כוחות:

• באופן כללי: $\vec F = -\vec\nabla U(x)$

• כוח בין שני מטענים: $\vec F = \frac{q_1 q_2}{|\vec r_2-\vec r_1|^3}(\vec r_2-\vec r_1)$

• כוח ששדה חשמלי מפעיל על מטען: $\vec F=\vec E\cdot q$

• כוח שמפעיל שדה מגנטי על מוט באורך ℓ ובו זרם I: $\vec F=\frac{\ell}{c}\vec I\times\vec B$

• כוח בין שני תיילים נושאי זרם: $\vec F = \frac{2I_1I_2}{rc^2}\ell$

• כאשר נתונה צפיפות הזרם ומהירות המטענים ($\vec v_1,\vec v_2 \ll c$):

$\frac{F_E}{\partial\ell}=\frac{2\lambda_1\lambda_2}{r}$ $\frac{F_M}{\partial\ell}=\frac{F_E}{\partial\ell}\cdot\frac{v_1v_2}{c^2}$

כיוון הכוח: הזרמים באותו כיוון – משיכה.
הזרמים בכיוונים מנוגדים – דחיה.

• כוח המופעל ע"י שדה מגנטי על מוט נושא זרם I, באורך ℓ:

$\vec F_{EM} = \frac{I}{c} d\vec\ell\times\vec B = \frac{\ell}{c}\vec I\times\vec B$

• **חוק לורנץ** (לכוח אלקטרומגנטי):

$\vec F_{EM} = q(\vec E+\frac1c\vec v\times\vec B)$ (cgs) $= q(\vec E+\vec v\times\vec B)$ (mks)

חשמל:

שדה חשמלי

קווי השדה:
1. קווי השדה מתחילים ב- $(+)$ לכיוון ה- $(-)$.
2. המשיק לקווי השדה נותן את הכיוון של השדה בכל נקודה.

• מס' מטענים נקודתיים: $\vec E=\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\vec r-\vec r_i|^3}(\vec r-\vec r_i)$

• התפלגות מטען רציפה: $\vec E=\int_{V'}\frac{\rho(\vec r')(\vec r-\vec r')}{|\vec r-\vec r'|^3}dv'$

• סביב תיל אינסופי בעל צפיפות אחידה λ: $\vec E(r)=\frac{2\lambda}{r}\hat r$

• שדה של קליפה כדורית ברדיוס R:

$$\vec E(r)=\begin{cases}\frac{Q_{in}}{r^2}\hat r & r>R\\ 0 & r<R\end{cases}$$

• שדה של כדור מלא ברדיוס R:

$$\vec E(r)=\begin{cases}\frac{Q_{in}}{r^2}\hat r & r>R\\ Q_{in}\frac{r}{R^3}\hat r & r<R\end{cases}$$

• שדה של משטח אינסופי טעון בצפיפות מטען σ: $\vec E=2\pi\sigma$

- הקפיצה בשדה בין שני צידי המשטח: $\Delta\vec E_\perp = 4\pi\sigma$

• שדה בין שני לוחות אינסופיים: $\vec E=4\pi\sigma$

• שדה סביב גליל אינסופי בעל רדיוס a, טעון צפיפות נפחית ρ:

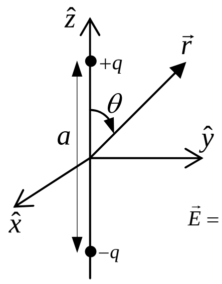
$$\vec E(r)=\begin{cases}\frac{2\pi\rho a^2}{r}\hat r & r>a\\ 2\pi\rho r\hat r & r<a\end{cases}$$

• שדה של דיסקה ברדיוס r, הטעונה בצפיפות מטען משטחית σ (ציר הדיסקה הוא ציר $\hat z$):

$$\vec E(r)=2\pi\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right)\hat z$$

דיפול חשמלי

- נגדיר: $r=|\vec r|$, $\vec p \triangleq aq\hat z$



• פוטנציאל בנקודה: $\varphi(\vec r)=\frac{\vec p\cdot\vec r}{r^3}$

• שדה חשמלי: $\vec E = E_r\hat r+E_\theta\hat\theta$

$E_r=\frac{2\vec p\cdot\vec r}{r^4}$ $E_\theta=\frac{\vec p\times\vec r}{r^4}$

$$\vec E = p\left(\frac{3xz}{r^5}\hat x+\frac{3yz}{r^5}\hat y+\frac{3z^2-r^2}{r^5}\hat z\right)$$

• קירוב הדיפול: $|\vec r|\gg a$

• מומנט כוח: $\vec N=\vec p\times\vec E$

• העבודה הדרושה לסיבוב דיפול בזווית θ: $W=pE(1-\cos\theta)$

שטף:

חוק גאוס – שטף של שדה חשמלי $\vec E$ היוצא ממשטח סגור S, הכולא נפח V:

$$\Phi=\oint_S\vec E\cdot d\vec a = 4\pi\int_V\rho(\vec r)dv = 4\pi Q_{in}$$

אנרגיה:

$$U=\sum_{i>j}\sum_{i=1}^N\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{1}{8\pi}\int_V E^2dv = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V E^2 dv=\int_{t_1}^{t_2}I^2Rdt$$

- לא ניתן לבצע סופרפוזיציה של אנרגיות.

• אנרגיה אצורה בנפח בו יש מטען: $U=\frac12\int_V(\rho(\vec r)\cdot\varphi(\vec r))dv$

• אנרגיה בקליפה כדורית: $U=\frac{Q^2}{2R}$

• אנרגיה בכדור מלא: $U=\frac{3Q^2}{5R}$

• אנרגיה של דיסקה דקה מלאה מוליכה: $U=\frac{\pi Q^2}{4R}$

• אנרגיה של דיסקה דקה מלאה מבודדת: $U=\frac{8Q^2}{3\pi R}$

פוטנציאל: $d\varphi=-\vec E\cdot d\vec\ell$, $\oint\vec E\cdot d\ell=0$

• הפרש פוטנציאלים: $\varphi(r_2)-\varphi(r_1)=-\int_{r_1}^{r_2}\vec E\cdot d\vec\ell$

• הקשר בין השדה לפוטנציאל: $\vec E=-grad\varphi\equiv-\vec\nabla\varphi$

• פוטנציאל של מטען נקודתי: $\varphi(\vec r)=\frac{Q}{r}$

• התפלגות מטענים דיסקרטית (בדידה): $\varphi(\vec r)=\sum_{i=1}^N\frac{q_i}{|\vec r-\vec r_i|}$

• התפלגות מטען רציפה: $\varphi(\vec r)=\int_V\frac{\rho(\vec r')}{|\vec r-\vec r'|}dv$

• פוטנציאל של כדור מוליך ברדיוס R:

$$\varphi(r)=\begin{cases}\frac{Q}{r} & r\ge R\\ \frac{Q}{R} & r<R\end{cases}$$

• פוטנציאל של כדור מלא ברדיוס R, הטעון בצורה אחידה במטען כולל Q:

$$\varphi(r)=\begin{cases}\frac{Q}{r} & r\ge R\\ \left(\frac{3Q}{2R}-\frac{Qr^2}{2R^3}\right) & r<R\end{cases}$$

• הפרש פוטנציאלים הנובע מטבלה מישורית אינסופית המונחת על מישור xy טעונה בצפיפות אחידה $+\sigma$:

$\varphi(z_2)-\varphi(z_1)=2\pi\sigma(z_2-z_1)$

• המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין שני לוחות (d - המרחק בין הלוחות, $\vec E$ - השדה בין הלוחות): $\Delta\varphi=\vec E\cdot\vec d$

• הפרש פוטנציאלים הנובע מתיל אינסופי, הטעון בצפיפות אחידה λ:

$\varphi(r_2)-\varphi(r_1)=2\lambda\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$

• אנרגיה הכרוכה בהבאת מטען מהאינסוף (φ - פוטנציאל):

$W=q\cdot\varphi$

משפט גאוס: $\int_V(div\vec E)dv\equiv\int_V(\vec\nabla\cdot\vec E)dv=\oint_S\vec E\cdot d\vec a$

קשר בין מטען ושדה בנקודה: $\vec\nabla\cdot\vec E=4\pi\rho$
(משמעות הדיברגנץ – עוצמת המקורות, או לחילופין - כמות השטף שיוצאת מיחידת נפח)

משפט לפלאס/פואסון: $\nabla^2\varphi=-4\pi\rho$

אם אין מטען בנקודה נקבל את **משוואת לפלאס**: $\nabla^2\varphi=0$

משפט סטוקס: $\int_S\left(curl\vec E\right)d\vec a\equiv\int_S\left(\vec\nabla\times\vec E\right)d\vec a=\oint_C\vec E\cdot d\vec\ell$

- לכל שדה אלקטרוסטטי: $\vec\nabla\times\vec E=0$
(משמעות הרוטור - חוזק הסירקולציה של השדה).

