## **גיליון 1**

1. ניתן ליישב אם $E_{ph}=\alpha\nu^2$ או אנרגיה ממוצעת של גל היא $\dfrac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$.
2. $\lambda_{\max}=\dfrac{hc}{\Phi}$
3. $\dfrac{W}{\nu_0}=7h \quad\Rightarrow\quad 0=7\left(h\nu_0\right)-W$
4. רק $\psi=\psi\left(kx-\omega t\right)$ הוא גל. $\psi=f\left(t\right)e^{i\left(kx-\omega t\right)}$ לא חייב להיות גל.
5. $\dfrac{\nu}{E_{ph}}=\dfrac{1}{a\nu} \quad\Rightarrow\quad E_{ph}=a\nu^2$
6. $\nu_0=\sqrt{\dfrac{b}{a}} \quad\Rightarrow\quad 0=a\nu_0{}^2-b$

## **גיליון 2**

1. $V_{\min}=\dfrac{hc}{2de\sin\theta}$
2. $m\le\left\lfloor\dfrac{2d}{\lambda}\right\rfloor \quad\Rightarrow\quad \dfrac{m\lambda}{2d}\le 1 \quad\Rightarrow\quad \sin\theta<\dfrac{m\lambda}{2d}$
3. אורכי גל: $\gamma\ rays\rightarrow x\ rays\rightarrow ultra\ violet\rightarrow visible\rightarrow infra\ red\rightarrow micro\rightarrow FM\ radio\rightarrow AM\ radio$
4. $\lambda_m=\dfrac{hc}{\sqrt{2eVm_ec^2}}$, פשוט להציב $hc=12400$ ואז $eV=V$ , $m_ec^2=0.511\left[MeV\right]$
5. $E_k=eV\dfrac{m_ec^2}{m_{He}c^2}$, גם כאן פשוט יותר להציב ביחידות שמתאימות ל $\left[eV\right]$, ואז $eV=V$
6. $\lambda=\dfrac{hc}{E}$
7. $E_{\min}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{E}+\dfrac{2}{m_pc^2}}$, כאשר $m_pc^2=938.29\left[MeV\right]$
8. אור באורך $\lambda$ פוגע במתכת עם פונקצית עבודה $W$. אנרגיה קינטית מכסימלית של האלקטרונים הנפלטים:

$$E_k=h\nu-W=\frac{hc}{\lambda}-W$$

## גיליון 3

1. אלומת קרני X פוגעת בגביש של מלח $NaCl$. אורך הגל של קרני X: $n=1$ , $n\lambda = 2d\sin\alpha$.
2. האנרגיה הדרושה לאלקטרון כדי שאורך הגל שלו יהיה זהה לזה של קרינה עם אנרגיה $E$:
$E_e = \frac{E^2}{m_e c^2} \Rightarrow \frac{hc}{E} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E_e}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_e}} = \frac{h}{p_e} = \lambda_e$. לא לשכוח ש $m_e c^2 = 511k\left[eV\right]$.
3. אטומי הליום מפוזרים מגביש. אם היו מפוזרים אלקטרונים שהואצו במתח $V$, נקבל פיזור מסדר $n$. מה אורך הגל של אטומי ההליום? $\frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 V}}$
4. בהמשך, האנרגיה הקינטית של אטומי ההליום היא: $E_{He} = \frac{m_e c^2}{m_{He} c^2} V$
5. אטום פולט קרינה אלקטרו-מגנטית תוך $\delta t$. אי הוודאות באנרגיה היא: $\delta E \delta t \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \delta E_{\min} = \frac{\hbar}{2\delta t}$
6. בהמשך, משתחררת קרינה באורך $\lambda$. מהו אי הוודאות באורך הגל?
"נגזור" את הביטוי $E = \frac{hc}{\lambda}$ לפי $x$, בחיפושנו אחר קשר בין $\delta E$ ל $\delta\lambda$.
נקבל: $\frac{\delta E}{\delta x} = \frac{hc}{\lambda^2}\frac{\delta\lambda}{\delta x} \Rightarrow \delta\lambda = \frac{\lambda^2}{hc}\delta E$ (עד כדי סימן...). ולכן $\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{hc}\frac{\hbar}{2\delta t} = \frac{\lambda^2}{4\pi c\delta t}$

