu/k_BT} - 1)}$

חוק סטפן-בולצמן $S = \sigma T^4$ $\quad \sigma = 5.67\times10^{-8}\frac{J}{m^2 \cdot \sec \cdot K^4}$

כאשר S אנרגיה ליחידת שטח

חוק ההסחה של Wein: $\nu_{\max} = 5.88 \cdot 10^{10} \cdot T$

אנרגיה ממוצעת של פוטונים: $\overline{h\nu} \cong 2.7k_BT$

אנרגיה תרמית בטמפרטורת החדר: $k_BT \cong 0.0258\text{ eV}$

פיזורים ע"י חלקיקים ופוטונים

האפקט הפוטואלקטרי: $eV_0 = h\nu - W$

פיזור בראג: $2d\sin\theta = n\lambda$ $\quad \left|\frac{n\lambda}{2d}\right| \le 1$

ספקטרום קרינת X

חוק Duan-Hunt: $\lambda_{\min} = \frac{12400}{V}\ \mathring{A}$

חוק מוסלי: $\sqrt{\nu} = A(Z - b)$

לסידרת K: $\frac{1}{\lambda_n} = (Z-1)^2 R\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

פיזור קומפטון: $\lambda' - \lambda = \frac{hc}{mc^2}(1 - \cos\theta)$

גלי דה-ברולי: $\lambda_m = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{k}$ $\quad$ קלאסי: $\lambda_m = \frac{h}{mv} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2E_k}}$

יחסותי: $\lambda_m = \frac{hc}{mc^2\sqrt{\gamma^2 - 1}}$

פיזור רתרפורד — התקרבות מינימלית: $r_{\min} = \frac{ke^2z_1z_2}{E_k}$

פרמטר הפגיעה: $b(\theta) = \frac{1}{2}r_{\min} \cdot \cot\frac{\theta}{2}$

מרחק החליפה: $D = \frac{1}{2}r_{\min}\left(1 + \frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$

חתך פעולה דיפרנציאלי: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\frac{db}{d\theta} = \frac{r_{\min}^2}{16} \cdot \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$

מספר חלקיקים במטרה: $N_t = \frac{\rho N_A}{A} \cdot S \cdot t$

כאשר S שטח המטרה ו-t עוביה

מספר חלקיקים פוגעים בגלאי: $n = jN_t\frac{S}{r^2}\frac{d\sigma}{d\Omega}$

כאשר j זרם ליחידת שטח ו-S שטח ו-r מרחק הגלאי

צירופים וקבועים שימושיים

יחידות: $1eV = 1.602\times10^{-19}J$ $\quad 1\text{ J} = 10^7\text{ erg}$ $\quad 1\mathring{A} = 10^{-10}m$ $\quad 1fm = 10^{-15}m$

$1\text{ Tesla} = 10^4\text{ Gauss}$ $\quad \text{Tesla} = \text{Webber}/\text{m}^2$ $\quad 1eV/Particle = 23.06\,kcal/mol$

צירופים שימושיים: $hc = 12400\ eV \cdot \mathring{A}$ $\quad \hbar c = 1973\ eV \cdot \mathring{A}$ $\quad ke^2 = 14.4\ eV \cdot \mathring{A}$

מספר אבוגדרו: $N_A = 6.022\times10^{23}\ particles/mole$

קבוע קולון: $k = 8.988\times10^9\ N \cdot m^2/C^2$

קבוע בולצמן: $k_B = 8.617\times10^{-5}\ eV/K = 1.38\times10^{-23}\ J/K$

קבוע פלנק: $h = 4.136\times10^{-15}eV \cdot \sec = 6.626\times10^{-34}J \cdot \sec$

h-bar: $\hbar = 6.582\times10^{-16}eV \cdot \sec = 1.055\times10^{-34}J \cdot \sec$