מוליכים באלקטרוסטטיקה:

• שדה בתוך מוליך: $\vec E=0$

• שדה על פני מוליך: $\vec E=4\pi\sigma(\vec r)\hat n$

• הפוטנציאל על פני השפה קבוע: $\varphi=Const$

קיבול: $Q=C\cdot\Delta\varphi$

• בין שני לוחות בעלי שטח A, במרחק d: $C=\frac{A}{4\pi d}$

• קיבול של כדור ברדיוס R: $C=R$

• בין שני כדורים ($R_1>R_2$): $C=\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}$

• קבל גלילי (ℓ - אורך הגליל; a,b - רדיוסים):

$C=\frac{\ell}{2\ln\left(\frac ba\right)}$ $(b>a)$

• אנרגיה בקבל: $U=\frac{Q^2}{2C}=\frac{CV^2}{2}=\frac{QV}{2}$

• מטען על קבל במעגל RC (τ - זמן אופייני; $\tau=RC$):
(וזהו זמן פריקת הקבל לכדי $1/e$ מערכו ההתחלתי)

בפריקה: $Q(t)=Q_0e^{-t/\tau}$

בטעינה: $Q(t)=\varepsilon_0\cdot C\left(1-e^{-t/\tau}\right)$

• שדה בין לוחות קבל (d - מרחק בין הלוחות): $\vec E=\frac{V}{d}$

• חיבור קבלים במקביל: $C_T=\sum_i C_i$

• חיבור קבלים בטור: $\frac{1}{C_T}=\sum_i\frac{1}{C_i}$

אלקטרודינמיקה: $I=\frac{dQ}{dt}$

(מוסכם כי זרם חיובי בכיוון מסויים הוא תנועה של מטענים חיוביים בכיוון זה. תנועה של מטענים שליליים באותו כיוון, או חיוביים בכיוון ההפוך - תיתן זרם שלילי)

• משוואת הרציפות (ביטוי לחוק שימור המטען):

$\frac{d\rho}{dt}+\vec\nabla\cdot\vec J=0$

• חוק אוהם (Ohm) במתכות (σ -מוליכות): $\vec J=\sigma\vec E$

• חוק אוהם במעגלים פשוטים (U - מתח, I - זרם, R - התנגדות):

$U=IR$

- המוליכות הסגולית תלויה בסוג המתכת ובתנאים.

• מוליך גלילי (ℓ - אורך המוליך, A – שטח פני החתך):

$\Delta\varphi=\left(\frac{\ell}{\sigma A}\right)I$

• צפיפות זרם ($\vec v_i$ - מהירות סחיפה, ρ - צפיפות נפחית):

$\vec J=\sum_i n_iq_i\vec v_i=\rho\cdot\sum_i\vec v_i$

• זרם (השטף של צפיפות הזרם): $I=\int_A\vec J\cdot d\vec a$

• בתיל בעל שטח חתך A, n מטענים מסוג q הנעים במהירות $\vec v$, ρ - צפיפות נפחית, λ - צפיפות אורכית:

$\partial q=Anq\cdot\partial\ell$

$\vec J=nq\vec v=\rho\vec v$

$\vec I=nqA\vec v=\lambda\vec v$

• זרם בטבעת מסתובבת (T - זמן מחזור סיבוב, ω - מהירות רדיאלית):

$I=\frac QT=\frac{Q\cdot\omega}{2\pi}$

• התנגדות (A -שטח חתך): $R=\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}\frac{d\vec r}{\sigma(\vec r)\cdot A(\vec r)}$

• תלות התנגדות המוליך במימדיו (L - אורך, A - שטח חתך, ρ - התנגדות סגולית, σ - מוליכות סגולית):

$R=\rho\frac LA=\frac1\sigma\cdot\frac LA$

• התנגדות חומר דיאלקטרי בעל מוליכות סגולית σ הכלוא בין שני כדורים ברדיוסים a,b. ($b>a$):

$R=\frac{1}{4\pi\sigma}\left(\frac{b-a}{ab}\right)$

טרנספורמציית לורנץ:

מעבר ממע' S למע' S'	מעבר ממע' S' למע' S
$x'=\gamma(x-\beta ct)$	$x=\gamma(x'+\beta ct')$
$y'=y$	$y=y'$
$z'=z$	$z=z'$
$t'=\gamma(t-\frac{\beta}{c}x)$	$t=\gamma(t'+\frac{\beta}{c}x')$
$\beta=\frac{V}{c}$	$\beta=\frac{V}{c}$
$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$	$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$

• מטריצת הטרנספורמציה, והמטריצה ההפוכה:

$$\ell^{-1}=\begin{pmatrix}\gamma&0&0&\gamma\beta\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\\gamma\beta&0&0&\gamma\end{pmatrix}\qquad \ell=\begin{pmatrix}\gamma&0&0&-\gamma\beta\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\-\gamma\beta&0&0&\gamma\end{pmatrix}$$

• וקטורי מאורעות (לשימוש עם מטריצת הטרנספורמציה):

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\ct\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}P_x\\P_y\\P_z\\E/c\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}J_x\\J_y\\J_z\\\rho c\end{pmatrix}$$

• אינוריאנט האינטרוול:

$$\Delta S^2=c^2\Delta t^2-\Delta x^2=\Delta S'^2=c^2\Delta t'^2-\Delta x'^2$$

• טרנספורמציית המהירות (V - מהירות בין מערכות, כאשר הסימנים במונה מוגדרים עפ"י הכיוונים המתאימים בבעיה):

$$v_x=\frac{v'_x+V}{1+\frac{v'_xV}{c^2}}\qquad v'_x=\frac{v_x-V}{1-\frac{v_xV}{c^2}}$$

$$v_y=\frac{v'_y}{\gamma\left(1+\frac{v'_xV}{c^2}\right)}\qquad v'_y=\frac{v_y}{\gamma\left(1-\frac{v_xV}{c^2}\right)}$$

• התארכות הזמן (t_0 , הזמן העצמי, הוא **הקצר** ביותר): $t=\gamma t_0$

• התקצרות האורך (ℓ_0 , האורך העצמי (שנמדד במע' המנוחה), הוא **הארוך** ביותר):

$$\ell=\frac{\ell_0}{\gamma}$$

• טרנספורמציית המהירויות בין **שלוש** מערכות (γ_0,β_0 בין מערכות I ו- II , γ,β בין II ל- III , γ' בין I ל- III):

$$\gamma'=\gamma_0\gamma(1-\beta_0\beta)$$

• β' בין 2 מערכות שנועות ב- β_0,β ביחס למעבדה:

$$\beta'=\frac{\beta_0-\beta}{1-\beta_0\beta}$$

• המטען הוא אינווריאנט: $Q=Q'$

טרנספורמציית כוחות:

p - המערכת בה המטען עליו פועל הכוח נמצא במנוחה (המערכת העצמית שלו):

$$F'_\perp=\frac{1}{\gamma}\cdot F_\perp^{\,p}$$

$$F'_\parallel=F_\parallel^{\,p}$$

טרנספורמציית שדות:

$$E'_\parallel=E_\parallel$$
$$E_\perp'=\gamma(\vec E_\perp+\vec\beta\times\vec B_\perp)$$
$$B'_\parallel=B_\parallel$$
$$B_\perp'=\gamma(\vec B_\perp-\vec\beta\times\vec E_\perp)$$