## גיליון 4

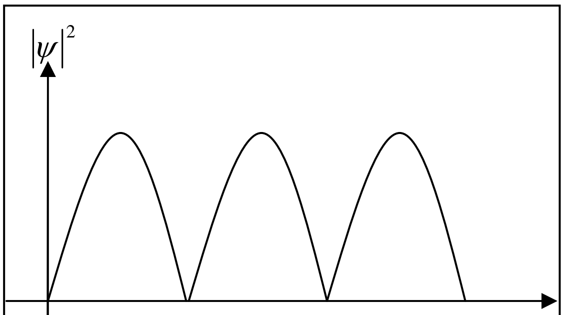
1. $r_{\min} = \frac{ke^2 Z_\alpha Z_t}{E_k^\alpha}$
2. התקרבות מינימאלית קורית בזווית פיזור של $180°$.
3. $N = \frac{\pi}{4}\left(\frac{ke^2 Z_\alpha Z_t}{E_k^\alpha}\right)^2 \left(\cot^2\left(\frac{\theta - 0.5°}{2}\right) - \cot^2\left(\frac{\theta + 0.5°}{2}\right)\right)\rho_t t_t i_o$, כאשר בשאלה נתון $i_0$ זרם החלקיקים הפוגע במטרה. שימו לב ליחידות – הנתונים בסנטימטרים.
4. במודל בוהר, האנרגיה הפוטנציאלית של אלקטרון היא $-27.2\left[eV\right]$. האנרגיה הקינטית לא יכולה להיות שלילית, היא $13.6\left[eV\right]$ וכך האנרגיה הכוללת של האלקטרון היא $-13.6\left[eV\right]$.
5. $\Delta E = \frac{15}{16}E_0$.
6. יש למצוא את הרמה המעוררת ביותר שניתן להגיע אליה עם האלקטרונים שמפציצים את האטומים, ולחשב את אורך הגל המתאים למעבר הכי פחות אנרגטי (אורך גל מקסימאלי) חזרה מהרמה המעוררת ביותר לרמה אחת פחות.

## **גיליון 5**

1. יש להסתכל על הבעיה כמו בעיית חלקיק בבור פוטנציאל, רק שכאן תנאי השפה שונים, ולכן יש לדרוש $\psi(x)=\psi(x+2\pi a)$, כדי שפונקצית הגל תהיה רציפה כפונקציה מחזורית $2\pi a$ - אורך הבור. מקבלים אם כך ש $\alpha=\frac{n}{a}$ ולאחר הצבה במשוואת שרדינגר, $E_n=\left(\frac{hc}{a}\right)^2\frac{n^2}{8\pi^2mc^2}$

2. אחת הדרכים לפתור – בגלל סימטרית הבעיה, ניתן להסתכל על חצי מהמערכת שכוללת קפיץ בעל קבוע $\frac{1}{2}k$ שמחובר לאטום אחד. אנרגית היסוד במצב זה היא $E_0^1=\frac{1}{2}\hbar\omega=\frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{\frac{1}{2}k}{m}}$. בגלל שחילקנו את הבעיה לשניים, יש להכפיל את האנרגיה שמצאנו, לקבלת האנרגיה הכוללת של המערכת ולכן $E_0=\sqrt{\frac{\hbar^2k}{2M}}$

3. $L=\sqrt{\frac{(n^2-1)\lambda}{8}\frac{hc}{m_ec^2}}$



איור 1

4. מכיוון שאנו מסתכלים $|\psi|^2$ כאשר $n=3$, הגרף נראה כמו באיור 1, ולכן כשנרצה לחשב את השטח תחת הגרף (הסיכוי), נקבל אותו ערך לכל שליש מהבור, ולכן היחס הוא 1.