מהירות האור בואקום: $c = 2.998\times10^8\ m/\sec$

מסה אטומית: $1\text{ u} = 931.48\,MeV/c^2$

מסת האלקטרון: $m_e = 0.511\,MeV/c^2 = 9.1095\times10^{-31}\,Kg$

מסת הפרוטון: $m_p = 938.28\,MeV/c^2 = 1.6726\times10^{-27}\,Kg$

מסת הניטרון: $m_n = 939.57\,MeV/c^2 = 1.675\times10^{-27}\,Kg$

עקרון אי-הוודאות

סטיית תקן $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$

עקרון אי-הוודאות $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$ $\quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta k \Delta x \geq 2\pi \quad \Delta\omega\Delta T \geq 2\pi$

מודל בוהר ומכניקת קוונטים הקלאסית

הנחות (1 $l = n\hbar \quad n = 1,2..$

(2 מסלולים מעגליים $\frac{mv^2}{r} = -\frac{ke^2}{r^2}$

מסה מצומצמת $\mu = \frac{mM}{m+M}$

רדיוס בוהר $r_n = \frac{n^2}{Z}a_0 \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{\mu k e^2} = 0.53 \ \text{Å}$

קבוע המבנה הדק $\alpha = \frac{ke^2}{\hbar c} \cong \frac{1}{137}$

אנרגיית בוהר $E_n = -\frac{\mu c^2 \alpha^2 Z^2}{2n^2} = -\frac{13.6 Z^2}{n^2} eV$

קבוע רידברג $R = \frac{\mu c \alpha^2}{2h} \quad R = 1.097 \times 10^{-3} \ \text{Å}^{-1}$

נוסחת רידברג-ריטץ $\frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

תורת הקוונטים המודרנית

אופרטורים $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V$

משוואת שרדינגר $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V\Psi$

פוטנציאל לא תלוי בזמן $\Psi(r,t) = \Phi(t) \cdot \psi(r)$

משוואת שרדינגר ב"ת בזמן $\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0$

$\Phi(t) = Ae^{\frac{iEt}{\hbar}}$

תנאים לפתרון: א) Ψ ו- Ψ' רציפות ומקיימות תנאי שפה כאשר תנאי השפה אינסופיים, הדרישה היא לרציפות Ψ בלבד!

ב) Ψ ניתנת לנירמול $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 \, dV = 1$

הנירמול א) סדר האינטגרל לפי מימד הבעיה (משטח,גוף,קו)

ב) נוסף היעקוביען: פולריות - r כדוריות - $r^2 \sin\theta$

אקסיומת המדידה $\langle \hat{o} \rangle = \int \psi^* \hat{o} \psi \, dV$

סוגרי פואסון $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$

אי-הוודאות של $\hat{A}$ $\Delta\hat{A} = \left\langle \left(\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle \right)^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}$

אי-ודאות $\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} \left\{ -\langle [A,B] \rangle^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$

פוטנציאל קרטזי פריק $V(r) = V_1(x) + V_2(y) + V_3(z)$

$\psi(r) = \psi_1(x)\psi_2(y)\psi_3(z) \qquad E = E_1 + E_2 + E_3$

לכל קואורדינטה ופוטנציאל פותרים בנפרד

זרם בתורת הקוונטים $\vec{j} = \frac{\hbar}{2im}(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)$

כאשר Ψ ממשית הזרם הקוונטי מתאפס! $j = 0$

חוק שימור הזרם $\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

זרם לחלקיק חופשי לכיוון שלילי $\psi(x) = Ae^{-ikx}$

לכיוון חיובי $\psi(x) = Ae^{ikx}$

עקרון האיסור של פאולי שני פרמיונים **זהים** לא כולים להמצא בעת ובעונה אחת באותו מצב קוונטי

פוטנציאלים קוונטיים שונים

חלקיק בטיבת פוטנציאל אינסופית $\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{n\pi x}{L}$

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2}+\frac{n_y^2}{b^2}+\frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

חלקיק בתנודות קטנות $\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-\frac{1}{2}kx^2)\psi=0$

חד מימדי $E_n=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega \quad \omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \quad n=0,1,..$

פתרון $\psi_n(x)=\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}\left(2^n\cdot n!\right)^{-\frac{1}{2}}H_n(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$