טרנספורמציה כללית:

$$\vec E'=\gamma(\vec E+\vec\beta\times\vec B)-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\left(\vec\beta\cdot\vec E\right)\cdot\vec\beta$$

$$\vec B'=\gamma(\vec B-\vec\beta\times\vec E)-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\left(\vec\beta\cdot\vec B\right)\cdot\vec\beta$$

טרנספורמציית שדות כטנסור:

$$T=\begin{pmatrix}0&E_x&E_y&E_z\\-E_x&0&-B_z&B_y\\-E_y&B_z&0&B_x\\-E_z&-B_y&-B_x&0\end{pmatrix}$$

שימוש בטרנספורמציה:
$$T'=\ell\cdot T\cdot\ell^t$$

• שינוי בשדה של מטען נקודתי ממערכת למערכת (המטען נמצא במנוחה במערכת S , מע' S' נעה במהירות $\vec V=V\hat x$ ביחס ל- S):

- במערכת S :

$$\vec E_x(x,z)=\frac{Qx}{(x^2+z^2)^{3/2}}\hat x$$

$$\vec E_z(x,z)=\frac{Qz}{(x^2+z^2)^{3/2}}\hat z$$

- במערכת S' :

$$\vec E'_x(x',z')=\frac{\gamma Qx'}{\left[(\gamma x')^2+(z')^2\right]^{3/2}}\hat x$$

$$\vec E'_z(x',z')=\frac{\gamma Qz'}{\left[(\gamma x')^2+(z')^2\right]^{3/2}}\hat z$$

$$\vec E'(r',\theta')=\sqrt{E'^2_x+E'^2_z}=\frac{Q}{r'^2}\cdot\frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta')^{3/2}}\hat r$$

• שדה של מטען לפי זמן - ניתן למצוא בשתי דרכים:
1. מוצאים היכן המטען נמצא בזמן t ומעתיקים את הראשית לשם.
2. לפי:

$$\vec E(x,z,t)=\frac{q}{\left[(x-\beta ct)^2+z^2\right]}\cdot\frac{1-\beta^2}{\left[1-\frac{\beta^2z^2}{(x-\beta ct)^2+z^2}\right]^{3/2}}$$

• שינוי בשדה בין לוחות מקבילים אופקיים: $\vec E'_\perp=\gamma\vec E_\perp$

כאשר נגיע לוחות במקביל, המימד היחיד שישפע הינו המרחק בין הלוחות, שאינו משפיע על השדה, ולכן השדה לא ישתנה.

• שינוי זווית קו-שדה בעת עצירה מיידית של מטען (φ_0 מחוץ לכדור, θ_0 בתוכו):

$$\tan\varphi_0=\gamma\tan\theta_0$$

מרכז כדור האור יהיה בנקודה בה חל השינוי.
רדיוס כדור האור יהיה $R=c\tau$.

• שינוי בשדה כאשר החלקיק עוצר בזמן סופי (a - תאוצה, τ - משך זמן העצירה).
הנוסחאות מתארות את השדה בתוך קליפת הכדור:

$$\vec E_r=\frac{Q}{(c\tau)^2}\hat r$$

$$\vec E_\theta=\frac{Qa\sin\theta}{c^2R}\hat\theta$$

• צפיפות מטען אורכית במע' שנעה ב- γ , ביחס למע' העצמית (במקביל לתיל):

$$\lambda'=\gamma\lambda^p$$

אינווריאנטים אלקטרומגנטיים:

$$\vec E\cdot\vec B=\vec E'\cdot\vec B'$$
$$E^2-B^2=E'^2-B'^2$$

מסקנות:
1. אם $|\vec E|=|\vec B|$ במע' יחוס כלשהי אז $|\vec E'|=|\vec B'|$ בכל מע' יחוס.
2. אם $\vec E$ ניצב ל- $\vec B$ במע' יחוס כלשהי אז $\vec E'$ ניצב ל- $\vec B'$ בכל מע' יחוס.
3. אם $|\vec E|>|\vec B|$ במע' יחוס כלשהי, אז היחס נשמר בכל מע' יחוס; בנוסף, לא ניתן למצוא מע' בה $\vec E=0$ (ובאופן סימטרי עבור $\vec B$).

בנוסף,
- אם קיימת מע' בה $\vec B=0$, אז בכל מע' אחרת:

$$\vec B'=-\vec\beta\times\vec E'$$

- אם קיימת מע' בה $\vec E=0$, אז בכל מע' אחרת:

$$\vec E'=\vec\beta\times\vec B'$$

מגנטיות:

בכל שדה מגנטי: $\vec\nabla\cdot\vec B=0$

בשדה מגנטי **קבוע**, מתקיים: $\oint\vec B\cdot d\vec\ell=0$

פוטנציאל וקטורי:

$$\vec\nabla\times\vec A=\vec B$$

$$\vec\nabla(\vec\nabla\cdot\vec A)-\nabla^2\vec A=\frac{4\pi}{c}\vec J$$

• כאשר $\vec\nabla\cdot\vec A=0$ הפוטנציאל הוקטורי נקרא **מכוייל קולון**, ונקבל:

$$\nabla^2\vec A=-\frac{4\pi}{c}\vec J\qquad \vec A(\vec r)=\frac{1}{c}\int_V\frac{\vec J(\vec r')}{|\vec r-\vec r'|}dv$$

חוק אמפר: (נכון לזרמים **סטציונריים** בלבד)

$$\vec\nabla\times\vec B=\frac{4\pi}{c}\vec J\ ,\quad \oint_C\vec B\cdot d\vec\ell=\frac{4\pi}{c}\iint_S\vec J_{in}\cdot d\vec a$$

חוק ביו-סבר:

$$d\vec B_{(\vec r)}=\frac{I}{c}\frac{d\vec\ell_{(\vec r')}\times(\vec r-\vec r')}{|\vec r-\vec r'|^3}$$

- שדה מגנטי בנקי' $\vec r$ כתוצאה מזרם דרך אלמנט תיל בנקי' $\vec r'$.

• שדה מגנטי במרחק r סביב תיל אינסופי נושא זרם:

$$\vec B(r,\theta)=\frac{2I_{in}}{cr}\hat\theta\quad(cgs)\quad=\frac{\mu_0I_{in}}{2\pi r}\hat\theta\quad(mks)$$

- כאשר התיל נושא זרם בכיוון החיובי של ציר z :

$$\vec B=\frac{2I}{c(x^2+y^2)}(-y\hat x+x\hat y)$$

• במסלול סגור סביב תיל נושא זרם:

על-כל מסלול סגור שאינו מכיל את התיל: $\oint\vec B\cdot d\vec\ell=0$

על-כל מסלול סגור המקיף את התיל: $\oint\vec B\cdot d\vec\ell=\frac{4\pi I}{c}$

• שדה מגנטי של טבעת נושאת זרם (הטבעת מונחת על מישור x,y ורדיוסה R):

$$\vec B_z(z)=\frac{2\pi R^2I}{c(R^2+z^2)^{3/2}}\hat z$$

- במרכז הטבעת: $\vec B_z(0)=\frac{2\pi I}{cR}\hat z$

- במרכז **גזרת** טבעת: $\vec B_z(0)=\frac{\theta I}{cR}\hat z$

• הפוטנציאל הוקטורי של השדה (מכוייל קולון):

$$\vec A=-\frac{I}{c}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{R^2}\right)\hat z$$

• שדה מגנטי של סולנואיד בעל n ליפופים ליחידת אורך על הציר המרכזי:

