

תנועה מעגלית/מערכות מסתובבות

במע' חיצונית אינ':

מהירות זוויתית (R רדיוס התנועה): $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R} \left[\frac{rad}{sec} \right]$

מהירות משיקית: $v = \omega R \left[\frac{m}{sec} \right]$

תאוצה מעגלית: $\alpha = \frac{a}{R} \left[\frac{rad}{sec^2} \right]$

תאוצה מרכזית (v מהירות משיקית): $a = \frac{v^2}{R}$

מומנט סיבובי: $\vec{N} = \vec{F} \times \vec{R} = I \times \alpha = \frac{dJ}{dt}$

מומנט התמדה (אינרציה): $I = \frac{\vec{N}}{\alpha} = \frac{\vec{R} \times \vec{F}}{\frac{a}{R}} = \frac{F}{a} R^2 = \sum mR^2$

מוט אחיד סביב מרכזו: $I_o = \frac{1}{12} ml^2$

מוט אחיד סביב קצהו: $I_A = \frac{1}{3} ml^2$

טבעת דקה/מעטפת גלילית סביב מרכזה: $I_o = mR^2$

דיסקה מלאה/גליל מלא סביב מרכזו: $I_o = \frac{1}{2} mR^2$

מעטפת כדורית סביב מרכזה: $I_o = \frac{2}{3} mR^2$

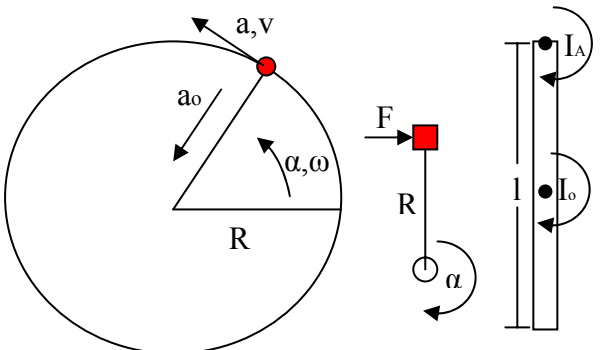
כדור מלא סביב מרכזו: $I_o = \frac{2}{5} mR^2$

לוח/תיבה מלבניים סביב מרכזו: $I_o = m \frac{a^2 + b^2}{12}$

אנ' קינטית של חלקיק בתנועה מעגלית: $E_k = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = \frac{\omega^2}{2} I$

תאוצות/כוחות במע' מסתובבת:

$a_r = a - \omega \times (\omega \times \vec{R}) - 2\omega \times \vec{v}$
 (כשמתייחסים אל מע' מסתובבת כאל אינ', צריך להוסיף לכל גוף שני כוחות מדומים - צנט' וקוריוליס)



זהויות טריגונומטריות

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
 $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
 $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$
 $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

תנועה בתאוצה קבועה (!)

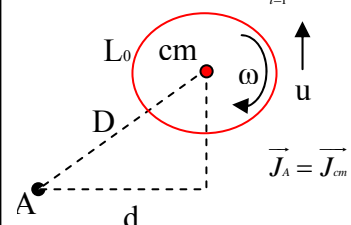
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$
 $v = v_0 + at$
 $v^2_{(t)} = v_0^2 + 2at^2$

גובה במסלול בליסטי (פונ' של מיקום אופקי (זריקה בזווית אלפא))
 $y(x) = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$

מערכת מרכז מסה

מיקום מ"מ: $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$
 מהירות מ"מ: $\vec{v}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$

תנע זוויתי במע' ייחוס השונה ממ"מ (משפט הצירים המקבילים): $\vec{J}_A = \vec{J}_{cm} + \vec{DX} \vec{P}_{cm} = \vec{J}_{cm} + \vec{DX} (\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i)$



דוגמא: דיסקה מסתובבת אם יש תנועה קווית u (הוא מרחק ראשית הצירים A מקו התנועה):
 $\vec{J}_A = \vec{J}_{cm} + \vec{DX} \vec{P} = (I_{cm} \omega + mud) \hat{z}$
 אם אין תנועה קווית (אין u) התנע הזוויתי זהה בכל הצירים המקבילים: משפט שטיינר:

$I_A = I_{cm} + MD^2$

$\vec{J} = \sum MR \times V = I \omega$

משוואות שימושיות/מערכות מסה משתנה

כוח כשינוי תנע/מהירות: $F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta x}$
 קצב איבוד/ספיחת מסה: $Q = \rho Av \left[\frac{kg}{sec} \right]$ (צפיפות X שטח פנים X מהירות)

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח/א' קינטית: $W_e = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \Delta E_k = \frac{1}{2} mv_b^2 - \frac{1}{2} mv_a^2$

