פיסיקה 2מ'

קבועים ויחידות:

	mks	cgs	יחס
כוח	ניוטון	dyne	$1N=10^5 dyne$
מרחק	מטר	סנטימטר	$1m=100cm$
מסה	ק"ג	גרם	$1kg=1000gram$
שדה חשמלי	$\frac{N}{C}$	$\frac{dyne}{esu}$	
מטען	C - coulomb	esu	$1C=3*10^9 esu$
עבודה W אנרגיה U	Joule	erg	$1J=10^7 erg$
פוטנציאל חשמלי φ, כא"מ ε	Volt	statvolt	$1V=\frac{1}{300}statvolt$
הספק	ואט Watt	$\frac{erg}{\sec}$	$1W=10^7\frac{erg}{\sec}$
קיבול (תמיד חיובי)	פרד $=\frac{coulomb}{Volt}$	סנטימטר	$1F=9*10^{11}cm$
J צפיפות זרם	$\frac{C}{\sec m^2}=\frac{A}{m^2}$	$\frac{esu}{\sec cm^2}$	
I זרם	$\frac{C}{\sec}=Amper$	$\frac{esu}{\sec}$	$1A=3*10^9\frac{esu}{\sec}$
σ - מוליכות סגולית	$\frac{A}{Vm}=\frac{1}{\Omega m}$	$\frac{1}{\sec}$	
R התנגדות	Ω	$\frac{\sec}{cm}$	
B שדה מגנטי	טסלה $T=\frac{c/m^2}{m/\sec}$	$Gauss=\frac{dyne}{esu}$	$1T=10^4 Gauss$
שטף מגנטי Φ	וובר Wb	$\frac{Gauss}{cm^2}$	$1Wb=10^8\frac{Gauss}{cm^2}$
מקדם השראה M	(הנרי) H	$\frac{\sec^2}{cm}$	$1H=1.113\cdot10^{-12}\frac{\sec^2}{cm}$
k מס' גל	$\frac{1}{m}$	$\frac{1}{cm}$	
תדירות	הרץ	הרץ	
K (בשדות חשמליים)	$\frac{1}{4\Pi\varepsilon_0}\cong 9*10^9\frac{m^2}{\sec^2}$	1	
C מהירות האור	$3*10^8\frac{m}{\sec}$	$3*10^{10}\frac{cm}{\sec}$	$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$
מטען אלקטרון	$1.6\times10^{-19}C$	$4.8\times10^{-10}esu$	

משוואות מקסוול:

$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=4\Pi\rho \quad (cgs)=\varepsilon_0\rho \quad (mks)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (cgs)=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (mks)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\Pi}{c}\vec{J}+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad (cgs)=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad (mks)$$

בריק משוואות מקסוול סימטריות:

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \qquad \nabla\cdot\vec{E}=0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla^2E=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad \nabla^2B=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

כוחות:

כללי: $\vec{F}=-\nabla U(x)$

כח בין שני מטענים: $\vec{F}=k\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|^3}(\vec{r}_2-\vec{r}_1)$

כח שתיל מפעיל על מטען: $\vec{F}=\frac{2\lambda q}{r}\vec{r}$

כח ששדה חשמלי מפעיל על מטען: $\vec{F}=\vec{E}\cdot q$

כוח שמפעיל שדה מגנטי על מוט באורך l ובו זרם I: $\vec{F}=\frac{l}{c}\vec{I}\times\vec{B}$

כח בין שני תילים נושאי זרם: $\vec{F}=\frac{2I_1I_2}{rc^2}l$

כאשר נתונה צפיפות הזרם ומהירות המטענים ($\vec{V}_1,\vec{V}_2\ll c$):

$$\frac{F_E}{\partial l}=\frac{2\lambda_1\lambda_2}{r} \qquad \frac{F_M}{\partial l}=\frac{F_E}{\partial l}\cdot\frac{V_1V_2}{c^2}$$

כיוון הכח: הזרמים באותו כיוון – משיכה.
הזרמים בכיוונים מנוגדים – דחיה.

כוח המופעל ע"י שדה מגנטי על מוט נושא זרם I, באורך L:

$$\vec{F}_{EM}=\frac{I}{C}\vec{dl}\times\vec{B}=\frac{L}{c}\vec{I}\times\vec{B}$$

נוסחת לורנץ לכוח אלקטרו-מגנטי:

$$\vec{F}_{EM}=q(\vec{E}+\frac{1}{C}\vec{V}\times\vec{B}) \quad (cgs) \quad =q(\vec{E}+\vec{V}\times\vec{B}) \quad (mks)$$

שדה חשמלי:

קווי השדה:

1. קווי השדה מתחילים ב- $(+)$ לכיוון ה- $(-)$.
2. המשיק לקווי השדה נותן את הכיוון של השדה בכל נקודה.

מס' מטענים נקודתיים: $\vec{E}=k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{\left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}(\vec{r}_2-\vec{r}_1)$

פיזור מטען: $\vec{E}=k\int_{V'}\frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3}dV'$

סביב תיל אינסופי בעל צפיפות מטען אחידה λ:

$$\vec{E}(r)=\frac{2\lambda}{r}$$

סביב סימטריה כדורית (כדור ברדיוס R):

$$\vec{E}(r)=\begin{cases}\frac{1}{r^2}Q_{in} & r>R\\ 0 & r<R\end{cases}$$

שדה של כדור מלא (כדור ברדיוס R):

$$\vec{E}(r)=\begin{cases}k\frac{Q_{in}}{r^2} & r>R\\ kQ_{in}\frac{r}{R^3} & r<R\end{cases}$$

משטח אינסופי בעל צפיפות מטען σ: $\vec{E}=2\Pi\sigma$

הקפיצה בשדה בין שני צידי המשטח: $\Delta\vec{E}_{\perp}=4\Pi\sigma$

אם יש מטען נוסף (הסימטריה נפגעת): $\Delta E_{\perp}=4\Pi\sigma$

שדה בין שני לוחות בעלי שטח A: $\vec{E}=4\Pi k\sigma$

סביב גליל אינסופי בעל רדיוס a:

עבור $r>a$: $\vec{E}(r)=\frac{2\Pi\rho a^2}{r}$

עבור $r<a$: $\vec{E}(r)=2\Pi\rho r$

שדה של דיסקה ברדיוס r טעונה ב- σ (ציר הדיסקה הוא z):

$$\vec{E}(r)=2\Pi\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right)\hat{z}$$

שטף: חוק גאוס – שטף של שדה חשמלי $\vec{E}$ החוצה ממשטח סגור A הכולא נפח V:

$$\Phi=\oint_A \vec{E}d\vec{a}=4\Pi k\int_V \rho_{(\vec{r})}dV=4\Pi kQ_{in}$$

אנרגיה:

$$U=\sum_{i>j}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{1}{8\Pi}\int_V E^2dV=\frac{\varepsilon_0}{2}\int_V E^2dV=\int I^2Rdt$$

לא ניתן לבצע סופרפוזיציה של אנרגיות.