- בסולנואיד סופי (θ - זווית בין ציר z לקצה הסליל):

$$\vec B_z=\frac{2\pi n}{c}I\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)\hat z$$

- בתוך סולנואיד אינסופי: $\vec B_z=\frac{4\pi nI}{c}\hat z$

- מחוץ לסולנואיד אינסופי: $\vec B=0$

• שדה מגנטי בתוך טורוס בעל N כריכות, a - רדיוס פנימי, b - רדיוס חיצוני (כיוון השדה משיק למעגל ברדיוס r):

$$\vec B(r)=\frac{2NI}{cr}\hat\theta$$

• שדה מגנטי (כפי שנמדד במעבדה) של לוח אינסופי טעון ב- σ (במעבדה) הנע במהירות $V=\beta c$:

$$\vec B=2\pi\beta\sigma\hat z$$

• שדה מגנטי במרכז דיסקה ברדיוס a , המונחת על מישור xy , מסתובבת במהירות זוויתית ω , ובעלת צפיפות מטען $\sigma_{(r)}=\sigma_0\frac{r}{a}$:

$$\vec B=\frac{\pi\omega\sigma_0a}{c}\hat z$$

• מומנט מגנטי של הדיסקה הנובע מהפעלת שדה מגנטי קבוע $\vec B=B_0\hat x$:

$$\vec N=\frac{\pi\omega\sigma_0a^4B_0}{5c}\hat y$$

• הכוח המושרה במוט הנע בזווית α לשדה מגנטי (α - זווית בין מהירות המוט לשדה המגנטי, β - הזווית בין הזרם במוט ובין השדה המגנטי):

$$F=\frac{B^2L^2V\sin\alpha\sin\beta}{R}$$

• יריעת זרם ($\Im$ - צפיפות זרם אורכית, J - צפיפות זרם, Δ - רוחב היריעה):

$$\Im=J\cdot\Delta$$

$$|B_+|=|B_-|=\frac{2\pi}{c}\Im$$

(כיוון השדה נקבע ע"פ כלל יד ימין)

- יריעת זרם גורמת לקפיצה של $\frac{4\pi}{c}\Im$ ב- $\vec B_\parallel$.

אנרגית שדה מגנטי:

$$U_M=\frac{1}{8\pi}\iiint_V B^2dv$$

• לחץ מגנטי על יריעת זרם (F - כוח, A - שטח): $\frac{F}{A}=\frac{B^2}{8\pi}$

• לחץ מגנטי בסולנואיד ארוך (n כריכות ליחידת אורך, רדיוס b וזרם I ; $d\ell$ - אלמנט אורך/גובה של הסולנואיד):

$$\frac{F}{A}=\frac{2\pi}{c^2}n^2I^2 \quad , \quad \frac{F}{d\ell}=\frac{4\pi^2}{c^2}n^2I^2b$$

מומנט דיפול מגנטי:

• מומנט כוח, באופן כללי: $\vec N=\vec r\times\vec F$

• מומנט דיפול מגנטי של לולאת זרם מישורית ($\vec A$ - וקטור הניצב למישור הלולאה, לפי כלל יד ימין, וגודלו שטח הלולאה):

$$\vec m\triangleq\frac{I}{c}\vec A \quad , \quad \vec N=\vec m\times\vec B$$

• אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה מגנטי: $U=-\vec m\cdot\vec B$

• כוח על לולאה בעלת מומנט $\vec m$: $\vec F=-\vec\nabla U=\vec\nabla\left(\vec m\cdot\vec B\right)$

השראה אלקטרומגנטית:

• שטף אלקטרומגנטי: $\Phi=\iint_S\vec B\cdot d\vec a$

• **חוק פאראדיי:**

$$\varepsilon=\frac{1}{q}\oint_C\vec f_M\cdot d\vec\ell=\oint_C\vec E\cdot d\vec\ell \quad , \quad \varepsilon=IR$$

$$\varepsilon=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}\quad(cgs)\qquad=-\frac{d\Phi}{dt}\quad(mks)$$

- כאשר $\vec f_M=\frac{q}{c}\left(\vec v\times\vec B\right)$ (הכוח המגנטי).

הכיוון נקבע ע"פ **חוק לנץ**: הזרם שהכא"מ יוצר מתנגד לשינוי בשטף המגנטי ע"י יצירת שדה מגנטי בכיוון מתאים (הפוך).

השראה הדדית:

$$\varepsilon_{21}=-\frac{1}{c}\frac{d}{dt}(\Phi_{21})=-M_{21}\frac{dI_1}{dt}\quad , \quad M_{21}\triangleq\frac{1}{c}\frac{\Phi_{21}}{I_1}$$

Φ_{21} - שטף השדה המגנטי, שנוצר ע"י גוף (1), דרך גוף (2)

- M_{21} תלוי רק בצורת המוליכים, ומתקיים $M_{21}\equiv M_{12}$.

• טבעת ברדיוס r , הנמצאת בתוך טבעת ברדיוס R ($r\ll R$):

$$M_{21}=\frac{2\pi^2r^2}{c^2R}$$

השראה עצמית: $\varepsilon_{11}=-\frac{1}{c}\frac{d}{dt}(\Phi_{11})=-L\frac{dI_1}{dt}$, $L\triangleq\frac{1}{c}\frac{\Phi_{11}}{I_1}$

• השראה עצמית של סולנואיד בעל n ליפופים לס"מ, באורך ℓ וברדיוס d ($d\ll\ell$):

$$L=\frac{4\pi^2d^2n^2\ell}{c^2}$$

• השראה עצמית של טורוס בעל N כריכות, רדיוס פנימי - a , רדיוס חיצוני - b , וגובה - h :

$$L=\frac{2N^2h}{c^2}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

• אנרגיה מגנטית אצורה במשרן: $E_P=\frac{I^2L}{2}$

• זרם במעגל LR (τ - זמן אופייני: $\tau=\frac{L}{R}$):

בטעינה: $I(t)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$

בפריקה: $I(t)=I_0e^{-t/\tau}$

משוואות מקסוול:

(1) $\nabla\cdot\vec B=0$

(2) $\nabla\cdot\vec E=4\pi\rho\ _{(cgs)}\qquad=\varepsilon_0\rho\ _{(mks)}$

(3) $\vec\nabla\times\vec E=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec B}{\partial t}\ _{(cgs)}\qquad=-\frac{\partial\vec B}{\partial t}\ _{(mks)}$

(4) $\vec\nabla\times\vec B=\frac{4\pi}{c}\vec J+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec E}{\partial t}\ _{(cgs)}\qquad=\mu_0\vec J+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec E}{\partial t}\ _{(mks)}$

• בריק ($\vec J=0,\rho=0$), משוואות מקסוול סימטריות:

$\vec\nabla\cdot\vec E=0$	$\vec\nabla\cdot\vec B=0$
$\vec\nabla\times\vec E=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec B}{\partial t}$	$\vec\nabla\times\vec B=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec E}{\partial t}$
$\nabla^2\vec E=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec E}{\partial t}$	$\nabla^2\vec B=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec B}{\partial t}$

זרם ההעתקה:

• מתוך משוואות מקסוול ניתן לקבל:

$$\vec\nabla\times\vec B=\frac{4\pi}{c}\left(\vec J+\frac{1}{4\pi}\frac{d\vec E}{dt}\right)$$

- כלומר שדה מגנטי יכול להיווצר כתוצאה משינוי בזרם החשמלי:

$$\vec J_d=\frac{1}{4\pi}\frac{d\vec E}{dt}=\frac{1}{4\pi\sigma}\frac{d\vec J}{dt}$$

• שדה מגנטי הנובע מהתפלגות זרמים בעלת סמטריה כדורית: $\vec B=0$

• בקבל אינסופי המכיל חומר דיאלקטרי בעל מוליכות σ , מתקבל: $\vec B=0$ (בקבל סופי יווצר שדה מגנטי בקצוות).