5. נשווה את אנרגית החלקיק בבור, שחייבת להיות כולה קינטית מכיוון שבבור $V=0$, ונקבל

$$E_n=\frac{h^2n^2}{8mL^2}=\frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad n=\frac{2mvL}{h}$$

## גיליון 6

1. אם נביט בבור כמו בור חד מימדי, אנו מכירים את התוצאה שתתקבל עבור האנרגיה: $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mR_0^{\ 2}}$

2. להציב ולגרוף נקודות בניחותא: $E_1 = \left.\frac{n^2 h^2}{8mR_0^{\ 2}}\right|_{n=1} = \frac{1}{8}\frac{1}{m_e c^2}\left(\frac{hc}{R_0}\right)^2$

3. רמות האנרגיה המתקבלות:

$$E_{n_x,n_y} = E_x + E_y = \left(n_x + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y = \left(n_x + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{k_1}{m}} + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{k_2}{m}}$$
$$= 3\left(n_x + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{k_2}{m}} + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{k_2}{m}} = \hbar\sqrt{\frac{k_2}{m}}\left(3n_x + n_y + 2\right)$$

נקבל את הרמות הבאות:

$$r=1: \quad n_x = 0,\ n_y = 0$$
$$r=2: \quad n_x = 0,\ n_y = 1$$
$$r=3: \quad n_x = 0,\ n_y = 2$$
$$r=4: \quad n_x = 0,\ n_y = 3$$
$$r=4: \quad n_x = 1,\ n_y = 0$$

והרמה הראשונה בה קיבלנו ניוון גדול מ-1, היא הרמה הרביעית.

4. האנרגיה היא תוצאה ידועה: $E = \omega\hbar\left(n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}\right)$. רמת היסוד היא כאשר $n_x = n_y = n_z = 0$,
והרמה המעוררת הראשונה מתקבלת, לדוגמה, כאשר $n_z = 1$ $n_x = n_y = 0,$ ואז $E = \frac{5}{2}\omega\hbar$

5. ישנן שלוש צורות לקבל את האנרגיה $E = \frac{5}{2}\omega\hbar$.

## גיליון 7

1. אם מפעילים את אופרטור הזוגיות על פונקציות זוגיות, מקבלים $\hat{P}\phi(x) = \phi(-x) = \phi(x)$ וכך קיבלנו ערך עצמי 1 עם פונקציה עצמית זוגית. אם מפעילים את אופרטור הזוגיות על פונקציות אי-זוגיות, מקבלים $\hat{P}\phi(x) = \phi(-x) = -\phi(x)$ וכך קיבלנו ערך עצמי $-1$ עם פונקציה עצמית אי-זוגית. מכיוון שהערכים העצמיים ממשיים – אופרטור זה הרמיטי.
2. משוואת שרדינגר ליניארית ולכן כל קומבינציה ליניארית של פתרונותיה גם פותרים אותה.
3. אם מסתכלים בעולם המטריצות, אם $A, B$ מטריצות מתחלפות בכפל והרמיטיות אזי מכפלתן הרמיטית, ואז אפשר לומר את אותו הדבר על אופרטורים ליניאריים, ולכן מכפלת אופרטורים הרמיטיים יכולה להיות הרמיטית, תלוי באופרטורים.
4. נביט בפעולה $\hat{H}\left(\alpha\phi_1 + \beta\phi_2\right) = E_1\alpha\phi_1 + E_2\beta\phi_2$. אם היה מתקיים $E_1\alpha = E_2\beta = \gamma$, אזי יכולנו לומר ש $\hat{H}\left(\alpha\phi_1 + \beta\phi_2\right) = \gamma\left(\phi_1 + \phi_2\right)$, אבל זה ממש לא בהכרח מתקיים.
5. ההמילטוניאן $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$ הוא אופרטור האנרגיה, ולכן הרמיטי כי הוא מייצג גודל פיסיקאלי בתורת הקוונטים.