המתח (הפרש פוטנציאלים) בין שני לוחות (d מרחק בין הלוחות, $\vec{E}$ שדה בין הלוחות): $U=\vec{E}\cdot\vec{d}$

אנרגיה בקליפה כדורית: $U=\frac{Q^2}{2R}$

אנרגיה בכדור מלא: $U=\frac{3Q^2}{5R}$

פוטנציאל: $d\varphi=-\vec{E}d\vec{s}$

הפרש פוטנציאלים: $\varphi(r_2)-\varphi(r_1)=-\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}d\vec{l}$

הקשר בין השדה לפוטנציאל: $\vec{E}=-grad\varphi=-\nabla\varphi$

של מטען נקודתי: $\varphi(\vec{r})=\frac{kQ}{r}$

התפלגות דיסקרטית: $\varphi(\vec{r})=k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}$

התפלגות: $\varphi(\vec{r})=\int_V\frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV$

בכדור מוליך (ברדיוס R): מחוץ לכדור: $\varphi(\vec{r})=\frac{Q}{r}$

בתוך הכדור: $\varphi(\vec{r})=\frac{Q}{R}$

כדור ברדיוס R טעון בצורה אחידה במטען כולל Q:

$$\varphi_{(r)}=\begin{cases}k\frac{Q}{r} & r\geq R\\ k\left(\frac{3Q}{2R}-\frac{Qr^2}{2R^3}\right) & r<R\end{cases}$$

הפרש פוטנציאל הנובע מטבלה מישורית אינסופית המונחת על מישור xy טעונה בצפיפות אחידה $+\sigma$: $\varphi(z_2)-\varphi(z_1)=2\Pi k\sigma(z_2-z_1)$

הפרש פוטנציאל הנובע מתיל אינסופי טעון בצפיפות אחידה λ:

$$\varphi(r_2)-\varphi(r_1)=2\lambda\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

אנרגיה בהבאת מטען מהאינסוף לנקודה (V פוטנציאל): $W=q\cdot V$

משמעות הדיברגנץ – חוזק המקורות

משפט גאוס: $\int_V div\vec{E}dV=\oint_A\vec{E}d\vec{a}$

קשר בין מטען ושדה בנקודה: $div\vec{E}=4\Pi k\rho$

משפט לפלאס: $\nabla^2\varphi=-4\Pi k\rho$

אם אין מטען בנקודה נקבל: $\nabla^2\varphi=0$

משפט סטוקס: לכל שדה אלקטרוסטטי - $\nabla\times\vec{E}=0$

$\nabla\times\vec{F}$ - חוזק סיבוב של השדה.

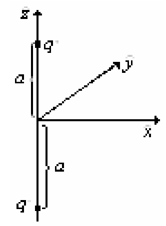
דיפול חשמלי: (המטען העליון חיובי $+q$ והתחתון שלילי $-q$):

נגדיר: $P=2aq$

פוטנציאל בנקודה: $\varphi_{(\vec{r})}=kP\frac{z}{r^3}$

שדה חשמלי: $E_x=3kP\frac{x\cdot z}{r^5}$

$E_y=3kP\frac{y\cdot z}{r^5}$ $\quad E_z=kP\frac{3z^2-r^2}{r^5}$



מוליכים באלקטרוסטטיקה:

שדה בתוך מוליך: $\vec{E}=0$

שדה על פני מוליך: $\vec{E}=4\Pi\sigma\hat{n}$

הפוטנציאל על השפה קבוע: $\varphi=Const$

קיבול: $Q=C\Delta\varphi$

בין שני לוחות בעלי שטח A במרחק S: $C=\frac{kA}{4\Pi S}$

קיבול של כדור ברדיוס R: $C=R$

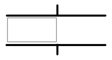
בין שני כדורים ($R_1>R_2$): $C=\frac{kR_1R_2}{R_1-R_2}$

קבל גלילי (l - גובה הגליל, a,b - רדיוסים): $C=\frac{l}{2\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$ $\quad b>a$:

אנרגיה בקבל: $E_P=\frac{Q^2}{2C}=\frac{CU^2}{2}=\frac{QU}{2}$

קבל עם חומר דיאלקטרי:

שקול לקבלים בטור



שקול לקבלים במקביל

זרימה: $I=\frac{dQ}{dt}$

חוק שימור מטען: $\frac{d\rho}{dt}+\nabla\vec{J}=0$

חוק אוהם Ohm במתכות: $\vec{J}=\sigma\vec{E}$

חוק אום במעגלים פשוטים (U מתח, I זרם, R התנגדות): $U=IR$

המוליכות הסגולית תלויה בסוג המתכת ובתנאים.

במוליך גלילי: (d – אורך, A – שטח חתך פנים) $\Delta\varphi=\left(\frac{d}{\sigma A}\right)I$

צפיפות זרם ($\vec{V}_i$ - מהירות סחיפה): $\vec{J}=\sum n_iq_i\vec{V}_i$

זרם (השטף של צפיפות הזרם): $I=\int_A\vec{J}\cdot d\vec{a}$

בתיל בעל שטח חתך A, n מטענים מסוג q הנעים במהירות $\vec{V}$, ρ צפיפות נפחית, λ צפיפות אורכית:

$\partial q=Anq\cdot\partial l$

$\vec{J}=nq\vec{V}=\rho\vec{V}$

$\vec{I}=nqA\vec{V}=\lambda\vec{V}$

זרם בטבעת מסתובבת (T זמן מחזור סיבוב, ω מהירות ראדיאלית):

$I=\frac{Q}{T}=\frac{Q\cdot\omega}{2\Pi}$

תלות התנגדות המוליך במימדיו (L אורך, S חתך ρ התנגדות סגולית, σ מוליכות סגולית): $R=\rho\frac{L}{S}=\frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}$

התנגדות חומר דיאלקטרי בעל מוליכות סגולית σ הכלוא בין שני כדורים ברדיוסים a,b ($b>a$): $\frac{1}{4\Pi\sigma}\left(\frac{b-a}{ab}\right)$

טרנספורמצית לורנץ :

מעבר ממערכת s' למערכת s	מעבר ממערכת s למערכת s'
$X'=\gamma(X-\beta Ct)$	$X=\gamma(X'+\beta Ct')$
$Y'=Y$	$Y=Y'$
$Z'=Z$	$Z=Z'$
$Ct'=\gamma(Ct-\beta X)$	$Ct=\gamma(Ct'+\beta X')$
$\beta=\frac{V}{C}$	$\beta=\frac{V}{C}$
$\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}$	$\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}$

מטריצת הטרנספורמציה והמטריצה ההפוכה :

$$\ell^{-1}=\begin{pmatrix}\gamma & 0 & 0 & \gamma\beta\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \gamma\beta & 0 & 0 & \gamma\end{pmatrix}\qquad \ell=\begin{pmatrix}\gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma\end{pmatrix}$$

אינווריאנט האינטרוול : $\Delta S^2=C^2\Delta t^2-\Delta X^2=\Delta S'^2=C^2\Delta t'^2-\Delta X'^2$

טרנספורמצית מהירות : מהירות גוף U_x כפי שהיא נמדדת במערכת S, V

מהירות בין מערכות, מהירותו במערכת S' : $V_x'=\frac{U_x-V}{1-\frac{U_xV}{c^2}}$

התארכות הזמן (τ , הזמן העצמי, הוא הקצר ביותר) : $\Delta t=\gamma\tau$

התקצרות האורך (l_0 , האורך העצמי, הוא הארוך ביותר) : $l=\frac{l_0}{\gamma}$

טרנספורמצית מהירויות בין שלוש מערכות (γ_0,β_0 בין מערכות I ו- II , γ,β בין II ל- III , γ' בין I ל- III) : $\gamma'=\gamma_0\gamma(1-\beta_0\beta)$