דוגמא: כוח נתון כ: מה העבודה שדרושה להעברת גוף מ-(0,0) ל-(2,4) במסלול y=2x?
 $F = (y^2 - x^2)\hat{x} - 2xy\hat{y}$
 $W_e = \int_0^2 \vec{F}_x(x, y=2x) d\hat{x} + \int_0^4 \vec{F}_y(x=\frac{y}{2}, y) d\hat{y} = \int_0^2 (4x^2 - x^2) dx + \int_0^4 (-2 \cdot \frac{y}{2} \cdot y) dy = x^3 \Big|_0^2 - \frac{y^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{40}{3}$

אנרגיה פוטנציאלית: $E_p = mgh$

מד"ר:

תנודות הרמוניות פשוטות

$\vec{F} = -kx$ תנועה שתלויה בא היא תה"פ:
 $x = A \cos(\omega t + \phi) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ מיקום:
 $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$ "מהירות זוויתית":
 $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ תדירות:
 $T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ זמן מחזור:
 $v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) = -\omega \sqrt{A^2 - x^2}$ מהירות:
 $a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$ תאוצה:
 $U = \int F dx = \int_0^x kx dx = \frac{k}{2} x^2$ אנרגיה פוטנ' ביחס לנק' ש"מ:
 $K = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$ אנרגיה קינטית:
 $E_{tot} = K + U = \frac{k}{2} A^2$ אנרגיה כוללת (נשארת קבועה):
 $k_{\sigma} = \sum k_i$ חיבור קפיצים במקביל:
 $\frac{1}{k_{eff}} = \sum \frac{1}{k_i}$ חיבור קפיצים בטור:

$\dot{x} + bx = 0$	$x = Ae^{-bt}$
$\dot{x} + bx = a$	$x = \frac{a}{b} + Ae^{-bt}$
$\dot{x} + bx = at$	$x = Ae^{-bt} + \frac{a}{b}t - \frac{a}{b^2}$
$\ddot{x} - \omega^2 x = 0$	$x = Ae^{-\omega t} + Be^{\omega t}$
$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$	$x = A \cos(\omega t + \phi)$
$\ddot{x} + \omega^2 x = b$	$x = A \cos(\omega t + \phi) + \frac{b}{\omega^2}$
$\dot{x} = \omega y$	$x = A \sin(\omega t + \phi)$
$\dot{y} = -\omega x$	$y = A \cos(\omega t + \phi)$

תורת היחסות

הגדרות:
 $\beta = \frac{u}{c} < 1$
 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} > 1$
 מערכת S' נעה במהירות u על ציר x לעומת מע' S

התארכות הזמן:
 התקצרות האורך:

אפקט דופלר קלסי:

אפקט דופלר יחסותי:

$t = \gamma t'$
 $L = \frac{L_0}{\gamma}$
 $T_k = \frac{v - v_k}{v - v_k} T_k$
 $f_k = \frac{v - v_k}{v - v_k} f_k$
 $f'_{x'} = f_x \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$
 $f'_{y'} = \frac{f_y}{\gamma}$

f - תדירות גל במערכת משדרת S
 f' - תדירות גל במערכת קולטת S'
 v - מהירות יחסית בין המערכות מצוין v > 0 התרחקות

עבור פוטון: $m=0 \rightarrow E=pc$

תנע: $\vec{P} = m(\gamma v) \left[\frac{MeV}{c} \right]$
 אנרגיה: $E = \gamma m c^2 [MeV]$
 אינווריאנטיות המסה: $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$
 תנע: $p = \frac{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}}{c}$
 עבור מע' מסות: $\left(\sum_{i=1}^n E_i \right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n \vec{P}_i \right)^2 c^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2 c^4$
 אנרגית מ"מ: $E_{cm} = \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) c^2 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n E_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \vec{P}_i \right)^2} c^2$
 מהירות מ"מ: $\vec{v}_{cm} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \vec{P}_i \right) c^2}{\left(\sum_{i=1}^n E_i \right)}$

שמורת לורנץ:
 $t'^2 = t^2 - x^2$
 $(ct')^2 = (ct)^2 - \Delta x^2$

חיבור מהירויות:
 $w = \frac{v+u}{1 + \frac{vu}{c^2}}$

$t' = \gamma \left(t - \frac{u}{c^2} x \right)$	$t = \gamma \left(t' + \frac{u}{c^2} x' \right)$	זמן
$x' = \gamma (x - ut)$	$x = \gamma (x' + ut')$	העתק
$y = y'$	$z = z'$	
$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}}$	$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}}$	מהירות
$v'_y = \frac{v_y}{\gamma \left(1 - \frac{uv_x}{c^2} \right)}$	$v_y = \frac{v'_y}{\gamma \left(1 + \frac{uv'_x}{c^2} \right)}$	
$P'_x = \gamma \left(P_x - \frac{u}{c^2} E \right)$	$P_x = \gamma \left(P'_x + \frac{u}{c^2} E' \right)$	תנע
$P'_y = P_y$	$P'_z = P_z$	
$E' = \gamma (E - uP_x)$	$E = \gamma (E' + uP'_x)$	אנרגיה
$F_x = F'_x$	$F_y = \frac{F'_y}{\gamma}; F_z = \frac{F'_z}{\gamma}$	כוח