# **גיליון 8**

1. אורך גל דה-ברויי מוגדר עבור חלקיקים בעלי מסה $\lambda_0 \triangleq \frac{h}{P}$, כאשר $h$ קבוע פלאנק ו $P$ תנע החלקיק.

נוכל לכתוב גם $\lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e\left(E_0 - 1.75\right)}} = \frac{hc}{\sqrt{2\left(E_0 - 1.75\right)m_e c^2}}$, כאשר החסרנו מהאנרגיה הכוללת שת החלקיק את האנרגיה הפוטנציאלית שלו, מכיוון שרק האנרגיה הקינטית תורמת למהירות ולכן לתנע, ולכן לאורך הגל.

2. חישוב האנרגיה בהיתן פונקצית הגל הוא תהליך פשוט – הצבה במשוואת שרדינגר המתאימה: $-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V\right)\psi = E\psi$. אנו מחשבים את האנרגיה בבור, $V = 0$, אז נציב את $\psi$ ונקבל

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}A\sin kx = E\cdot A\sin kx \;\Rightarrow\; \frac{\hbar^2}{2m}Ak^2\sin kx = E\cdot A\sin kx \;\Rightarrow\; E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

מכיוון שבנקודה $x = L$ ישנה קפיצה סופית בפוטנציאל הנתון, פונקצית הגל ונגזרתה הראשונה צריכות להיות רציפות שם. כלומר $\begin{cases}\psi\left(L^+\right) = \psi\left(L^-\right)\\ \psi'\left(L^+\right) = \psi'\left(L^-\right)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}De^{-kL} = A\sin kL\\ -kDe^{-kL} = Ak\cos kL\end{cases}$. אם נחלק את שתי המשוואות נקבל $\tan kL = -1 \;\Rightarrow\; kL = \frac{3}{4}\pi + \pi n \;\Rightarrow\; k = \frac{3}{4}\frac{\pi}{L} + \frac{\pi n}{L}$.

רמת האנרגיה הראשונה תתקבל עבור $k = \frac{3}{4}\frac{\pi}{L} + \frac{\pi n}{L}\Big|_{n=0} = \frac{3}{4}\frac{\pi}{L}$ ולכן

$$E_1 = E\big|_{n=0} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3}{4}\frac{\pi}{L}\right)^2 = \frac{9}{32}\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2} = \frac{9}{32}\frac{h^2}{4mL^2} = \frac{9}{128}\frac{(hc)^2}{m_e c^2}\frac{1}{L^2}$$

3. אנרגיה של חלקיק בבור פוטנציאל (יחסית לתחתית הבור) היא $E = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2mL^2}$. חלקיק שחודר החוצה צריך אנרגיה של לפחות $3[eV]$ (ההפרש בין תחתית הבור לרמת הפוטנציאל באזור I), כי אחרת, הוא יצטרך לחדור "מנהרה" אינסופית של פוטנציאל – בלתי אפשרי.

לכן נדרוש $E = \frac{\pi^2\hbar^2 n_0^{\,2}}{2mL^2} > 3 \;\Rightarrow\; n_0^{\,2} > \frac{3}{\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}} \;\Rightarrow\; n_0 = \left\lceil\sqrt{\frac{3}{\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}}}\right\rceil$

אם נציב את $n_0$ ברמת האנרגיה, נוכל לקבל ביטוי לאורך גל דה-ברויי של החלקיק, לא לפני שנחסיר את האנרגיה שמתגלגלת לאנרגיה פוטנציאלית בתחום I:

