הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

הפקולטה לפיסיקה

קובץ דוחות מכין במעבדה לפיסיקה 1מ' 1מפ'

חורף תשס"ב

סטודנט יקר!

סטודנטים רבים אשר נתקלים במשימה של ביצוע מעבדה לראשונה, מתקשים ליישם את התיאוריה אשר נלמדה בתיכון. הסיבות הן, כנראה, בגלל ליקויים במערכת החינוך ופערים גדולים בין הרמה התיכונית לבין הציפיות מסטודנט טכניוני.

קובץ זה הוא תוצר לוואי של ביצוע מעבדות בפיסיקה 1מ׳.
מאחר וכל דוחות המכין נכתבו במעבד תמלילים, החלטתי כי רצוי לאסוף אותם לקובץ דוחות אחד, אשר יסייע לסטודנטים חדשים.

הניסויים מבוססים על תדריך המעבדה של פיסיקה 1מ׳ ו-1מפ׳. הניסויים במעבדה לפיסיקה ותוכנם עלולים להשתנות מעת לעת. לכן, אינני יכול לערוב לאמיתות תוכן הניסויים.
שאלות ההכנה עצמן, מצוטטות בכל ניסוי ולכן ניתן לדעת איפה יש שינויים (אם היו). הקובץ מתחיל מניסוי מס׳ 2 (על ניסוי מס׳ 1, שהוא הניסוי הראשון, לא היה צורך להגיש דו״ח מכין).

סטודנט יקר, ההמלצה החמה היא להתמודד עם המשימות לבד, אולי להביט בקובץ ולקבל מידע נוסף. בכל מקרה תמצא את המעבדות מעניינות ואולי אף תהנה מהן...

מאחל לך עבודה נעימה,

פיכמן מרק

תוכן העניינים

מגישים : פיכמן מרק 12.11.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ', חורף תשס"ב
עמדה מס' 12

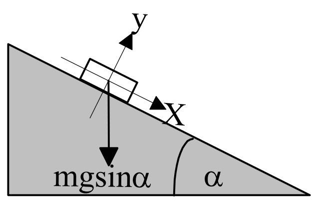
דו"ח תיאורטי מכין מס' 2

שם הניסוי: נתונים מספריים והערכת שגיאות
מטרת הניסוי:
1. לימוד המושגים הבסיסיים בהבנת משמעות המדידה: התפלגות, ממוצע, וסטית תקן.
2. לימוד הטיפול בשגיאות נגררות.

1 תיאוריה

תנועת העגלה על המישור (המסילה), היא תנועה בתאוצה קבועה. התאוצה בכיוון מורד המישור נובעת מרכיב הכוח הפועל על העגלה, במקרה זה, כוח המשיכה(ראה איור מס' 1).

איור מס' 1



$$\cancel{m}g\sin\alpha=F_x=\cancel{m}a \Rightarrow a_x=g\sin\alpha$$

(I) $\ddot{X}(t)=g\sin\alpha$
(II) $\dot{X}(t)=g\sin\alpha t+V_o$
(III) $X(t)=\frac{1}{2}g\sin\alpha t^2+V_o t+X_o$

הגוף מתחיל ממנוחה, ומרכז ראשית הצירים בנקודת שחרור הגוף ולכן $X_o=0$, $V_o=0$.

נוסחאות העבודה

הנוסחאות שתשמשנה לצורך חקר הנתונים שיתקבלו הן נוסחאות סטטיסטיות לממוצע חשבוני, ולסטיית התקן.
ממוצע חשבוני מוגדר כסכום כל הערכים מחולק במספרם, על פי הנוסחה:

$$\langle x\rangle=\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i}{N}$$

סטיית התקן היא שורש ממוצע ריבועי כל הסטיות עבור כל המדידות.
הנוסחה לסטיית התקן:

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\frac{(x_i-\langle x\rangle)^2}{N-1}}$$

נוסחאות עבור השגיאה של הגדלים הנמדדים

המהירות הממוצעת של העגלה היא אורך העגלה(המרחק אותו עושה העגלה בין הזמנים), מחולק בהפרש הזמן.
כיוון שאורך העגלה מתבצע ע״י מדידה באמצעות סרגל, הדיוק במדידה זו הוא השנתה המינימלית של הסרגל, כלומר 1mm.

$$V_{\text{ממוצעת}}=\frac{\Delta X}{\Delta t}=\frac{L\pm\Delta L}{t_2-t_1\pm\Delta t}$$

בחישוב יש נתון נוסף אשר יש לקחת בחשבון והוא את נתוני הזמן המסופקים ע״י המחשב. הזמן הוא תוצר של מדידה של מונה. מניה אחת תלויה בשעון פנימי בתוך המחשב. נתון הזמן הוא בשגיאה של עד כדי מניה אחת של השעון הזה.