גלים:

• משוואת הגלים: $\nabla^2\psi(\vec r,t)=\frac{1}{V_p^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$

A - אמפליטודה, λ - אורך גל, T - זמן מחזור, ω - תדירות זוויתית, f - תדירות, k - מס' גל, V_p - מהירות פאזה:

$$\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{T}=f=\frac{V_p}{\lambda}=\frac{\omega}{\lambda k}=\frac{V_pk}{2\pi}\quad , \quad V_p=\frac{\omega}{k}$$

• בגלים רב מימדיים: $\omega=|\vec k|V_p$, $|\vec k|=\frac{2\pi}{\lambda}$

• המרת הפרש מרחקים להפרש פאזה: $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

(גם למציאת הפרש בין מקורות בעלי מרחקים שונים מנקודה וגם בין נקודות באותו גל).

גלים חד-מימדיים:

• משוואת הגלים במימד אחד: $\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=V_p^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$

• פתרון כללי ($V\equiv V_p$): $\psi(x,t)=f(x-Vt)+g(x+Vt)$

• תנאי התחלה:

$$\psi(x,t=0)\triangleq\alpha(x)=f(x)+g(x)$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial t}\right|_{(x,t=0)}\triangleq\beta(x)=-Vf'(x)+Vg'(x)$$

• פתרון ד'לאמבר:

$$\psi(x,t)=\frac{1}{2}\left[\alpha(x-Vt)+\alpha(x+Vt)+\frac{1}{V}\int_{x-Vt}^{x+Vt}\beta(\tilde x)d\tilde x\right]$$

• שטף האנרגיה/הספק הנישא ע"י הגל:

$$S(x,t)=TV\left[\left(f'(x-Vt)\right)^2+\left(g'(x+Vt)\right)^2\right]$$

• במיתר (T_0 - מתיחות המיתר במצב שיווי משקל, ρ - צפיפות מסה ליח' אורך):

$$V=\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$$

גלים נעים: קיימות אינסוף אפשרויות עבור f המקיים:

$$\psi(x,t)=f(kx\pm\omega t)=f\left[k(x\pm\frac{\omega}{k}t)\right]=f\left[k(x\pm V_pt)\right]$$

$$\psi(x,t)=A\cos(kx\pm\omega t)=A\cos\left[k(x-V_pt)\right]$$

גלים הרמוניים: $\psi(x,t)=A\sin\left[k(x-V_pt)\right]$

• צורת ביטוי אחרת לגל זה (עם מופע התחלתי):

$$\psi(x,t)=A\sin(kx-\omega t+\varphi_0)$$

• גל מישורי הרמוני: $\psi(\vec r,t)=A\sin(\vec k\cdot\vec r-\omega t)$

• סופרפוזיציה של גל מתקדם $A\sin(kx-\omega t)$ עם גל נסוג $A\sin(kx+\omega t)$ - נותן גל עומד: $2A\sin(kx)\cos(\omega t)$.

• הצגה קומפלקסית של גל הרמוני:

$$A\cos(kx\pm\omega t)=\mathrm{Re}\left[Ae^{i(kx\pm\omega t)}\right]$$

• שטף האנרגיה הממוצע הנישא ע"י גל הרמוני חד-מימדי מתקדם:

$$\langle S(x,t)\rangle=\frac{1}{2}TVk^2|A|^2=\frac{1}{2}T\left(\frac{\omega^2}{V}\right)|A|^2$$

גלים עומדים: $\psi_{(x,t)}=X_{(x)}T_{(t)}$

$$\frac{d^2X}{dx^2}=-\frac{\omega^2}{V_p^2}X \qquad \frac{d^2T}{dt^2}=-\omega^2T$$

$$X_{(x)}=A\sin(kx)+B\cos(kx)$$

$$T_{(t)}=C\cos(\omega t+\varphi)$$

מהצבת תנאי השפה: $\begin{cases}x=0 & \Rightarrow & X=0\\ x=L & \Rightarrow & X=0\end{cases}$,

נקבל: $\begin{cases}B=0\\ A\sin(kL)=0\end{cases}\Leftarrow\ \boxed{kL=n\pi}\ (n=0,1,2...)$

גלים עומדים במיתר סופי:

• מהצורה: $\psi(x,t)=A_n\sin(k_nx)\cdot\cos(\omega_nt)$

כאשר n - מס' נקי השיא (מינימום/מקסימום)

• מתנאי שפה: $k_nL=n\pi$

• ומכאן נובע:

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}\quad , \quad k_n=\frac{\pi}{L}n$$

$$V=\frac{\omega_n}{k_n}\quad , \quad f_n=\frac{V}{2\pi}k_n=\frac{V}{2L}n$$

• תדירות יסודית: $f_1=\frac{V}{2L}$

• תדירויות הרמוניות: $f_n=n\cdot f_1$

• אנרגיה קינטית בגל עומד במיתר סופי (M - מסת המיתר):

$$E_K=\int_0^L\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2dx\quad , \quad \rho=\frac{M}{L}$$

• כמו כן (T_0 - מתיחות המיתר במצב שיווי משקל):

$$V=\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$$

אופן תנודה נורמלית:

$$\Phi_n(x,t)=A_n\sin(k_nx)\cdot\cos(\omega_nt+\varphi_n)$$

• כל גל ניתן לבניה ע"י סכום תנודות נורמליות, כאשר עבור כל n צריך להתאים אמפליטודה ומופע מתאים:

$$\psi(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\Phi_n(x,t)$$

• מציאת מקדם תנודה ספציפי A_n תחת תנאי התחלה של מהירות אפס:

$$\psi(x,t=0)\triangleq\alpha(x)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

$$\int_0^L\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right)dx=\begin{cases}0 & , \quad n\neq m\\ \frac{L}{2} & , \quad n=m\end{cases}$$

$$A_m=\frac{2}{L}\int_0^L\alpha(x)\cdot\sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right)dx$$

• במיתר: $\psi(x,t)$ מתאר את המיתר; ρ - מסה ליחידת אורך, T_0 מתיחות המיתר במצב שיווי משקל:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\frac{\rho}{T_0}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

• חיבור שני גלים בעלי תדירות שונה:

$$\psi=A\sin(k_1x-\omega_1t)+A\sin(k_2x-\omega_2t)$$

- כאשר: $\phi_1=k_1x-\omega_1t$; $\phi_2=k_2x-\omega_2t$.

כאשר ניקח תדירויות קרובות יווצרו פעימות (beats):

$$\psi=A(e^{i\phi_1}+e^{i\phi_2})$$

$$\psi=\mathrm{Im}[\psi]$$

$$A'^2=2A^2\left[1+\cos(\phi_1-\phi_2)\right]$$

$$\tan(\phi)=\frac{\sin(\phi_1)+\sin(\phi_2)}{\cos(\phi_1)+\cos(\phi_2)}$$

$$\psi=\sqrt{2}A\sqrt{1+\cos(\phi_1-\phi_2)}e^{i\phi}$$

$$\begin{cases}\Delta k=k_1-k_2\\ \Delta\omega=\omega_1-\omega_2\\ k_{av}=\frac{k_1+k_2}{2}\\ \omega_{av}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\end{cases}$$

$$\psi=2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x-\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cos(k_{av}x-\omega_{av}t)$$

אי-רציפות בתווך:

נדרוש ב $x=0$:

1. רציפות הפונקציה (אחרת המיתר יקרע).
2. רציפות הנגזרת (כדי שהאיזון בכוח ישאר – אחרת יש כוח אינסופי).

- נקבל שלושה גלים:

1. גל פוגע $\psi_i = A_i e^{i(\omega t - k_1 x)}$
2. גל חוזר $\psi_R = A_R e^{i(\omega t + k_1 x)}$
3. גל עובר $\psi_T = A_T e^{i(\omega t - k_2 x)}$

המקיימים:

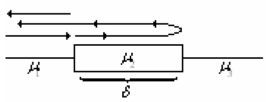
$$\frac{A_T}{A_i} = \frac{2k_1}{k_1+k_2} = \frac{2V_{P2}}{V_{P1}+V_{P2}}$$

$$\frac{A_R}{A_i} = \frac{k_1-k_2}{k_1+k_2} = \frac{V_{P2}-V_{P1}}{V_{P1}+V_{P2}}$$

אם $\frac{A_R}{A_i}=1$ זהו גל עומד.