דרגת ניוון $M_n=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

פולינומי הרמיט $H_{n+1}(\beta x)=2\beta xH_n(\beta x)-2nH_{n-1}(\beta x)$

$$H_0=1 \quad H_1(\beta x)=2\beta x \quad H_2(\beta x)=4\beta^2x^2-2$$

קירוב WKB $P\cong\exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(V(x)-E)}dx\right)$

מדרגת פוטנציאל אינסופית

מקדם ההחזרה $R=\left|\frac{\sqrt{E}-\sqrt{E-V_0}}{\sqrt{E}+\sqrt{E-V_0}}\right|^2$

מקדם ההעברה $T=\frac{4\sqrt{E(E-V_0)}}{\left(\sqrt{E}+\sqrt{E-V_0}\right)^2}$

עבור $E<V_0$ ההחזרה מלאה! $(R=1)$

מחסום פוטנציאל

$$T=\frac{4E(E-V_0)}{4E(E-V_0)+V_0^2\sin^2\left(\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}L}{\hbar}\right)} \quad E>V_0$$

$$T=\frac{4E(V_0-E)}{4E(V_0-E)+V_0^2\sinh^2\left(\frac{\sqrt{2m(V_0-E)}L}{\hbar}\right)} \quad E<V_0$$

פיסיקה אטומית קוונטית

פוטנציאל סימטרי כדורית $\Psi=R_{n,l}(r)\cdot\Phi_{m_l}(\varphi)\cdot\Theta_{l,m_l}(\theta)$

משוואת שרדינגר בקואורדינטות כדוריות

R - $\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-V(r)\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R=0$

Θ - $\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)+\left(l(l+1)-\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right)\Theta=0$

Φ - $\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+m_l^2\Phi=0$

אופרטורים בקואורדינטות כדוריות

$$\hat{L}_x=i\hbar\left(\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}+\operatorname{ctg}\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$\hat{L}_y=i\hbar\left(-\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}+\operatorname{ctg}\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$\hat{L}_z=-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$\hat{L}^2=-\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]$$

$$\bar{\nabla}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2+\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}+\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\right)$$

$$\nabla^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

כללי ברירה $n=1,2.. \quad l=0,1,..,n-1 \quad m_l=-l,.0.,l$

מעברים בין מצבים $\Delta l=\pm1 \quad \Delta m_l=0,\pm1$

מצבי אנרגיה/ניוון $E_n=-\frac{\mu c^2\alpha^2Z^2}{2n^2}$ ניוון n^2 ספין $2n^2$

קוונטיזצית התנע הסיבובי $L^2=l(l+1)\hbar \quad L_z=m_l\hbar$

מגנטון בוהר $\mu_B=\frac{e\hbar}{2m_e}=9.27\times10^{-24}J/T$

היחס הג'ירוסקופי $g_l=1 \quad g_s=2.00232$

מומנט מגנטי $\vec{\mu}=\frac{e}{2m_e}\vec{L}$

$$\vec{\mu}=-\mu_B(g_lm_l+g_sm_s)\cong-\mu_B(m_l+2m_s)$$

תוספת אנרגיה לרמה בשדה מגנטי $\Delta E=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

אפקט זימן נורמלי $\nu_{if}=\nu_{if}^0+\frac{eB_z}{4\pi m_e}\Delta m_l \quad \Delta m_l=0,\pm1$

אפקט שטרן-גרלך $\theta\cong\frac{\mu_Bl}{2E_k}\frac{\partial B}{\partial z}$

θ זווית פיזור, l אורך ההשפעה של שדה המגנטי

מצב מוצק

ספקטרום מולקולה דיאטומית $\nu = \Delta n \cdot \nu_0 \pm \frac{\hbar}{2\pi\mu R^2} l_>$

כאשר $l_>$ הינו הגדול מבין l_f, l_i ו- $\nu_0 = \frac{\omega}{2\pi}$

קבוע מודלונג $fcc: \ \alpha = 1.7476 \quad bcc: \ \alpha = 1.7627$

אנרגיה אלקטרוסטטית של גביש $V_{elc} = -\alpha \frac{ke^2}{r}$

אנרגיה פוטנציאלית של גביש $V = -\alpha \frac{ke^2}{r_0}\left[\frac{r_0}{r} - \frac{1}{n}\left(\frac{r_o}{r}\right)^n\right]$