המטען הוא אינווריאנטי : $Q=Q'$

טרנספורמציה של כוחות (p - המערכת בה המטען עליו פועל הכוח נמצא במנוחה) :

$$\vec{F}'_{\perp}=\frac{1}{\gamma}\cdot\vec{F}_{\perp}^{\,p}$$

$$\vec{F}'_{\parallel}=\vec{F}_{\parallel}^{\,p}$$

טרנספורמצית שדות :

$$\vec{E}_{\parallel}'=\vec{E}_{\parallel}$$

$$\vec{E}_{\perp}'=\gamma(\vec{E}_{\perp}+\vec{\beta}\times\vec{B}_{\perp})$$

$$\vec{B}_{\parallel}'=\vec{B}_{\parallel}$$

$$\vec{B}_{\perp}'=\gamma(\vec{B}_{\perp}-\vec{\beta}\times\vec{E}_{\perp})$$

טרנספורמציה כללית :

$$\vec{E}'=\gamma(\vec{E}+\vec{\beta}\times\vec{B})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{E}\right)\cdot\vec{\beta}$$

$$\vec{B}'=\gamma(\vec{B}-\vec{\beta}\times\vec{E})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{\beta}$$

אינווריאנטים אלקטרו-מגנטיים :

$$\vec{E}\cdot\vec{B}=\vec{E}'\cdot\vec{B}'$$

$$E^2-B^2=E'^2-B'^2$$

מסקנות :

1. אם $E=B$ במערכת יחוס כלשהי אז $E'=B'$ בכל מערכת יחוס.
2. אם E ניצב ל- B במערכת יחוס כלשהי אז E' ניצב ל- B' בכל מערכת יחוס.
3. אם $E>B$ במערכת יחוס כלשהי, אז היחס נשמר בכל מערכת יחוס; בנוסף, לא ניתן למצוא מערכת בה $E=0$ (באופן סימטרי עבור B).

אם קיימת מערכת בה $\vec{B}=0$ (אין זרמים) אז בכל מערכת :

$$\vec{B}'=-\vec{\beta}\times\vec{E}'$$

אם קיימת מערכת בה $\vec{E}=0$ (אין זרמים) אז בכל מערכת :

$$\vec{E}'=\vec{\beta}\times\vec{B}'$$

טרנספורמצית שדות כטנסור :

$$T=\begin{pmatrix}0 & E_x & E_y & E_z\\ -E_x & 0 & -B_z & B_y\\ -E_y & B_z & 0 & B_x\\ -E_z & -B_y & -B_x & 0\end{pmatrix}$$

שימוש בטרנספורמציה :

$$T'=\ell\cdot T\cdot\ell^t$$

שינוי בשדה של מטען נקודתי ממערכת למערכת (המטען נמצא במנוחה במערכת S) :

במערכת S :

$$E_x(x,z)=\frac{Qx}{(x^2+z^2)^{1.5}}$$

$$E_z(x,z)=\frac{Qz}{(x^2+z^2)^{1.5}}$$

במערכת S' :

$$E'_x(x',z')=\frac{\gamma Qx'}{\left[(\gamma x')^2+(z')^2\right]^{1.5}}$$

$$E'_z(x',z')=\frac{\gamma Qz'}{\left[(\gamma x')^2+(z')^2\right]^{1.5}}$$

$$E'(r',\theta')=\sqrt{E'^2_x+E'^2_z}=\frac{Q}{r^2}\cdot\frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta')^{1.5}}$$

שדה של מטען לפי זמן : ניתן למציאה בשתי דרכים :

1. מוצאים היכן המטען נמצא בזמן t ומעתיקים את הראשית לשם.
2. לפי : $\vec{E}(x,z,t)=\frac{q}{\left[(x-\beta ct)^2+z^2\right]}\cdot\frac{1-\beta^2}{\left[1-\frac{\beta^2z^2}{(x-\beta ct)^2+z^2}\right]^{3/2}}$

שינוי בשדה של לוחות מקבילים אופקיים :

$$\vec{E}'_{\perp}=\gamma\vec{E}_{\perp}$$

כאשר נניע לוחות במקביל, הממד היחיד שיושפע הינו המרחק בין הלוחות שאינו משפיע על השדה ולכן השדה לא ישתנה.

שינוי זווית שדה בעת עצירה מיידית של מטען (φ_0 מחוץ לכדור, θ_0 בתוכו) : $\tan\varphi_0=\gamma\tan\theta_0$

מרכז כדור האור יהיה בנקודה בה חל השינוי.

רדיוס כדור האור יהיה ct .

שינוי בשדה כאשר החלקיק עוצר בזמן סופי (a - תאוצה, τ - זמן עצירה), הנוסחאות מתארות את השדה בתוך דופן הכדור :

$$E_r=\frac{Q}{(C\tau)^2}$$

$$E_\theta=\frac{Q\sin\theta a}{C^2R}$$

שדה מגנטי:

בכל שדה מגנטי: $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$

חוק אמפר (נכון לזרמים סטציונריים בלבד): $\oint \vec{B}ds=\frac{4\Pi}{c}\int \vec{J}da$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\Pi}{c}\vec{J}$$

פוטנציאל וקטורי:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A}=\vec{B}$$

$$\nabla(\nabla\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A}=\frac{4\Pi}{c}\vec{J}$$

כאשר $\nabla\cdot\vec{A}=0$ הפוטנציאל הוקטורי נקרא "מכוייל קולון" ונקבל:

$$\nabla^2\vec{A}=-\frac{4\Pi}{c}\vec{J} \qquad \vec{A}(\vec{r})=\frac{1}{c}\int\frac{\vec{J}(\vec{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV$$

חוק ביו-סבר:

$$\vec{dB}=-\frac{I}{cr^3}\vec{r}\times\vec{dl}$$

אנרגית שדה מגנטי:

$$U_M=\int_V\frac{B^2}{8\Pi}dV$$

תיל נושא זרם: $\vec{B}(r,\theta)=\frac{2I}{cr}\hat{\theta}\quad(cgs)\quad=\frac{\mu_0 I}{2\Pi r}\hat{\theta}\quad(mks)$

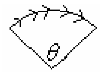
כאשר התיל נושא זרם בכיוון החיובי של ציר z:

$$\vec{B}=\frac{2I}{c(x^2+y^2)}(-y\hat{x}+x\hat{y})$$

שדה מגנטי של טבעת נושאת זרם (הטבעת מונחת על מישור x,y ורדיוסה b):

$$B_z(z)=\frac{2\Pi b^2 I}{c(b^2+z^2)^{3/2}}$$

במרכז הטבעת: $B_z(0)=\frac{2\Pi I}{cb}$

של גזרת טבעת:  $B_z(0)=\frac{\theta I}{cb}$

הפוטנציאל הוקטורי של השדה (מכוייל קולון): $\vec{A}=-\frac{I}{c}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{R^2}\right)\hat{z}$