כאשר גל פוגע ב"קיר" ($\mu\to\infty$) – הגל החוזר הוא בהיפוך פאזה לגל המקורי.

- נגדיר:



גורם העברה: $T = \left|\frac{A_T}{A_i}\right|^2$,

גורם החזרה: $R = \left|\frac{A_R}{A_i}\right|^2$,

ומתקיים: $R+T=1$.

במעבר הראשון יש היפוך ובשני אין.

- בהחזרה מקסימלית: $\frac{\delta}{\frac{1}{4}\lambda_2} = 2n-1$
- בהחזרה מינימלית: $\frac{\delta}{\frac{1}{2}\lambda_2} = m$

דיספרסיה – כאשר מהירות ההתקדמות תלויה באורך הגל.
לדוגמא: בריק אין דיספרסיה. במים – יש; יש גורם שבירה כמו שקרן אור נשברת במים.

גלים אלקטרומגנטיים: (כאשר $\vec{J}=0$, $\rho=0$)

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 e^{i(\vec{k}_E\cdot\vec{r} - \omega_E t)} \quad , \quad \vec{B}(\vec{r},t) = B_0 e^{i(\vec{k}_B\cdot\vec{r} - \omega_B t)}$$

• נדרוש:

$$\nabla\cdot\vec{E}=0 \qquad \nabla\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \qquad \nabla\times\vec{B} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

- ונקבל:

$$\vec{k}_E = \vec{k}_B \qquad \omega_E = \omega_B$$

$$\hat{k}\times\vec{E} = \vec{B} \qquad \hat{k}\times\vec{B} = -\vec{E}$$

• בגלים אלקטרומגנטיים מישוריים הרמוניים, בריק:

1. $\vec{E}$ ו- $\vec{B}$ בעלי אותה תדירות ואותו אורך גל (ייתכן הפרש פאזה).
2. $\omega = |\vec{k}|c$
3. $\vec{E}$ ו- $\vec{B}$ ניצבים זה לזה וניצבים לכיוון התקדמות הגל, כך ש- $(\hat{E},\hat{B},\hat{k})$ מהווים שלשה ימנית.
4. $|\vec{E}|=|\vec{B}|$ ב- cgs , ו- $|\vec{E}|=c|\vec{B}|$ ב- mks .
5. בגלל האינווריאנטים, גל א"מ יראה כגל א"מ בכל מערכת ייחוס.
6. בריק, גלים א"מ נעים במהירות האור.

• וקטור פוינטינג (Poynting): $\vec{S} = \frac{c}{4\pi}\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)$

- בגל א"מ מישורי:

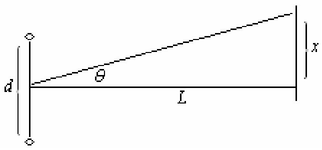
$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}|\vec{E}|\cdot|\vec{B}|\hat{k} = \frac{c}{4\pi}|\vec{E}|^2\hat{k} = \frac{c}{4\pi}|\vec{B}|^2\hat{k}$$

- עוצמת הגל: $I = \left\langle|\vec{S}|\right\rangle = \frac{c}{8\pi}E_0^{\,2}\hat{k} = \frac{c}{8\pi}B_0^{\,2}\hat{k}$

• אנרגיה של גל א"מ: $U = \frac{c}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)\hat{k}$

• הספק שנושא גל א"מ: $P = \iint_S \vec{S}\cdot d\vec{a}$

התאבכות (משני מקורות בעלי הפרש פאזה φ):



• עוצמת הגל:

$$I_{(\theta)} = I_0\cos^2\left(\frac{kd\sin(\theta)}{2}+\frac{\varphi}{2}\right) = I_0\cos^2\left(\frac{\pi d\sin(\theta)}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}\right)$$

• תנאי מקסימום:

$$\frac{kd\sin(\theta)}{2}+\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi d\sin(\theta)}{\lambda}+\frac{\varphi}{2} = n\pi$$

• תנאי מינימום:

$$\frac{kd\sin(\theta)}{2}+\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi d\sin(\theta)}{\lambda}+\frac{\varphi}{2} = \frac{2n-1}{2}\pi$$

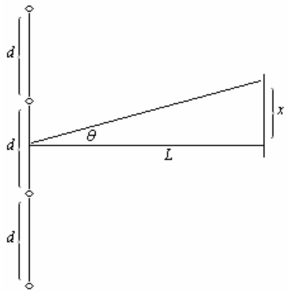
• המרחק בין המקסימום ה- n לבין המקסימום ה- $n+\rho$:

$$\Delta = \rho\frac{L\lambda}{d}$$

• מס׳ נק׳ המקסימום בתמונת ההתאבכות:

$M = \left\lfloor\frac{2d}{\lambda}\right\rfloor+1$ (מרכזי + $\left\lfloor\frac{d}{\lambda}\right\rfloor$ מכל צד).

התאבכות ממספר מקורות:



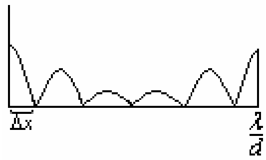
• עוצמת תמונת ההתאבכות ע"ג המסך:

$$I_{(\theta)} = I\cdot\frac{\sin^2\left(N\frac{\pi}{\lambda}d\sin(\theta)\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\sin(\theta)\right)}$$

• עבור המקרה הפרטי $N=2$:

$$I_{(\theta)} = 4I\cdot\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\sin(\theta)\right)$$

כלומר עוצמת המקורות אינה גדלה לינארית, אלא בריבוע.



• נקודות מקסימום ראשיות נמצאות ב: $\sin(\theta_n) = n\frac{\lambda}{d}$ (כאשר גם המונה וגם המכנה של $I_{(\theta)}$ מתאפסים).

• בין כל שתי נקודות מקסימום ראשיות ישנן $N-1$ נקודות התאפסות (התאפסות מונה) ו- $N-2$ נקודות מקסימום משניות.

• כדי למצוא מקסימום משני - נמצא שני אפסים סמוכים; המקסימום המשנית נמצאת ביניהם – כלומר בממוצע ביניהם.

• רוחב מקסימום ראשי:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{Nd}$$

• ככל ש- N גדול יותר מקבלים יכולת הפרדה טובה יותר בין אורכי גל שונים. כושר ההפרדה: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\ge\frac{1}{Nm}$
(m - המקסימום עליו מסתכלים).

• כאשר יש הפרש פאזה אחיד בין כל זוג מקורות סמוכים, תוספת פאזה חיובית תגרום לנקודות המקסימום שעל האפס לנוע שמאלה.