כאשר r_0 הוא מרחק השווי משקל

אנרגיית הקשר של גביש $V(r_0) = -\alpha \frac{ke^2}{r_0}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

פוטנציאל לנרד-ג'ונס (לקשר ואן דר ואלס) $V(r) = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$

צפיפות אלקטרוני ערכיות $\frac{N}{V} = N_A \frac{\rho}{A} Z_f$

Z_f - מספר אלקטרונים מוליכים לאטום חומר

אנרגיית פרמי

חד-מימדי $E_F = \frac{h^2}{32m_e}\left(\frac{N}{L}\right)^2 \qquad \bar{E} = \frac{1}{3}E_F$

דו-מימדי $E_f = \frac{\pi\hbar^2}{m}\frac{N}{S} \qquad \bar{E} = \frac{1}{2}E_f$

תלת-מימדי $E_F = \frac{h^2}{8m_e}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3} \qquad \bar{E} = \frac{3}{5}E_F$

טמפרטורת פרמי $k_B T_F = E_F$

טמרטורה עד אליה מודל פרמי-סומרפילד עובד טוב

כדור/רדיוס פרמי $k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V}\right)^{\frac{1}{3}}$

מהירות פרמי $u_F = \frac{\hbar k_F}{m_e}$

קיבול חום $c_V = \frac{\pi^2 R}{2}\frac{T}{T_F}$

פונקצית ההתפלגות של דירק $F = \left(e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1\right)^{-1}$

התקן $p-n$ זרם חורים לכוון n וזרם אלקטרונים לכוון p. בלי פוטנציאל חיצוני הזרם זניח. כאשר פוטנציאל חיובי בצד p ושלילי בצד n (Reverse Bias) אין כמעט זרם עד למתח פריצה. כאשר המצב הפוך (Forward Bias) הזרם מתחזק. ההולכה יורדת עם הטמפרטורה ולהפך.

פיסיקה גרעינית

רדיוס הגרעין $R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \qquad r_0 = 1.08 \times 10^{-13} cm$

צפיפות הגרעין $\rho \cong \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{d}}} \qquad \rho_0 \cong 2.7 \times 10^{14} gm/cm^3 \qquad d = 0.54 \times 10^{-13} cm$

אנרגיית הקשר

$$B = a_1 A - a_2 A^{\frac{2}{3}} - a_3 Z(Z-1) A^{-\frac{1}{3}} - a_4 (N-Z)^2 A^{-1} + a_5 A^{-\frac{3}{4}}$$

$$a_1 = 15.8MeV \ a_2 = 17.8MeV \ a_3 = 0.71MeV \ a_4 = 23.7MeV$$

$$a_5 = \{even, even \mid 34MeV; odd, odd \mid -34MeV; else \mid 0\}$$

איזובר יציב $Z \cong \frac{2}{\frac{4}{A} + \frac{a_3}{a_4} A^{-\frac{1}{3}}} (\pm 0.5)$

עבור תשובות הנבדלות ב-1 בגלל הדיוק המוגבל של הקירוב צריך להישתמש בנוסחא המלאה

דעיכה רדיואקטיבית $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

λ הוא *קבוע הדעיכה*

קצב הדעיכה $R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$

זמן חיים ממוצע $\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

זמן מחצית חיים $T_{1/2} = (\ln 2)\tau$

אנרגיית סף לריאקציה $x + X \to y + Y$

$$Q = (m_x + M_X - m_y - M_Y)c^2 \qquad (E_k)_{\min} = -Q\left(1 + \frac{m_x}{M_X}\right)$$

תגובות גרעיניות

α $\quad {}^A_Z X \to {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He$

β^- $\quad {}^A_Z X \to {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$

β^+ $\quad {}^A_Z X \to {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$

לכידת אלקטרון $\quad {}^A_Z X + e^- \to {}^A_{Z-1} Y + \nu_e$

γ $\quad {}^A_Z X \to {}^A_Z X + \gamma$