שדה מגנטי של סולונואיד בעל n ליפופים ליחידת אורך על הציר המרכזי בסולונואיד סופי (θ - זווית בין ציר z לקצה הסליל):

$$B_z=\frac{2\Pi n}{c}I\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$

בתוך סולונואיד אינסופי: $B_z=\frac{4\Pi nI}{c}$

מחוץ לסלונואיד אינסופי: $\vec{B}=0$

שדה מגנטי בתוך טורואיד בעל N ליפופים, a רדיוס פנימי, b רדיוס חיצוני: (כיוון השדה משיק למעגל ברדיוס r): $\vec{B}_{(r)}=\frac{2NI}{cr}$

שדה מגנטי במרכז דיסקה ברדיוס a מסתובבת במהירות זויתית ω בעלת צפיפות מטען $\sigma_{(r)}=\sigma_0\frac{r}{a}$ (מונחת על מישור x,y): $\vec{B}=\frac{\Pi\omega\sigma_0 a}{c}\hat{z}$

מומנט מגנטי של הדיסקה הנובע מהפעלת שדה מגנטי קבוע $\vec{B}=B_0\hat{x}$:

$$\vec{N}=\frac{\Pi\omega\sigma_0 a^4 B_0}{5c}\hat{y}$$

הכוח המושרה במוט הנע בזווית α לשדה מגנטי (α - זווית בין מהירות המוט לשדה המגנטי, β - הזווית בין הזרם במוט ובין השדה המגנטי):

$$F=\frac{B^2L^2V\sin\alpha\sin\beta}{R}$$

בשדה מגנטי קבוע מתקיים: $\oint\vec{B}\cdot\vec{dl}=0$

במסלול סגור סביב תיל נושא זרם:

על כל מסלול סגור שאינו מכיל את התיל: $\oint\vec{B}\cdot\vec{dl}=0$

על כל מסלול סגור המקיף את התיל: $\oint\vec{B}\cdot\vec{dl}=\frac{4\Pi I}{c}$

שדה מגנטי (כפי שנמדד במעבדה) של לוח אינסופי טעון ב- σ (במעבדה) הנע במהירות $V=\beta c$: $\vec{B}=2\Pi\beta\sigma\hat{z}$

יריעת זרם ($\Im$ צפיפות זרם אורכית, J צפיפות זרם, Δ רוחב היריעה):

$$\Im=J\cdot\Delta$$

$$|B_+|=|B_-|=\frac{2\Pi}{c}\Im$$

כיוון השדה נקבע ע"פ כלל יד ימין.

יריעת זרם גורמת לקפיצה של $\frac{4\Pi}{c}\Im$ ב- $B_\parallel$.

לחץ מגנטי על יריעת זרם: $\frac{B^2}{8\Pi}$

השראה אלקטרומגנטית:

$$\varepsilon=\frac{1}{q}\oint f\cdot ds \qquad \varepsilon=IR \qquad \varepsilon=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}\quad(cgs)\quad=-\frac{d\Phi}{dt}\quad(mks)$$

הכיוון נקבע ע"פ חוק לנץ: הזרם שהכא"מ יוצר מתנגד לשינוי בשטף המגנטי ע"י יצירת שדה מגנטי בכיוון מתאים.

שטף א"מ: $\Phi_{(s)}=\int_s\vec{B}\cdot\vec{da}$

השראה הדדית:

$$\varepsilon_{21}=-\frac{1}{c}\frac{d}{dt}(\Phi_{21})$$

$$\varepsilon_{21}=-M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

M_{21} תלוי רק בסידור המוליכים, ומתקיים $M_{21}=M_{12}$

טבעת ברדיוס r נמצאת בתוך טבעת ברדיוס R, ($r\ll R$):

$$M_{21}=\frac{2\Pi^2 r^2}{c^2 R}$$

השראה עצמית:

$$\varepsilon_{11}=-L\frac{d}{dt}(I_1)$$

השראה עצמית של סולונואיד בעל n ליפופים לס"מ, באורך l וברדיוס d ($d\ll l$):

$$L=\frac{4\Pi^2 d^2 n^2 l}{c^2}$$

השראה עצמית של טורואיד בעל N כריכות, רדיוס פנימי a, רדיוס חיצוני b וגובה h:

$$L=\frac{2N^2h}{c^2}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

מומנט מגנטי:

כללי: $\vec{N}=\vec{r}\times\vec{F}$

מומנט דיפול מגנטי של לולאת זרם מישורית:

$\vec{A}$ - וקטור הניצב למישור הלולאה וגודלו שטח הלולאה (אורך צלע לולאה - a):

$$\vec{m}=\frac{I}{c}\vec{A}$$

$$\vec{N}=\vec{m}\times\vec{B}$$

זרם ההעתק:

מתוך משוואות מקסוול ניתן לקבל: $\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\Pi}{c}\left(\vec{J}+\frac{1}{4\Pi}\frac{d\vec{E}}{dt}\right)$

כלומר שדה מגנטי יכול להיווצר כתוצאה משינוי בזרם החשמלי.

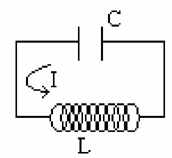
$$\vec{J}_d=\frac{1}{4\Pi}\frac{d\vec{E}}{dt}=\frac{1}{4\Pi\sigma}\frac{d\vec{J}}{dt}$$

שדה מגנטי נובע מהתפלגות זרמים בעלת סמטריה כדורית הוא $\vec{B}=0$.

בקבל אינסופי המכיל חומר דיאלקטרי בעל מוליכות σ, מתקבל $\vec{B}=0$ (בקבל סופי יווצר שדה מגנטי בקצוות).

מעגל CL (קבל-משרן), Q - מטען בקבל:

$$I=-\frac{dQ}{dt} \qquad \frac{Q}{C}=L\frac{dI}{dt}$$



קיבלנו משוואת אוסילטור הרמוני:

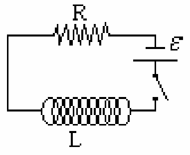
$$\frac{d^2Q}{dt^2}=-\frac{1}{LC}Q$$

$$Q_{(t)}=Q_0\cos(\omega t+\varphi_0)$$

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ניתן לשלוט בתדירות דרך Q ודרך L

מעגל LR (נגד-משרן):



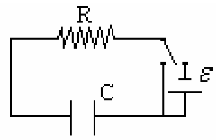
$$L\frac{dI}{dt}+RI=\varepsilon$$

בטעינה: $I_{(t)}=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

בפריקה: $I_{(t)}=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

τ - זמן אופייני: $\tau=\frac{L}{R}$

מעגל RC (נגד-קבל):



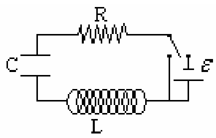
τ - זמן אופייני: $\tau=RC$

זהו זמן פריקת הקבל לכדי $1/e$ מערכו.

בפריקה: $Q_{(t)}=Q_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

בטעינה: $Q_{(t)}=\varepsilon_0\cdot C\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

מעגל CRL (קבל-נגד-משרן):



Q - מטען בקבל.

$$Q_{(t)}=Q_0e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\cos(\omega_1 t+\varphi)$$

$$\omega_1^2=\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}$$

אם הנגד גדול מאוד ($\omega_1^2<0$) קורה ריסון יתר – אין תנודות.