$\lambda_0 \triangleq \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m\left(E_0 - 3\right)}} = \frac{h}{\sqrt{2m\left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n_0^{\,2} - 3\right)}}$. נציב את הנתון $\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2} = k \;\Rightarrow\; m = \frac{\hbar^2\pi^2}{2kL^2}$ ואז

$$\lambda_0 \triangleq \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m\left(E_0 - 3\right)}} = \frac{h}{\sqrt{2\frac{\hbar^2\pi^2}{2kL^2}\left(kn_0^{\,2} - 3\right)}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{\hbar^2\pi^2}{kL^2}\left(kn_0^{\,2} - 3\right)}}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{\frac{h^2}{4kL^2}\left(kn_0^{\,2} - 3\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4kL^2}\left(kn_0^{\,2} - 3\right)}} = \frac{L}{\sqrt{\frac{kn_0^{\,2} - 3}{4k}}} = L\sqrt{\frac{4k}{kn_0^{\,2} - 3}}$$

4. ככל שחלקיק מעורר יותר, יש סיכוי טוב יותר שיצליח לעזוב את בור הפוטנציאל, ולכן ישהה פחות זמן בבור.

5. בתרגיל 1 ראינו את פונקציות הגל המתאימות, עד כדי הזזה של תחתית הבור והזזת הבור ב $x$ :
$\psi\left(x\right)=\begin{cases} A\cos\chi x, & -L<x<L \\ De^{-\kappa x}, & x>L \end{cases}$. נדרוש רציפות פונקצית הגל וניגזרתה ב $x=L$ ונקבל

$$\begin{cases} \psi'\left(L^{+}\right)=\psi'\left(L^{-}\right) \\ \psi\left(L^{+}\right)=\psi\left(L^{-}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\kappa De^{-\kappa L}=-A\chi\sin\chi L \\ De^{-\kappa L}=A\cos\chi L \end{cases} \Rightarrow \frac{\kappa De^{-\kappa L}}{De^{-\kappa L}}=\frac{A\chi\sin\chi L}{A\cos\chi L} \Rightarrow \chi\tan\chi L=\kappa .$$

כלומר $\tan\chi L=\dfrac{\kappa}{\chi}$

# גיליון 9

1. ידוע שבאטום המימן מתקיים $hv_{if} = \frac{hc}{\lambda_{if}} = E_0\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$, ונתון שהמעבר הוא לרמת היסוד, ולכן

$$\frac{hc}{\lambda_{if}} = E_0\left(1 - \frac{1}{n_i^2}\right) = E_0 - \frac{E_0}{n_i^2} \;\Rightarrow\; n_i = \sqrt{\frac{E_0}{E_0 - \frac{hc}{\lambda_{if}}}}$$

2. כאשר $n=1$ והאנרגיה הממוצעת היא $E_0$ , לא יכול להיות לאלקטרון ערכי אנרגיה קטנים מ $E_0$,כלומר אין קומבינציה ליניארית של פונקציות עצמיות עם אנרגיות גבוהות יותר ונמוכות יותר שממוצע שלהן ייתן $E_0$, אזי האלקטרון חייב להיות במצב עצמי.
כאשר $n>1$, פונקצית הגל יכולה להיות קומבינציה ליניארית של פונקציות עצמיות עם אנרגיות גבוהות יותר ונמוכות יותר, וכך נוכל לקבל ממוצע מדידות שייתן $E_0$.

3. ידוע שפונקצית הגל בקואורדינאטות כדוריות מקיימת $\psi = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$ ולכן, במקרה שלנו

$$\Phi = e^{-i\varphi}, \qquad \Theta = \sin\theta\cos\theta, \qquad R = Ce^{-\frac{r}{3a}}\left(\frac{2r}{3a}\right)^2.$$

ומכיוון שידוע ש $\Phi = Ae^{im_\ell\varphi}$ נסיק ש $m_\ell = -1$.