קבועים ויחידות:

	mks (SI)	cgs	יחס המרה
כוח	ניוטון	dyne	$1_N=10^5 dyne$
מרחק	מטר	cm	$1m=100cm$
מסה	kg	$gram$	$1_{kg}=1000gram$
שדה חשמלי	$\frac{N}{C}$	$\frac{dyne}{esu}$	
מטען	$Coulomb$	esu	$1_C=3\cdot 10^9 esu$
עבודה W, אנרגיה U	$Joule$	erg	$1_J=10^7 erg$
פוטנציאל חשמלי φ, כא"מ ε	$Volt$	$statvolt$	$1_V=\frac{1}{300}statvolt$
P - הספק	$Watt$ וואט	$\frac{erg}{\sec}$	$1_W=10^7{}_{\frac{erg}{\sec}}$
קיבול (תמיד חיובי)	פאראד= $\frac{Coulomb}{Volt}$	cm	$1_F=9\cdot 10^{11}{}_{cm}$
J - צפיפות זרם	$\frac{C}{\sec\cdot m^2}=\frac{A}{m^2}$	$\frac{esu}{\sec\cdot cm^2}$	
I - זרם	$\frac{C}{\sec}=Amper$	$\frac{esu}{\sec}$	$1_A=3\cdot 10^9{}_{\frac{esu}{\sec}}$
σ - מוליכות סגולית	$\frac{A}{Vm}=\frac{1}{\Omega m}$	$\frac{1}{\sec}$	
R - התנגדות	$\Omega\ (ohm)$	$\frac{\sec}{cm}$	
B -שדה מגנטי	$T=\frac{c/m^2}{m/\sec}$ (טסלה)	$Gauss=\frac{dyne}{esu}$	$1_T=10^4{}_{Gauss}$
שטף מגנטי Φ	Wb וובר	$\frac{Gauss}{cm^2}$	$1_{Wb}=10^8{}_{\frac{Gauss}{cm^2}}$
מקדם השראות - M	H (הנרי)	$\frac{\sec^2}{cm}$	$1_H=1.113\cdot 10^{-12}{}_{\frac{\sec^2}{cm}}$
k (מס' הגל)	$\frac{1}{m}$	$\frac{1}{cm}$	
תדירות	Hz - הרץ	Hz - הרץ	
K (בשדות חשמליים)	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cong 9\cdot 10^9{}_{\frac{m^2}{\sec^2}}$	1	
c - מהירות האור	$3\cdot 10^8{}_{\frac{m}{\sec}}$	$3\cdot 10^{10}{}_{\frac{cm}{\sec}}$	$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$
מטען האלקטרון	$1.6\cdot 10^{-19}{}_C$	$4.8\cdot 10^{-10}esu$	

שטחים ונפחים:

- שטח עיגול ברדיוס R: $A=\pi R^2$
- היקף מעגל ברדיוס R: $P=2\pi R$
- מעטפת כדור ברדיוס R: $S=4\pi R^2$
- נפח כדור ברדיוס R: $V=\frac{4\pi R^3}{3}$
- נפח גליל ברדיוס R ובגובה h: $S=\pi R^2 h$
- שטח מעטפת גליל ברדיוס R ובגובה h: $V=2\pi Rh$
- אורך קשת: $\ell=R\theta$

אלמנטים:

- אלמנט נפח של כדור: $(r^2\sin\theta)drd\theta d\varphi$, $0\le\theta\le\pi$, $0\le\varphi\le 2\pi$
- אלמנט שטח מעטפת כדור: $(r^2\sin\theta)d\theta d\varphi$
- אלמנט נפח של גליל: $rdrd\varphi d\ell$
- אלמנט אורך קשת: $d\ell=Rd\theta$

משפט גאוס: $$\oint\!\!\oint_S \vec{F}\cdot d\vec{a}=\iiint_V\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{F}\right)dv$$

משמעות: במקום לבצע אינטגרל של הפונקציה על משטח סגור, נבצע אינטגרל של הדיברגנץ על הנפח הכלוא ע"י המשטח.

משפט סטוקס: $$\oint_C\vec{F}\cdot d\vec{\ell}=\iint_S\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)d\vec{a}$$

משמעות: במקום לבצע אינטגרל של הפונקציה על מסלול סגור התוחם משטח, נבצע אינטגרל של הרוטור על שטח המשטח הנתחם ע"י המסלול.

זהויות קומפלקסיות (לחישובים בגלים):

$$e^{i\theta}=\cos(\theta)+i\sin(\theta)$$

$$\left(e^{i\theta}\right)^n=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$$

$$\left|e^{i\theta}\right|=1$$

- כשמקבלים בחיבור גלים סכום סדרה הנדסית שהפרשה $e^{-i\theta}$:

$$\frac{e^{-iN\theta}-1}{e^{-i\theta}-1}=\frac{e^{-i\frac{N}{2}\theta}}{e^{-\frac{i}{2}\theta}}\left[\frac{e^{-i\frac{N}{2}\theta}-e^{+i\frac{N}{2}\theta}}{e^{-\frac{i}{2}\theta}-e^{+\frac{i}{2}\theta}}\right]$$

$$=e^{-i\frac{N-1}{2}\theta}\cdot\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\theta\right)}$$

משפט הסינוסים:

$$\frac{a}{\sin(A)}=\frac{b}{\sin(B)}=\frac{c}{\sin(C)}$$

משפט הקוסינוסים:

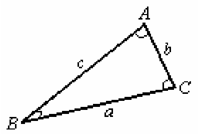
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos(C)$$

בנוסף, נגדיר: $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$,

ואז: $\sin(A)=\frac{2}{bc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

שטח משולש (נוסחת הרון):

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



סכום סדרה חשבונית:

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$$

סכום סדרה הנדסית:

$$S_n=a_1\frac{1-q^n}{1-q}$$

סכום סדרה אינסופית עבור $|q|<1$:

$$S=\frac{a_1}{1-q}$$

זהויות קומפלקסיות (המשך):

$$\cos(\theta)=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}=\mathrm{Re}\left[e^{i\theta}\right]$$

$$\sin(\theta)=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2}=\mathrm{Im}\left[e^{i\theta}\right]$$

טורים חשובים:

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3+x^4+\ldots$$ מתכנס עבור: $|x|<1$

$$\frac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n=1+x+x^2+x^3+x^4+\ldots$$ מתכנס עבור: $|x|<1$

$$\frac{x}{1-x}=\sum_{n=1}^{\infty}x^n=x+x^2+x^3+x^4+\ldots$$ מתכנס עבור: $|x|<1$

$$\sin x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2n+1}}{(2n+1)!}=x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}$$ מתכנס עבור: $|x|<\infty$

$$\cos x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2n}}{(2n)!}=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}$$ מתכנס עבור: $|x|<\infty$

$$\ln(1-x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}\qquad \ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^n}{n}$$ מתכנס עבור: $|x|<1$

$$e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$$ מתכנס עבור: $|x|<1$

אינטגרלים מיידים:

$$\int\frac{1}{a^2+x^2}dx=\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right)+c$$

$$\int\frac{1}{a^2-x^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)+c$$

$$\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx=\arcsin\left(\frac{x}{a}\right)+c$$

$$\int\frac{1}{\sqrt{x^2\pm a^2}}dx=\ln\left(x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right)+c$$

$$\int\frac{A}{x-a}dx=A\ln(x-a)+c$$

$$\int\frac{A}{(x-a)^n}dx=A\cdot\frac{1}{1-n}(x-a)^{1-n}+c$$

$$\int\frac{Ax+B}{x^2+px+q}=\frac{2B-Ap}{\sqrt{4q-p^2}}\cdot arctan\left(\frac{2x+p}{\sqrt{4q-p^2}}\right)+c$$

$$\int\frac{x}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}}dx=\frac{-1}{\sqrt{a^2+x^2}}+c$$

$$\int\frac{1}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}}dx=\frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}+c$$

$$\int\frac{1}{x}dx=\ln x+c$$

$$\int\ln xdx=x\ln x-x+c$$

$$\int\sin xdx=-\cos x+c$$

$$\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$$

$$\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$$

$$\int\tan xdx=-\ln(\cos x)+c$$

$$\int\cot xdx=\ln(\sin x)+c$$

$$\int\sin^3(ax)dx=-\frac{\cos(ax)}{a}+\frac{\cos^3(ax)}{3a}+c$$

$$\int\cos^3(ax)dx=\frac{\sin(ax)}{a}-\frac{\sin^3(ax)}{3a}+c$$

$$\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+c$$

$$\int\frac{1}{1+x^2}dx=\arctan x+c$$

החלפת משתנים באינטגרל כפול:

$$\iint_D f(x,y)dxdy=\iint_D f(x_{(u,v)},y_{(u,v)})\cdot|J|\cdot dudv$$

$$J=\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}=\begin{vmatrix}\frac{dx}{du} & \frac{dx}{dv}\\ \frac{dy}{du} & \frac{dy}{dv}\end{vmatrix}\ ,\qquad \frac{1}{J}=\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}=\begin{vmatrix}\frac{du}{dx} & \frac{du}{dy}\\ \frac{dv}{dx} & \frac{dv}{dy}\end{vmatrix}$$