כללי למעגלים C,L,R:

הספק חשמלי: $P=U\cdot I=I^2R=\frac{U^2}{R}$

חיבור נגדים בטור: $U=U_1+U_2+...$, $R=R_1+R_2+...$, $I=I_1=I_2=...$

חיבור נגדים במקביל: $U=U_1=U_2=...$, $\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...$, $I=I_1+I_2+...$

בחיבור שני נגדים במקביל: $R_T=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$

בחיבור n נגדים זהים במקביל: $R_T=\frac{R}{n}$

חיבור קבלים בטור: $Q=Q_1=Q_2=...$, $\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+...$, $U=U_1+U_2+...$

חיבור קבלים במקביל: $Q=Q_1+Q_2+...$, $C_T=C_1+C_2+...$, $U=U_1=U_2=...$

אנרגיה בקבל: $E_P=\frac{Q^2}{2C}=\frac{CU^2}{2}=\frac{QU}{2}$

אנרגיה במשרן: $E_P=\frac{I^2L}{2}$

עבודה: $W=\int Pdt=q(\varphi_1-\varphi_2)$

חוק העניבה (במעגל עם מקורות ונגדים): $\sum IR=\sum\varepsilon$

גלים:

משוואת הגלים: במימד אחד: $\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=V_p^{\,2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$

באופן כללי: $\nabla^2\Psi_{(\vec r,t)}=\frac{1}{V_p^{\,2}}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$

A - אמפליטודה, λ - אורך גל, T - זמן מחזור, ω - תדירות זוויתית, f - תדירות, k - מספר גל: $\frac{\omega}{2\Pi}=\frac{1}{T}=f=\frac{V_p}{\lambda}=\frac{V_pk}{2\Pi}$

V_g - מהירות חבורה: $V_g=\frac{\partial\omega}{\partial k}$

בגלים רב מימדיים: $|\vec k|=\frac{2\Pi}{\lambda}$ $\qquad \omega=|\vec k|V_P$

המרת הפרש מרחקים להפרש פאזה: $\varphi=\frac{2\Pi}{\lambda}X$ (גם למציאת הפרש בין מקורות בעלי מרחקים שונים מנקודה וגם בין נקודות באותו גל).

גלים רצים:
קיימות אינסוף אפשרויות עבור f המקיים:

$\Psi_{(x,t)}=A\cos\left[k\left(x-V_pt\right)\right]$ $\qquad \Psi_{(x,t)}=f(x\pm V_pt)$

גלים הרמוניים:
$\Psi_{(x,t)}=A\sin\left[k\left(x-V_pt\right)\right]$

צורת ביטוי אחרת לגל זה (עם מופע התחלתי): $\Psi_{(x,t)}=A\sin\left(kx-\omega t+\varphi_0\right)$

גל מישורי הרמוני: $\Psi_{(\vec r,t)}=A\sin\left(\hat n\cdot\vec r-Vt\right)$

חיבור גל הולך $A\sin(kx-\omega t)$ עם גל חוזר $A\sin(kx+\omega t)$ נותן גל עומד $2A\sin(kx)\cos(\omega t)$

גלים עומדים:
$\Psi_{(x,t)}=X_{(x)}T_{(t)}$

$\frac{d^2X}{dx^2}=-\frac{\omega^2}{V_p^{\,2}}X$ $\qquad \frac{d^2T}{dt^2}=-\omega^2T$

$X_{(x)}=A\sin(kx)+B\cos(kx)$ $\qquad T_{(t)}=C\cos(\omega t+\varphi)$

מתנאי השפה: $\begin{cases}x=0 & \Rightarrow \quad X=0\\ x=L & \Rightarrow \quad X=0\end{cases}$ נקבל: $\begin{cases}B=0\\ A\sin(kL)=0\end{cases}$ $\Leftarrow$ $kL=n\Pi$

אופן תנודה נורמלית: $\Phi_{n(x,t)}=A_n\sin(k_nx)\cdot\cos(\omega_nt+\varphi_n)$

כל גל ניתן לבניה ע"י סכום תנודות נורמליות, כאשר עבור כל n צריך להתאים אמפליטודה ומופע מתאים: $\Psi_{(x,t)}=\sum_{n=1}^{\infty}\Phi_{n(x,t)}$

מציאת מקדם תנודה ספציפי A_n תחת תנאי התחלה של מהירות אפס:

$$\Psi_{(x,t=0)}=f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin\left(\frac{n\Pi}{L}x\right)$$

$$\int_0^L\sin\left(\frac{n\Pi}{L}x\right)\sin\left(\frac{m\Pi}{L}x\right)dx=\begin{cases}0 & n\neq m\\ \frac{L}{2} & n=m\end{cases}$$

$$Am=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cdot\sin\left(\frac{m\Pi}{L}x\right)dx$$

במיתר: $\Psi_{(x,t)}$ מתאר את המיתר; μ - מסה ליחידת אורך, T_0 מתיחות

המיתר במצב שיווי משקל: $\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=\frac{\mu}{T_0}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$

חיבור שני גלים בעלי תדירות שונה: $\psi=A\sin(k_1x-\omega_1t)+A\sin(k_2x-\omega_2t)$

נגדיר: $\phi_2=k_2x-\omega_2t$; $\phi_1=k_1x-\omega_1t$, כאשר ניקח תדירויות קרובות

יווצרו פעימות (beats): $\Psi=A(e^{i\phi_1}+e^{i\phi_2})$

$\psi=IM(\Psi)$

$A'^2=2A^2\left[1+\cos\left(\phi_1-\phi_2\right)\right]$

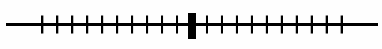
$\tan(\phi)=\frac{\sin(\phi_1)+\sin(\phi_2)}{\cos(\phi_1)+\cos(\phi_2)}$

$\Psi=\sqrt{2}A\sqrt{1+\cos\left(\phi_1-\phi_2\right)}e^{i\phi}$

$$\psi=2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x-\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\sin(k_{av}x-\omega_{av}t) \qquad \begin{cases}\Delta k=k_1-k_2\\ \Delta\omega=\omega_1-\omega_2\\ k_{av}=\frac{k_1+k_2}{2}\\ \omega_{av}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\end{cases}$$

דיספרסיה – כאשר מהירות ההתקדמות תלויה באורך הגל.
דוגמא: בוואקום אין דיספרסיה. במים – יש; יש גורם שבירה כמו שקרן אור נשברת במים.

חיבור גלים ברצף:



$k-\frac{\Delta k}{2}$ $\qquad$ k מרכזי $\qquad$ $k+\frac{\Delta k}{2}$

$k_n=k+\frac{n}{2N}\Delta k$

$\omega_n=\omega+\frac{n}{2N}\Delta\omega$

$-N\le n\le N$

נגדיר: $\Phi=\frac{\Delta k}{2N}(x-Ut)$; $U\equiv\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$

$$\Psi=\left(\sum_{n=-N}^{N}e^{i(k_nx-\omega_nt)}\right)\cdot\frac{1}{2N+1}=e^{i(kx-\omega t)}\cdot\frac{1}{2N+1}\cdot\frac{\sin\left(\frac{2N+1}{2}\Phi\right)}{\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)}$$

$$\psi n=\mathrm{Re}(\Psi)=\frac{1}{2N+1}\cdot\frac{\sin\left(\frac{2N+1}{2}\Phi\right)}{\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)}\cos(kx-\omega t)$$

כאשר מחברים רצף גלים:

$$\psi_\infty=\frac{\sin\frac{\Delta k}{2}\left(x-V_gt\right)}{\frac{\Delta k}{2}\left(x-V_gt\right)}\cos(kx-\omega t) \qquad \begin{cases}V_g=\frac{\partial\omega}{\partial k}\\ V_{ph}=\frac{\omega}{k}\end{cases}$$

כאשר $\omega=kc$ (למשל באור) אז $V_g=V_{ph}$ - אין דיספרסיה.