תשובות לשאלות ההכנה

1. כיצד מחשבים את המהירות הממוצעת של העגלה מידיעת משך הזמן שהיא עוברת דרך השער?
2. משחררים עגלה במרחק S מהשער. אורך העגלה הוא L. שיפוע המישור היא הזווית α. יש למצוא את הזמנים t_1 (זמן הגעת העגלה לשער), ו- t_2 (זמן עזיבת העגלה את השער). ומכאן, את המהירות הממוצעת של העגלה.
3. השווה בין הגודל המדוד בשאלה 1, לגודל המחושב (שאלה 2), מהן המקורות לשגיאה שיטתית? איך ניתן להתגבר עליהן?
4. יש להוכיח את הנוסחה (6) בטבלה ע״י שימוש בנוסחה (10).

1.א.1 המהירות הממוצעת

המהירות הממוצעת מוגדרת כסה״כ מרחק מחולק בסה״כ זמן. כיוון שהמרחק שהעגלה עוברת מכניסתה לשער עד ליציאתה מהשער הוא אורך העגלה בדיוק, המרחק הוא אורך העגלה.

$$V_{\text{ממוצעת}}=\frac{\Delta X}{\Delta t}=\frac{L}{t_2-t_1}$$

2.א.1 חישוב המהירות הממוצעת ע״י הזמנים

ממשוואה (III), נחשב את הזמנים t_1,t_2 :

$$2S=g\sin\alpha t_1^2 \;;\; 2(S+L)=g\sin\alpha t_2^2$$

$$t_1^2=\frac{2S}{g\sin\alpha} \quad ; \quad t_2^2=\frac{2(S+L)}{g\sin\alpha}$$

נציב את הזמנים בהגדרת המהירות הממוצעת:

$$V_{\text{ממוצעת}}=\frac{X_2-X_1}{t_2-t_1}=\frac{\cancel{\tfrac{1}{2}g\sin a}\,\frac{\cancel{2}(S+L)}{\cancel{g\sin\alpha}}-\cancel{\tfrac{1}{2}g\sin a}\,\frac{\cancel{2}S}{\cancel{g\sin\alpha}}}{t_2-t_1}=\frac{L}{t_2-t_1}$$

3.א.1 הגדלים המחושבים והגדלים המדודים

חישוב הזמנים, על פי השאלה השנייה, מכניס שגיאות שיטתיות לחישוב. הזמנים t_1,t_2 מחושבים לפי המרחק של העגלה מהשער, על פי הזווית ועל פי אורך העגלה. בכל המדידות הפיסיות הללו יש שגיאות מדידה אותן יש לקחת בחשבון. למשל, את המרחק מהעגלה עד לשער עצמו יש למדוד בסרגל. המדידה היא בדיוק של 1 מילימטר , מכיוון שהרזולוציה של הסרגל היא השנתה המינימלית שלו- 1 מילימטר. שגיאות דומות נעשות בחישוב אורך העגלה. הזווית היא תוצר חישוב שמקורו גם כן במדידות.
חישוב הזמנים נעשה גם בהזנחת כוח חיכוך, הקיים גם כן במערכת ובקבוע גרביטציוני המשתנה ממקום למקום.
חישוב המהירות הממוצעת על פי השאלה הראשונה ייתן תוצאה קרובה יותר למהירות הממוצעת האמיתית של העגלה, כיוון שבמקרה זה ישנה הטעות של אורך העגלה, כמו בשיטה השניה, אך אין חשיבות למרחק מנקודת המנוחה של העגלה. תאוצת העגלה נובעת משקול הכוחות עם כיוון המשטח (כולל כוח החיכוך אשר מזניחים על פי השיטה השניה), והוא אשר מאיץ את העגלה בתאוצה קבועה.

4.א.1 הוכחת נוסחה (6)

משוואה (10) :

$$(10)\ \delta F=\sqrt{\left|\frac{dF}{dx}\delta x\right|^2+\left|\frac{dF}{dy}\delta y\right|^2+\ldots}$$

בהנחה ש : $F= xy$ (מהטבלה) :

$$\delta F=\sqrt{|y\,\delta x|^2+|x\,\delta x|^2}$$

נחלק את שני אגפי המשוואה ב- F,

$$\frac{\delta F}{F}=\sqrt{\frac{\cancel{|y}\,\delta x\cancel{|^2}}{x^2\cancel{y^2}}+\frac{\cancel{|x}\,\delta x\cancel{|^2}}{\cancel{x^2}y^2}}$$

