דף נוסחאות מתמטיות לפיזיקה 2מ'

גיאומטריה במרחב:

	כדור	חרוט	גליל	פירמידה	תיבה
שטח פנים	$4\pi R^2$	$\pi r(l+r)$	$2\pi Rh+2\pi R^2$	\	$2(ac+bc+ab)$
שטח מעטפת	\	πrl	$2\pi Rh$	\	\
נפח	$(4/3)\pi R^2$	$\pi r^2 h$	$\pi R^2 h$	$(Sh)/3$	abc

אינטגרלים מיידיים:

$$\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c$$

$$\int \frac{dx}{x+a} = \ln|x+a|+c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \sin(x)dx = -\cos(x)+c$$

$$\int \cos(x)dx = \sin(x)+c$$

$$\int tg(x)dx = -\ln|\cos(x)|+c$$

$$\int ctg(x)dx = \ln|\sin(x)|+c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin(\frac{x}{a})+c$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tg}(\frac{x}{a})+c$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+c$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x+a}{x-a}\right|+c$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2(x)} = tg(x)+c$$

שיטות אינטגרציה:

אינטגרל בחלקים:
$$\int uv' = uv - \int u'v$$

שיטת ההצבה:
$$\int f(x)dx \underset{\substack{x=\varphi(t)\\ dx=\varphi'(t)dt}}{=} \dots$$

טריגונומטריה:

$$\cos(\alpha)=\cos(-\alpha),\ \sin(-\alpha)=-\sin(\alpha)$$
$$tg(-\alpha)=-tg(\alpha),\ ctg(-\alpha)=-ctg(\alpha)$$
$$\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$$
$$tg(\alpha)\cdot ctg(\alpha)=1$$
$$1+tg^2(\alpha)=\frac{1}{\cos^2(\alpha)}$$
$$1+ctg^2(\alpha)=\frac{1}{\sin^2(\alpha)}$$
$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin(\alpha)\cos(\beta)\pm\cos(\alpha)\sin(\beta)$$
$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos(\alpha)\cos(\beta)\mp\sin(\alpha)\sin(\beta)$$
$$tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg(\alpha)\pm tg(\beta)}{1\mp(tg(\alpha)\cdot tg(\beta))}$$
$$\sin(2\alpha)=2\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)$$
$$\cos(2\alpha)=\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)$$
$$tg(2\alpha)=\frac{2tg(\alpha)}{1-tg^2(\alpha)}$$

$$1-\cos(\alpha)=2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$1+\cos(\alpha)=2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$\sin(\alpha)+\sin(\beta)=2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
$$\sin(\alpha)-\sin(\beta)=2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$
$$\cos(\alpha)+\cos(\beta)=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
$$\cos(\alpha)-\cos(\beta)=-2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
$$2\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$$
$$2\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)=\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$$
$$2\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)=\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)$$

	Sin	Cos	Tg
$0°$	0	1	0
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$45°$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$90°$	1	0	∞

משפט הסינוסים:
$$\frac{a}{\sin(\measuredangle A)}=\frac{b}{\sin(\measuredangle B)}=\frac{c}{\sin(\measuredangle C)}=2R$$

משפט הקוסינוסים:
$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\measuredangle bc)$$

משפט גאוס:

$$\iint_S(\vec{F}\bullet\vec{n})dudv=\iiint_D(\vec{\nabla}\bullet\vec{F})dxdydz$$

$\vec{F}$ שדה וקטורי
$\vec{n}$ נורמל לכיוון חוץ
D גוף חסום ב R^3 ו S שפתו.

משפט סטוקס:

$$\oint_c \vec{F}\cdot dr=\iint_S(\vec{\nabla}\times\vec{F})\bullet\hat{n}ds$$

$\vec{F}$ שדה וקטורי
$\vec{n}$ נורמל לכיוון ע"פ כלל יד ימין
c עקום סגור וחלק שמגדיר משטח S

גרדיאנט:

$$\vec{\nabla}F=\overrightarrow{grad}(F)=\left(\frac{\partial F}{\partial x},\frac{\partial F}{\partial y},\frac{\partial F}{\partial z}\right)$$

דיברגנץ:

$$(\vec{\nabla}\bullet\vec{F})=div(\vec{F})=\left(\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}\right)$$

רוטור:

$$(\vec{\nabla}\times\vec{F})=Rot(\vec{F})=\begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\ \frac{\partial}{\partial x}&\frac{\partial}{\partial y}&\frac{\partial}{\partial z}\\ F_x&F_y&F_z\end{vmatrix}$$

לפלסיאן:

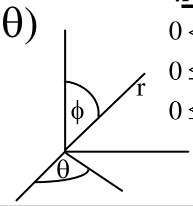
$$\vec{\nabla}^2=\left(\frac{\partial^2}{\partial xx},\frac{\partial^2}{\partial yy},\frac{\partial^2}{\partial zz}\right)$$
$$\nabla^2\vec{F}=\left(\vec{\nabla}^2F_x,\vec{\nabla}^2F_y,\vec{\nabla}^2F_z\right)$$

זהויות חשובות:

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{F})=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\bullet\vec{F})-\nabla^2\vec{F}$$
$$\vec{\nabla}\bullet(\varphi\vec{F})=(\vec{F}\bullet\vec{\nabla})\varphi+\varphi(\vec{\nabla}\bullet\vec{F})$$
$$\vec{\nabla}\bullet(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0$$
$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}F)=0$$

קואורדינטות כדוריות:

$$x=r\sin(\phi)\cos(\theta)$$
$$y=r\sin(\phi)\sin(\theta)$$
$$z=r\cos(\phi)$$
$$|J|=r^2\sin(\phi)$$



$$0<r<\infty$$
$$0\le\theta<2\pi$$
$$0\le\phi\le\pi$$

קואורדינטות גליליות:

$$x=r\sin(\alpha)$$
$$y=r\cos(\alpha)$$
$$z=z$$
$$|J|=r$$

קואורדינטות מעגליות:

$$x=r\sin(\alpha)$$
$$y=r\cos(\alpha)$$
$$|J|=r$$

אינטגרל קווי:

סוג ראשון:

$$c=\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\\ z=z(t)\end{cases}$$

$$\int_C f(x,y)dl=\int_{t_1}^{t_2}f\left(x(t),y(t)\right)\cdot\sqrt{x'^2(t)+y'^2(t)}dt$$

$$\vec{F}=\left(P_{(x,y,z)},Q_{(x,y,z)},R_{(x,y,z)}\right)$$

סוג שני:

$$\int_C\vec{F}dl=\int_{t_1}^{t_2}(P,Q,R)\bullet\left(x'(t),y'(t),z'(t)\right)dt$$

אינטגרל משטחי:

סוג ראשון:

$$D=\begin{cases}x=x(u,v)\\ y=y(u,v)\\ z=z(u,v)\end{cases}$$

$$\iint_S f(x,y,z)ds=\iint_D f\left(x_{(u,v)},y_{(u,v)},z_{(u,v)}\right)\cdot|r'_u\times r'_v|dudv$$

סוג שני:

$$\iint_S\vec{F}\cdot\vec{ds}=\iint_D\begin{vmatrix}P&Q&R\\ x'_u&y'_u&z'_u\\ x'_v&y'_v&z'_v\end{vmatrix}dudv$$