כאשר $V_g\neq V_{ph}$ יכולה להיות דיספרסיה.

רוחב החבילה: $\Delta x=\frac{4\Pi}{\Delta k}$ $\Leftarrow$ $\Delta x\cdot\Delta k=4\Pi$ קבוע.

כלומר רוחב החבילה כפול רוחב תחום הבחירה של ה k- ים הוא קבוע.

כדי ליצור פולס צר – צריך הרבה אורכי גל.

מתקיים גם $\Delta\omega\cdot\Delta t=Const$

עוצמת גל (העוצמה היא שטף ממוצע): $\langle P\rangle$ - הספק ממוצע, a - יחידת שטח, ρ_E - צפיפות אנרגיה: $I=\frac{\langle P\rangle}{a}=\langle\rho_E\rangle\cdot V_{ph}$

הספק רגעי בגל העובר במיתר חד מימדי (T_0 - מתיחות המיתר):

$P_{(x,t)}=-\frac{\partial\psi}{\partial t}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}T_0$

הספק ממוצע (T - זמן מחזור): $\langle P\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T P_{(x,y)}dt$

בגל הרמוני $\psi=A\sin(kx-\omega t+\varphi)$:

$P_{(x,t)}=T_0\omega kA^2\cos^2(kx-\omega t+\varphi)$

$\langle P_{(x,t)}\rangle=\frac{1}{2}T_0\omega kA^2$

מיתר מתנדנד בתדירות ω, ובאמפליטודה A, ρ - צפיפות מסה, ρ_E - צפיפות אנרגיה:

$\rho_E=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$ $\qquad V_{ph}^{\,2}=\frac{T_0}{\mu}$

$\omega=V_{ph}\cdot k$ $\qquad I=\rho_E\cdot V_{ph}$

אי רציפות בתווך:
נדרוש ב $x=0$:
1. רציפות הפונקציה (אחרת המיתר יקרע).
2. רציפות הנגזרת (כדי שהאיזון בכוח ישאר – אחרת יש כוח אינסופי).

נקבל שלושה גלים: גל פוגע $\psi_I=A_Ie^{i(\omega t-k_1x)}$, גל חוזר $\psi_R=A_Re^{i(\omega t+k_1x)}$ וגל עובר $\psi_T=A_Te^{i(\omega t-k_2x)}$

המקיימים:

$$\frac{A_T}{A_I}=\frac{2k_1}{k_1+k_2}=\frac{2V_{P2}}{V_{P1}+V_{P2}}$$

$$\frac{A_R}{A_I}=\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}=\frac{V_{P2}-V_{P1}}{V_{P1}+V_{P2}}$$

אם $\frac{A_R}{A_I}=1$ זהו גל עומד.

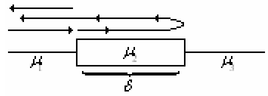
כאשר גל פוגע ב"קיר" ($\mu\to\infty$) – הגל החוזר הוא בהיפוך פאזה לגל המקור.

(המשך בעמוד הבא...)

$$I=\frac{\langle P\rangle}{a}=\frac{1}{2}\frac{T_0\omega kA^2}{a}$$

אם $\frac{1}{2}\frac{T_0\omega k}{a}$ קבוע בשני צידי המעבר: נגדיר –

גורם החזרה: $R=\frac{I_R}{I_T}$ וגורם העברה: $T=\frac{I_T}{I_T}$ ומתקיים $R+T=1$



במעבר הראשון יש היפוך ובשני אין.

בהחזרה מקסימלית: $\frac{\delta}{\frac{1}{4}\lambda_2}=2n-1$

בהחזרה מינימלית: $\frac{\delta}{\frac{1}{2}\lambda_2}=m$

בגלים כדוריים: משוואת הגלים נראית כך: $A\frac{\cos(\vec k\cdot\vec r-\omega t)}{k\cdot r}$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=V_P^{\,2}\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial r}r^2\cdot\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)$$

במרחק של הרבה אורכי גל, גל כדורי נראה בקרוב כמישורי.

גלים אלקטרומגנטיים: (כאשר $\rho=0$ ו- $\vec J=0$)

$$\vec B_{(\vec r,t)}=B_0e^{i(\vec k_B\cdot\vec r-\omega_B t)}\qquad \vec E_{(\vec r,t)}=E_0e^{i(\vec k_E\cdot\vec r-\omega_E t)}$$

נדרוש:
$$\nabla\times\vec E=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec B}{\partial t}\qquad \nabla\cdot\vec E=0$$
$$\nabla\times\vec B=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec E}{\partial t}\qquad \nabla\cdot\vec B=0$$

ונקבל:
$$\omega_E=\omega_B\qquad \vec k_E=\vec k_B$$
$$\hat k\times\vec B=-\vec E\qquad \hat k\times\vec E=\vec B$$

בגלים אלקטרומגנטיים, מישוריים, הרמוניים בואקום:

1. $\vec E$ ו- $\vec B$ בעלי אותה תדירות ואותו אורך גל (יתכן הפרש פאזה).
2. $\omega=|\vec k|c$
3. $\vec E$ ו- $\vec B$ ניצבים זה לזה וניצבים לכיוון התקדמות הגל, כך ש $(\hat k,\hat E,\hat B)$ שלשה ימנית.
4. $|\vec E|=|\vec B|$ ב- cgs, ו- $|\vec E|=c|\vec B|$ ב- mks.
5. בגלל האינוואריאנטים, גל א"מ יראה כגל א"מ בכל מערכת יחוס.
6. בריק, גלים א"מ נעים במהירות האור.

וקטור פוינטינג Poynting: $\vec S=\frac{c}{4\pi}\vec E\times\vec B$

בגל א"מ מישורי: $\vec S=\frac{c}{4\pi}\left(\vec E\cdot\vec B\right)\hat k=\frac{c}{4\pi}E^2\hat k=\frac{c}{4\pi}B^2\hat k$

$$I=\left\langle\left|\vec S\right|\right\rangle=\frac{c}{8\pi}E_0^2\hat k=\frac{c}{8\pi}B_0^2\hat k$$

אנרגיה של גל א"מ: $U=\frac{c}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)\hat k$

הספק: $P=\int\vec S\cdot d\vec a$

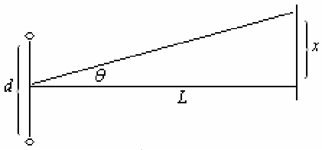
התאבכות:

משני מקורות בעלי הפרש פאזה φ:

עוצמת הגל:
$$I(\theta)=I_0\cos^2\left(\frac{kd\sin\theta}{2}+\frac{\varphi}{2}\right)=I_0\cos^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}\right)$$

תנאי מקסימום:
$$\frac{kd\sin\theta}{2}+\frac{\varphi}{2}=\frac{\Pi d\sin\theta}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}=n\pi$$

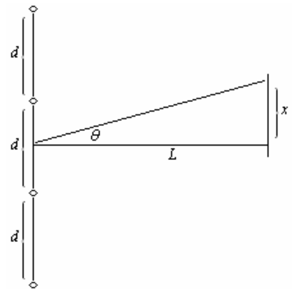
תנאי מינימום:
$$\frac{kd\sin\theta}{2}+\frac{\varphi}{2}=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}=\frac{2n-1}{2}\pi$$



המרחק בין המקסימום ה- n לבין המקסימום ה- $n+\rho$: $\Delta=\rho\frac{L\lambda}{d}$

מס' המקסימומים בתמונת ההתאבכות: $M=\left\lfloor\frac{2d}{\lambda}\right\rfloor+1$ (מרכזי + $\left\lfloor\frac{d}{\lambda}\right\rfloor$ מכל צד).