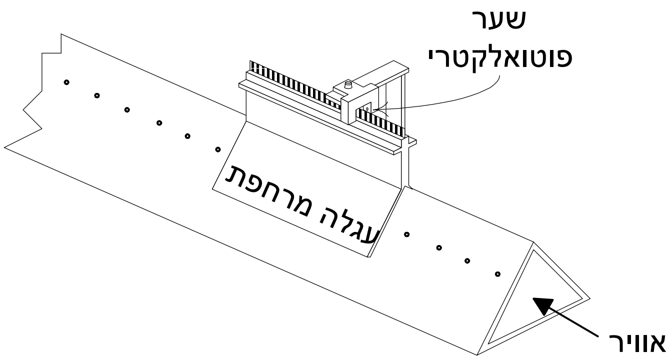
ולכן,

$$\frac{\delta F}{F}=\sqrt{\left(\frac{\delta x}{x}\right)^2+\left(\frac{\delta x}{y}\right)^2}$$

2 תאור הניסוי

לרשותו של המפעיל מסלול אויר, עגלה, מטר, שער פוטואלקטרי, דיסקות להגבהת המסלול, מחשב עם תוכנה למדידת הזמן והגיליון האלקטרוני (באיור מס' 1 ניתן לראות את המסילה בחתך צד).

איור מס' 1



דרך החרירים על המסילה מוזרם אוויר בלחץ אשר גורם לעגלה "לרחף", על מנת להפחית את השפעת כוח החיכוך. השער הפוטואלקטרי נחסם על ידי העגלה ובכך ניתן למדוד את הפרשי הזמנים בין התחלת חסימת האור לסופה(מדידת הזמן תתבצע על ידי המחשב).

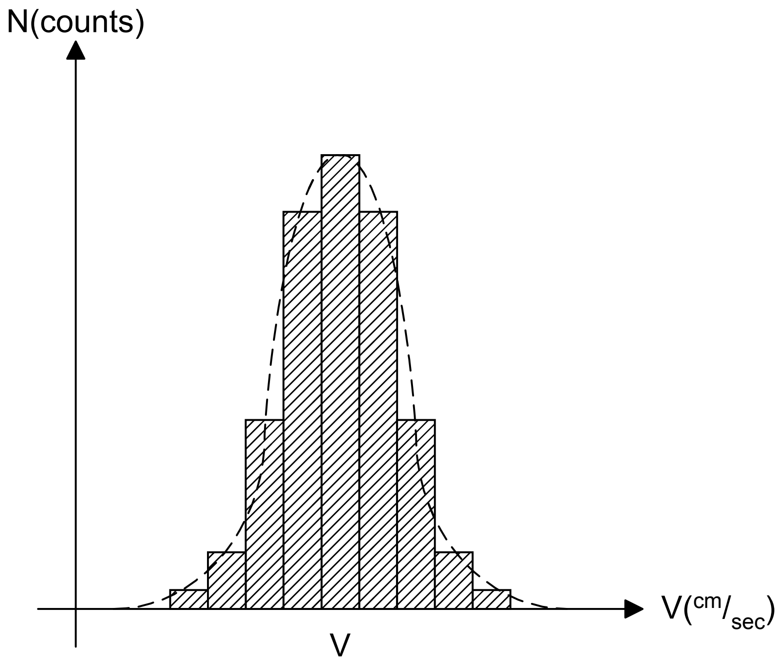
על מנת לקבל ערכים שונים הנובעים משגיאה אקראית, יש לקבוע שיפוע קבוע למסילה עבור כל המדידות. העגלה תשוחרר מספר רב של פעמים(100 במספר) ממקום מסוים על המסילה, ותאיץ בתאוצה קבועה (בהזנחת כוח החיכוך).
המהירות הממוצעת שתתקבל עבור כל מדידה תרשם ותשמש לחקר ההתפלגות של הנתונים. תיאורטית, אם תנאי ההתחלה אינם משתנים, הייתה אמורה להתקבל אותה מהירות ממוצעת עבור כל המדידות.

3 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

התוצאות אשר יתקבלו הן תוצאות של זמנים עבורם חסמה העגלה את התא הפוטואלקטרי. תוצאות של זמנים אלו יהיו המחלק של אורך העגלה, הנמדד בדיוק של שנתה אחת של הסרגל. כל התוצאות תהיינה בקרבת ערך מסוים, אותו אין לדעת מלכתחילה. ערך של מהירות זה יקרא, לצורך העניין V, והוא תלוי כאמור, במרחק שיינתן לעגלה להאיץ, ובזווית שנקבעה לשיפוע.

הצגת הנתונים תהיה באמצעות גרף היסטוגרמה (התפלגות), ראה איור מס׳ 3. ציר המהירות יחולק לקטעים שווים באורכם, והמדידות השונות יסווגו לתוך הקטעים הללו. גובה עמודה יציין את מספר המדידות הקיימות בתחום המדובר.