4. פונקצית הגל היא $\Psi = A\frac{r}{a_0}e^{-\frac{r}{2a_0}}\cos\theta$. ולכן $m_\ell = 0 \;\Rightarrow\; \Phi(\varphi) = A$ וגם $\Theta(\theta) = \cos\theta$. נציב זאת במשוואת שרדינגר עבור $\theta$:

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \ell(\ell+1)\Theta = \frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d}{d\theta}\cos\theta\right) + \ell(\ell+1)\cos\theta =$$

$$-\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin^2\theta\right) + \ell(\ell+1)\cos\theta = -\frac{1}{\sin\theta}2\sin\theta\cos\theta + \ell(\ell+1)\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow\; -2 + \ell(\ell+1) = 0 \;\Rightarrow\; \ell^2 + \ell - 2 = 0 \;\Rightarrow\; \ell_\pm = \frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2} = 1,-2$$

הפתרון הפיסיקאלי הוא $\ell = 1$ ולכן המספר הקוונטי $n=2$, כלומר אנו נמצאים במצב המעורר הראשון, שבו $E = \frac{E_0}{2^2} = \frac{-13.6}{4} = -3.4[eV]$.

5. הפונקציה $\psi = Ae^{-br}$ יכולה לתאר את מיקומו הרדיאלי של אלקטרון באטום, מכיוון שהיא דועכת באינסוף. הדבר דומה ל $\psi = \frac{A}{r}$, אך זו מתפוצצת ב $r=0$. הפונקציה $\psi = A\sin(br)$ לא מתאימה, כי כך האלקטרון יוכל להיות בכל המרחב, ולא רק בקרבת הגרעין.

## גיליון 10

1. עיקרון האיסור של אדון פאולי אומר כי פרמיונים (חלקיקים בעלי ספין חצי שלם) אינם יכולים להימצא באותו מצב קוונטי. אנו למדים, על כן, שבכל רמת אנרגיה $E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)E_f$, יכולים להיות לכל היום שני פרמיונים, עם ספין $\frac{1}{2}$ וספין $-\frac{1}{2}$. לכן, ל $2n_f$ פרמיונים תהיה האנרגיה

$$\begin{aligned}E&=2\left(0+\tfrac{1}{2}\right)E_f+2\left(1+\tfrac{1}{2}\right)E_f+\ldots+2\left(\left(n-1\right)+\tfrac{1}{2}\right)E_f\\&=2E_f\left(0+1+2+\ldots+\left(n-1\right)+\underbrace{\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\ldots+\tfrac{1}{2}}_{n_f\ times}\right)=2E_f\left(\frac{n_f\left(n_f-1\right)}{2}+\frac{n_f}{2}\right)\\&=E_fn_f\left(\left(n_f-1\right)+1\right)=n_f^2E_f\end{aligned}$$

(יש מצב שהייתה איזה הזנחה בשביל לסכום לסדרה חשבונית, לא בטוח)

2. תוספת האנרגיה במעבר בין רמות באטום המימן היא $\left|\Delta E\right|=\vec{\mu}_B\cdot\vec{B}$, ולכן התזוזה באורך הגל כתוצאה האינטראקציה של $B$ עם $\ell$ היא $\Delta\lambda=\lambda-\lambda_{with\,B}=\lambda-\frac{hc}{E_0+\Delta E}=\lambda-\frac{hc}{\frac{hc}{\lambda}+\mu_BB}$

כאשר $\mu_B\triangleq\frac{e\hbar}{2m_e}$ הוא כמובן המגנטון של בוהר

3. לחלקיקים בעלי ספין של $S=\frac{3}{2}$, מתאימים המספרים הקוונטים $m_S=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}$, ולכן נקבל 4 זוויות פיזור. אם לחלקיקים לא היה מטען חשמלי, הם לא היו מושפעים מהשדה המגנטי.