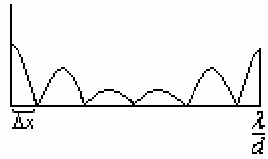
התאבכות ממספר מקורות:



עוצמת תמונת ההתאבכות ע"ג המסך:
$$I(\theta)=I\frac{\sin^2\left(N\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)}$$

עבור המקרה הפרטי $N=2$:
$$I(\theta)=4I\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)$$

כלומר עוצמת המקורות אינה גדלה ליניארית, אלא בריבוע.



נקודות מקסימום ראשיות נמצאות ב: $\sin(\theta_n)=n\frac{\lambda}{d}$ (כאשר גם המונה וגם המכנה של $I(\theta)$ מתאפסים).

בין כל שתי נקודות מקסימום ראשיות ישנן $N-1$ נקודות התאפסות (התאפסות מונה) ו- $N-2$ נקודות מקסימום משניות.

כדי למצוא מקסימום משני - נמצא שני אפסים סמוכים; המקסימום המשנית נמצאת ביניהם – כלומר בממוצע ביניהם.

רוחב מקסימום ראשי - $\Delta x=\frac{2\lambda}{Nd}$.

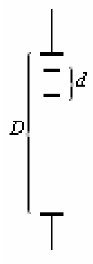
רוחב מקסימום כללי: $\Delta x_m=\frac{2\lambda}{Nd\cos\theta_m}$.

ככל ש- N גדול יותר מקבלים יכולת הפרדה טובה יותר בין אורכי גל שונים. כושר ההפרדה: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\geq\frac{1}{Nm}$ (m - המקסימום עליו מסתכלים).

כאשר יש הפרש פאזה אחיד בין כל זוג מקורות סמוכים, תוספת פאזה חיובית תגרום לנקודת המקסימום שעל האפס לנוע שמאלה.

עקיפה:

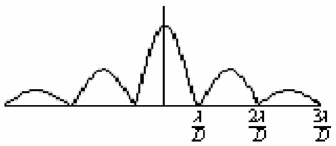
כאשר יש סדק גדול נדמה ע"י רצף סדקים צרים:



נגדיר: $\beta=\frac{\Pi D\sin(\theta)}{\lambda}=\frac{kD\sin(\theta)}{2}$

$$I_{(\theta)}=\lim_{N\to\infty}\left(\frac{I}{N^2}\frac{\sin^2\left(N\frac{\Pi}{\lambda}d\sin(\theta)\right)}{\sin^2\left(\frac{\Pi}{\lambda}d\sin(\theta)\right)}\right)=I_{\max}\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

תמונת העקיפה:



אפסים של תמונת ההתאבכות: $D\sin(\theta)=n\lambda$

ככל ש- D קטן יותר אז התמונה מתפזרת.

עבור N סדקים ברוחב D במרחק d ביניהם:
$$I(\theta)=I_N\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2\left(N\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)}$$

גל ההתאבכות מאופנן עם גל העקיפה (העקיפה משמש כמעטפת וההתאבכות בפנים).

תופעה חשובה: לוקחים שריג עם רוחב סדקים זניח, $D\ll\lambda$, מכסים חצי מהסדקים בתווך המעביר את האור עם מסנן הגורם לפיגור פאזה של φ, תמונת ההתאבכות המתקבלת היא:
$$I(\theta)=I_0\frac{\sin^2\left(\frac{Nkd}{4}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)}\cos^2\left(\frac{Nkd}{4}\sin\theta+\frac{\varphi}{2}\right)$$

באופן דומה, כאשר לוקחים סדק יחיד ברוחב D:
$$I(\theta)=I_0\frac{\sin^2\left(\frac{kD}{4}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{kD\sin\theta}{2}\right)}\cos^2\left(\frac{kD}{4}\sin\theta+\frac{\varphi}{2}\right)$$

זהויות וקטוריות וקואורדינטות שונות :

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
שלשה ימנית	(x,y,z)	(r,θ,z)	(r,θ,φ)
גרדיאנט	$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}\widehat{X}+\frac{\partial f}{\partial y}\widehat{Y}+\frac{\partial f}{\partial z}\widehat{Z}$	$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{\theta}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{\partial f}{\partial z}\widehat{Z}$	$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\varphi}$
דיברגנץ	$\nabla\cdot f=\frac{\partial f_x}{\partial x}+\frac{\partial f_y}{\partial y}+\frac{\partial f_z}{\partial z}$	$\nabla\cdot f=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot f_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial f_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial f_z}{\partial z}$	$\nabla\cdot f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\cdot f_r)+\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin(\theta)f_\theta)+\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial f_\varphi}{\partial \varphi}$
רוטור	$\nabla\times f=\left(\frac{\partial f_z}{\partial y}-\frac{\partial f_y}{\partial z}\right)\widehat{X}+$ $-\left(\frac{\partial f_x}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial x}\right)\widehat{Y}+\left(\frac{\partial f_y}{\partial x}-\frac{\partial f_x}{\partial y}\right)\widehat{Z}$	$\nabla\times f=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial f_z}{\partial \theta}-\frac{\partial f_\theta}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial f_r}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial r}\right)\hat{\theta}+$ $+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot f_\theta-\frac{\partial f_r}{\partial \theta}\right)\widehat{Z}$	$\nabla\times f=\frac{1}{r\sin(\theta)}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin(\theta)f_\varphi-\frac{\partial f_\theta}{\partial \varphi}\right)\hat{r}+$ $\left(\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial f_r}{\partial \varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rf_\varphi)\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot f_\theta-\frac{\partial f_r}{\partial \theta}\right)\hat{\varphi}$
לפלסיאן	$\nabla^2 f=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\nabla^2 f=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\nabla^2 f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$
יעקוביאן במעבר מקרטזיות	--	$J=r$	$J=r^2\cdot\sin\varphi$
		$x=r\cos\theta\quad,y=r\sin\theta\quad,z=z$ $x^2+y^2=r^2\ ,\ \tan\theta=\frac{y}{x}$	$x=r\sin\varphi\cos\theta,\ y=r\sin\varphi\sin\theta,\ z=r\cos\varphi,$ $x^2+y^2+z^2=r^2$ $\cos\theta=\frac{z}{r}=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\quad,\ \tan\varphi=\frac{y}{x}$ $0\le\varphi\le\pi\quad,\ 0\le\theta\le 2\pi$
		r - הוא המרחק בין ההיטל של נקי על מישור xy בין הראשית, רדיוס הגליל.. θ - היא הזווית בין r לחלק החיובי של ציר x.	φ - היא הזווית בין ציר z לקרן שמחברת את הנקודה עם הראשית. θ - הזווית בין החלק החיובי של ציר x והיטל הקרן על מישור xy. r - היטל הקרן על מישור xy, רדיוס הכדור.