החלפת משתנים באינטגרל משולש:

$$\iiint_D f(x,y,z)dxdydz=\iiint_D f(x_{(u,v,w)},y_{(u,v,w)},z_{(u,v,w)})\cdot|J|\cdot dudvdw$$

$$J=\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}=\begin{vmatrix}x_u & x_v & x_w\\ y_u & y_v & y_w\\ z_u & z_v & z_v\end{vmatrix}\ ,\qquad \frac{1}{J}=\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}=\begin{vmatrix}u_x & u_y & u_z\\ v_x & v_y & v_z\\ w_x & w_y & w_z\end{vmatrix}$$

נוסחאות שונות:

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

$(a-b)^4=a^4-4a^3b+6a^2b^2+4ab^3-b^4$

$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

$(a-b)^5=a^5-5a^4b+10a^3b^2-10a^2b^3+5ab^4-b^5$

הבינום של ניוטון:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$(a+b)^n=a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+\ldots+\binom{n}{n-1}ab^{n-1}+b^n$$

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+ab^{n-2}+b^{n-1})$$

זהויות וקטוריות:

$\forall\vec{F}=(P,Q,R)=P\hat{x}+Q\hat{y}+R\hat{z}:$

$div(curl\vec{F})\equiv\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0$

$curl(div\vec{F})\equiv\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\cdot\vec{F})=0$

$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{F})-\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{F})=\vec{\nabla}^2\vec{F}\quad,\quad\vec{\nabla}^2\vec{F}\triangleq(\nabla^2P,\nabla^2Q,\nabla^2R)$

לכל f,g סקלריים:

$\vec{\nabla}f\cdot\vec{\nabla}g+f\nabla^2g=\vec{\nabla}\cdot(f\vec{\nabla}g)$

$\vec{\nabla}\cdot(g\vec{F})=g(\vec{\nabla}\cdot\vec{F})+(\vec{\nabla}g)\cdot\vec{F}$

$\vec{\nabla}\times(g\vec{F})=g(\vec{\nabla}\times\vec{F})+(\vec{\nabla}g)\times\vec{F}$

נגזרות מיידיות:

$\sin'x=\cos x$

$\cos'x=-\sin x$

$\sinh'x=\cosh x$

$\cosh'x=\sinh x$

$\arcsin'x=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arccos'x=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arctan'(x)=\frac{1}{1+x^2}$

$\text{arc}\cot'(x)=-\frac{1}{1+x^2}$

$\tan'(x)=\frac{1}{\cos^2x}$

$\cot'(x)=-\frac{1}{\sin^2x}$

$(e^x)'=e^x$

$(\ln x)'=\frac{1}{x}$

$(a^x)'=a^x\ln a$

$(\log_a^x)'=\frac{1}{x\ln a}$

נגזרות מסדר גבוה:

$$(f(x)\cdot g(x))^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}f^{(k)}\cdot g^{(n-k)}\quad,\quad\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

זהויות טריגונומטריות:

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$

$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$

$\sin(90-\alpha)=\cos\alpha$

$\cos(90-\alpha)=\sin\alpha$

$\tan(90-\alpha)=\cot\alpha$

$\cot(90-\alpha)=\tan\alpha$

$\sin(180-\alpha)=\sin\alpha$

$\cos(180-\alpha)=-\cos\alpha$

$\tan(180-\alpha)=-\tan\alpha$

$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$1+\tan^2\alpha=1/\cos^2\alpha$

$1+\cot^2\alpha=1/\sin^2\alpha$

$\sin(2\alpha)=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos(2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos(2\alpha)=2\cos^2\alpha-1$

$\cos(2\alpha)=1-2\sin^2\alpha$

$\tan(2\alpha)=2\tan\alpha/(1-\tan^2\alpha)$

$\sin(3\alpha)=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

$\cos(3\alpha)=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

$\sin(\frac{\alpha}{2})=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

$\cos(\frac{\alpha}{2})=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\tan(\frac{\alpha}{2})=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin(a/2+\beta/2)\cos(a/2-\beta/2)$

$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin(a/2-\beta/2)\cos(a/2+\beta/2)$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos(a/2+\beta/2)\cos(a/2-\beta/2)$

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin(a/2+\beta/2)\sin(a/2-\beta/2)$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}(\sin(a+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$

$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}(\cos(a-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}(\cos(a+\beta)+\cos(\alpha-\beta))$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=(\tan\alpha+\tan\beta)/(1-\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan(\alpha-\beta)=(\tan\alpha-\tan\beta)/(1+\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha-\tan\beta=\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha\tan\beta$

$\arcsin\alpha+\arccos\alpha=\pi/2$

	קרטזיות	גליליות	כדוריות
שלשה ימנית	(x,y,z)	(r,φ,z)	(r,θ,φ)
גרדיאנט	$\vec{\nabla}f=\frac{\partial f}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial f}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\vec{\nabla}f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\varphi}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$	$\vec{\nabla}f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial f}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$
דיברגנץ	$\vec{\nabla}\cdot f=\frac{\partial f_x}{\partial x}+\frac{\partial f_y}{\partial y}+\frac{\partial f_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla}\cdot f=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot f_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial f_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial f_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla}\cdot f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\cdot f_r)+\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin(\theta)f_\theta)+\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial f_\varphi}{\partial\varphi}$
רוטור	$\vec{\nabla}\times f=\left(\frac{\partial f_z}{\partial y}-\frac{\partial f_y}{\partial z}\right)\hat{x}+$ $-\left(\frac{\partial f_x}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial x}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial f_y}{\partial x}-\frac{\partial f_x}{\partial y}\right)\hat{z}$	$\vec{\nabla}\times f=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial f_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial f_\varphi}{\partial z}\right)\hat{r}+\left(\frac{\partial f_r}{\partial z}-\frac{\partial f_z}{\partial r}\right)\hat{\varphi}+$ $+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot f_\varphi)-\frac{\partial f_r}{\partial\varphi}\right)\hat{z}$	$\vec{\nabla}\times f=\frac{1}{r\sin(\theta)}\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\sin(\theta)f_\varphi-\frac{\partial f_\theta}{\partial\varphi}\right)\hat{r}+$ $\left(\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial f_r}{\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rf_\varphi)\right)\hat{\theta}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot f_\theta)-\frac{\partial f_r}{\partial\theta}\right)\hat{\varphi}$
לפלסיאן	$\nabla^2f=\frac{\partial^2f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2f}{\partial z^2}$	$\nabla^2f=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2f}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2f}{\partial z^2}$	$\nabla^2f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2f}{\partial\varphi^2}$
יעקוביאן במעבר מקרטזיות	--	$J=r$	$J=r^2\cdot\sin\theta$
הערות	--	$x=r\cos\varphi\ ,y=r\sin\varphi\ ,z=z$ $x^2+y^2=r^2\ ,\ \tan\varphi=\frac{y}{x}$	$x=r\sin\theta\cos\varphi,\ y=r\sin\theta\sin\varphi,\ z=r\cos\theta,\ x^2+y^2+z^2=r^2$ $\cos\theta=\frac{z}{r}=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\ ,\ \tan\varphi=\frac{y}{x}$ $0\le\theta\le\pi\ ,\ 0\le\varphi\le2\pi$
	--	r - המרחק בין ההיטל של נק׳ על מישור xy ובין הראשית, או - רדיוס הגליל. φ - היא הזווית בין r לחלק החיובי של ציר x .	θ - היא הזווית בין ציר z לקרן שמחברת את הנקודה עם הראשית. φ - הזווית בין החלק החיובי של ציר x והיטל הקרן על מישור xy. r - היטל הקרן על מישור xy, או - רדיוס הכדור.