4. אנרגיה של אטום, בתוספת אנרגיה מגנטית נתונה ע"י $E=-\frac{E_0}{n^2}+\frac{e\hbar B}{2m}m_\ell$. להתלכדות מצב $n=100,m_\ell=-2$ עם מצב $n=99,m_\ell=1$ נדרוש שוויון:

$$E_1=E_2\ \Rightarrow\ -\frac{E_0}{100^2}-2\mu_BB=-\frac{E_0}{99^2}+\mu_BB\ \Rightarrow\ B=\frac{E_0}{3\mu_B}\left(\frac{1}{99^2}-\frac{1}{100^2}\right)$$

כאשר באטום המימן, $E_0=13.6\left[eV\right]$.

# **גיליון 11**

1. נחשב את האוכלוסייה ההתחלתית של גרעיני $^{56}_{27}Co$ : $N_0 = \frac{M[kg]}{M_{Co}[kg]} = \frac{M[kg]}{M_{Co}[amu]\cdot 1.6606\cdot 10^{-27}\left[\frac{kg}{amu}\right]}$

נוסחת הדעיכה של גרעינים : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, כאשר $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$.

לכן, כעבור $\Delta t$, נקבל $N(\Delta t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\Delta t}$ גרעיני $^{56}_{27}Co$ שהתפרקו לגרעיני חמניות $^{56}_{26}Fe$.

לכן, לאחר $\Delta t$ יש לנו סה"כ $N_0 - N(\Delta t) = N_0 - N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\Delta t} = N_0\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\Delta t}\right)$ גרעינים שפולטים כ"א

פוטון עם אנרגיה של $E_\gamma$, ולכן סה"כ נפלטה $\Delta E = E_\gamma N_0\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\Delta t}\right)$ אנרגיה.

2. לחלקיק $Y^*$ הייתה אנרגיה של $M(Y^*) - M(Y)$, מתוכה הוא פלט אנרגיה בשיעור $E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$ (כאשר $\lambda_1$ נמדד באנגסטרומים כמובן), ולכן נותר לו לפלוט פוטון נוסף בעל אנרגיה של $\Delta E = M(Y^*) - M(Y) - \frac{hc}{\lambda_1}$,

ומכיוון ש $E = h\nu$, תדירות הפוטון הנוסף היא לא אחרת מאשר $\nu = \frac{M(Y^*) - M(Y) - \frac{hc}{\lambda_1}}{h}$

3. אנו מסתכלים בהתפרקות $^{107}_{49}In \to ^{107}_{48}Cd + e^+ + \nu_e$.
האנרגיה שהתקבלה בתהליך :

$$Q = M_{In}c^2 - (M_{Cd} - m_e)c^2 = M_A(In) - \left(\left(M_A(Cd) + m_e\right) - m_e\right) =$$
$$= \left[M_A(In) - M_A(Cd)\right]\cdot 931M\left[\tfrac{eV}{amu}\right]$$

אורך הגל הקצר ביותר מתקבל כאשר כל אנרגיה זו מומרת באנרגיה קינטית של הקדמיום, ולכן

$$\lambda \triangleq \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2M_{Cd}c^2 Q}}$$

4. בהתפרקות $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$, מקבלים את האנרגיה $Q = (m_n - m_p - m_e)c^2$

5. בכל התפרקות $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$, יפלט אנטי-ניוטרינו אחד.

נניח מספר ניוטרונים התחלתי $N_0$. לאחר זמן $t$, נשארים $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ניוטרונים, ולכן יש לנו $N_0 - N(t) = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ חלקיקי אנטי-ניוטרינו חביבים. נחפש את הזמן $t_0$ שבו מתקיים $N_0\left(1 - e^{-\lambda t_0}\right) = 2N(t_0) = 2N_0 e^{-\lambda t_0}$, או במילים אחרות,

$1 - e^{-\lambda t_0} = 2e^{-\lambda t_0} \;\Rightarrow\; e^{-\lambda t_0} = \frac{1}{3} \;\Rightarrow\; -\lambda t_0 = -\ln 3$, ומכיוון ש $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, נקבל

$$\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t_0 = \ln 3 \;\Rightarrow\; t_0 = \frac{\ln 3}{\ln 2}T_{1/2}$$

# בהצלחה במבחן!!!