משפט גאוס : $\int_V div\vec{F}dV=\oint_A\vec{F}\vec{da}$

משמעות : במקום לבצע אינטגרל של הפונקציה על משטח, נבצע אינטגרל של הדיברגנץ על הנפח הכלוא ע"י המשטח.

משפט סטוקס : $\int_S\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)dS=\oint_A\vec{F}\vec{da}$

משמעות : במקום לבצע אינטגרל של הפונקציה על מסלול סגור התוחם משטח, נבצע אינטגרל של הרוטור על שטח המשטח הנתחם ע"י המסלול.

שטחים ונפחים :

שטח עיגול ברדיוס r : $A=\pi r^2$.

הקף מעגל ברדיוס r : $P=2\pi r$

מעטפת כדור ברדיוס r : $S=4\pi r^2$

נפח כדור ברדיוס r : $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

מעטפת גליל ברדיוס r בגובה h : $S=\pi r^2 h$

נפח גליל ברדיוס r בגובה h : $V=2\pi rh$

אורך קשת : $dl=rd\theta$

אלמנטי שטחים :

אלמנט נפח של כדור : $r^2\sin(\theta)drd\theta d\varphi$,

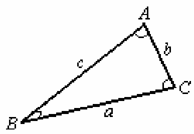
$0<\theta<\Pi$

$0<\varphi<2\Pi$

אלמנט שטח של מעטפת כדור : $R^2\sin(\theta)d\theta d\varphi$

אלמנט נפח של גליל : $rdrd\varphi dl$

משפט הסינוסים :



$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

משפט הקוסינוסים :

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos(C)$$

בנוסף : נגדיר $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$

$$\sin A=\frac{2}{bc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

שטח משולש (נוסחת הרון) :

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

זהויות קומפלקסיות (לחישובים בגלים) :

$$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$$

$$\left(e^{i\theta}\right)^n=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$$

$$\left|e^{i\theta}\right|=1$$

כשמקבלים בחיבור גלים סכום סדרה הנדסית שהפרשה $e^{-i\theta}$:

$$\frac{e^{-iN\theta}-1}{e^{-i\theta}-1}=\frac{e^{-i\frac{N}{2}\theta}}{e^{-\frac{i}{2}\theta}}\left[\frac{e^{-i\frac{N}{2}\theta}-e^{+i\frac{N}{2}\theta}}{e^{-\frac{i}{2}\theta}-e^{+\frac{i}{2}\theta}}\right]=e^{-i\frac{N-1}{2}\theta}\cdot\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\theta\right)}$$

כללי

זהויות טריגונומטריות:

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

$\sin(90-\alpha) = \cos\alpha$

$\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$

$\tan(90-\alpha) = \cot\alpha$

$\cot(90-\alpha) = \tan\alpha$

$\sin(180-\alpha) = \sin\alpha$

$\cos(180-\alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(180-\alpha) = -\tan\alpha$

$\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$

$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$1 + \tan^2\alpha = 1/\cos^2\alpha$

$1 + \cot^2\alpha = 1/\sin^2\alpha$

$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\tan(2\alpha) = 2\tan\alpha/(1-\tan^2\alpha)$

$\sin(3\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin(a/2+\beta/2)\cos(a/2-\beta/2)$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin(a/2-\beta/2)\cos(a/2+\beta/2)$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos(a/2+\beta/2)\cos(a/2-\beta/2)$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin(a/2+\beta/2)\sin(a/2-\beta/2)$

$\sin\alpha\cos\beta = 1/2\left(\sin(a+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$

$\sin\alpha\sin\beta = 1/2\left(\cos(a-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$

$\cos\alpha\cos\beta = 1/2\left(\cos(a+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right)$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta) = (\tan\alpha+\tan\beta)/(1-\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan(\alpha-\beta) = (\tan\alpha-\tan\beta)/(1+\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan(\alpha+\beta) - \tan\alpha - \tan\beta = \tan(\alpha+\beta)\tan\alpha\tan\beta$

$\arcsin\alpha + \arccos\alpha = \pi/2$

נוסחאות שונות:

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

$(a+b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$

הבינום של ניוטון:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^n + b^n$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + b^{n-1})$$

נגזרות מיידיות:

$\sin' x = \cos x$

$\cos' x = -\sin x$

$\sinh' x = \cosh x$

$\cosh' x = \sinh x$

$\arcsin' x = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arccos' x = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arctan'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$arc\cot'(x) = \dfrac{-1}{1+x^2}$

$\tan'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$\cot'(x) = \dfrac{-1}{\sin^2 x}$

$(e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

$(a^x)' = a^x \ln a$

$(\log_a^x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$

נגזרת מסדר גבוה:

$$\frac{d^n}{dt^n}\left[f(x)\cdot g(x)\right] = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} f(x)^{(k)}\, g(x)^{(n-k)}, \qquad \binom{n}{k} \triangleq \frac{n!}{n!(n-k)!}$$

אינטגרלים מיידים:

$\int \frac{1}{x}dx = \ln x + c$

$\int \ln x\,dx = x\ln x - x + c$

$\int \sin x = -\cos x + c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} = \tan x + c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} = -\cot x + c$

$\int \tan x\,dx = -\ln(\cos x) + c$

$\int \cot x\,dx = \ln(\sin x) + c$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

$\int \frac{1}{1+x^2}dx = \arctan x + c$

$\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right) + c$

$\int \frac{1}{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right) + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}dx = \ln\left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right) + c$

$\int \frac{A}{x-a}dx = A\ln(x-a) + C$

$\int \frac{A}{(x-a)^n}dx = A\cdot\frac{1}{1-n}(x-a)^{1-n} + C$

$\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} = \frac{2B-Ap}{\sqrt{4q-p^2}}\cdot arctan\left(\frac{2x+p}{\sqrt{4q-p^2}}\right)$

טורים חשובים:

$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 + \ldots$ — מתכנס עבור: $|x| < 1$

$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \ldots$ — מתכנס עבור: $|x| < 1$

$\frac{x}{1-x} = \sum_{n=1}^{\infty} x^n = x + x^2 + x^3 + x^4 + \ldots$ — מתכנס עבור: $|x| < 1$

$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2n+1}}{(2\cdot n+1)!} = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$ — מתכנס עבור: $|x| < \infty$

$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2n}}{(2\cdot n)!} = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$ — מתכנס עבור: $|x| < \infty$

$\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ — מתכנס עבור: $|x| < 1$

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ — מתכנס עבור: $|x| < 1$

החלפת קואורדינטות באינטגרל משולש:

$$\iiint_D f_{(x,y,z)}\,dxdydz = \iiint_D f_{(x(u,v,w),y(u,v,w),z(u,v,w))}\cdot|J|\cdot dudvdw$$

$$J = \frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = \begin{vmatrix} x_u & x_v & x_w \\ y_u & y_v & y_w \\ z_u & z_v & z_v \end{vmatrix} \qquad \frac{1}{J} = \frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)} = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix}$$