איור מס׳ 3



מגישים : פיכמן מרק 18.11.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ', חורף תשס"ב
עמדה מס' 14

דו"ח תיאורטי מכין מס' 3

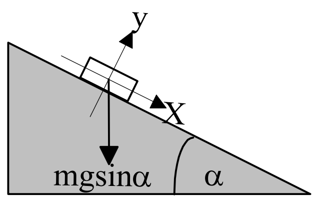
שם הניסוי : תנועה במישור משופע

מטרת הניסוי :
3. חקירת תנועה במישור משופע בתנאים של חיכוך מינימלי.
4. מציאת מהירות רגעית.
5. חישוב של תאוצה בדרכים שונות והשוואת התוצאות לתיאוריה.

1 תיאוריה

תנועת העגלה על המישור (המסילה), היא תנועה בתאוצה קבועה. התאוצה בכיוון מורד המישור נובעת מרכיב הכוח הפועל על העגלה, במקרה זה, כוח המשיכה(ראה איור מס' 1).

איור מס' 1



$$\cancel{m}gsin\alpha=F_x=\cancel{m}a \Rightarrow a_x=gsin\alpha$$

$$\text{(I)} \quad \ddot{X}(t)=gsin\alpha$$
$$\text{(II)} \quad \dot{X}(t)=gsin\alpha t+V_o$$
$$\text{(III)} \quad X(t)=\tfrac{1}{2}gsin\alpha t^2+V_o t+X_o$$

הגוף מתחיל ממנוחה, ומרכז ראשית הצירים בנקודת שחרור הגוף ולכן $X_o=0$, $V_o=0$.

2 נוסחאות העבודה

הגדרת מהירות רגעית של גוף היא ההעתק אשר גוף מבצע מחולק בזמן אשר לקח לאותו גוף להגיע מנקודה אחת אל השניה. הפרש הזמן צריך להיות שואף לאפס, על מנת לקבל תוצאה מדויקת. מכיוון שבניסוי התאוצה אינה משנה את כיוונה ואת גודלה, ניתן לומר כי המהירות הממוצעת בין שני נקודות על המישור(נשתמש בפונקצית ההעתק III מסעיף 1),היא :

$$V(t)=\frac{dx}{dt}=\frac{\tfrac{1}{2}gsin\alpha\, t_2^2-\tfrac{1}{2}gsin\alpha\, t_1^2}{t_2-t_1}=\frac{\tfrac{1}{2}gsin\alpha\,(t_2+t_1)\cancel{(t_2-t_1)}}{\cancel{t_2-t_1}}=gsin\alpha\,\frac{t_2+t_1}{2}$$

בעצם אפשר להגיד כי במקרה זה, בגלל שהתאוצה קבועה, המהירות הרגעית המתקבלת היא בעצם ממוצע הזמנים t_2,t_1 מוכפל בתאוצה. כלומר, המהירות הרגעית שתתקבל, היא בקירוב אמצע הקטע (t_2,t_1).

המהירות הרגעית של גוף מוגדרת כנגזרת של ההעתק :

$$\text{(1)} \quad V(t)=\frac{dx}{dt}=\lim_{t_2\to t_1}\frac{X(t_2)-X(t_1)}{t_2-t_1}$$

או בעצם על מנת למצוא את המהירות הרגעית ב-X(t), יש לקבוע אינטרוול זמן Δt מסוים,קטן, והמהירות הרגעית תהיה ההעתק שעבר הגוף באינטרוול הזמן מחולק באינטרוול הזמן עצמו :

$$(2)\quad V(t)=\frac{X(t+{}^{\Delta t}/_{2})-X(t-{}^{\Delta t}/_{2})}{\Delta t}$$

3 נוסחאות עבור השגיאה של הגדלים הנמדדים

המהירות הרגעית של העגלה מחושבת על פי נוסחה (1) מסעיף 1.1, אלא שבמדידות המרחק ובמדידות הזמן יש טעויות שיטתיות. במדידת ההעתק יש טעות אשר נובעת מכושר ההפרדה של המכשיר. מדידת הזמן היא תוצר של ספירת מונה. מניה אחת תלויה בשעון פנימי בתוך המחשב. נתון הזמן הוא בשגיאה של עד כדי מניה אחת של השעון הזה.

$$\dot{X}_{\text{רגעית}}=\frac{(X_2\pm\Delta X)-(X_1\pm\Delta X)}{(t_2\pm\Delta t)-(t_1\pm\Delta t)}\quad\begin{pmatrix}\Delta X\text{-כושר ההפרדה בהעתק}\\ \Delta t\text{-כושר ההפרדה בזמן}\end{pmatrix}$$

4 תשובות לשאלות ההכנה

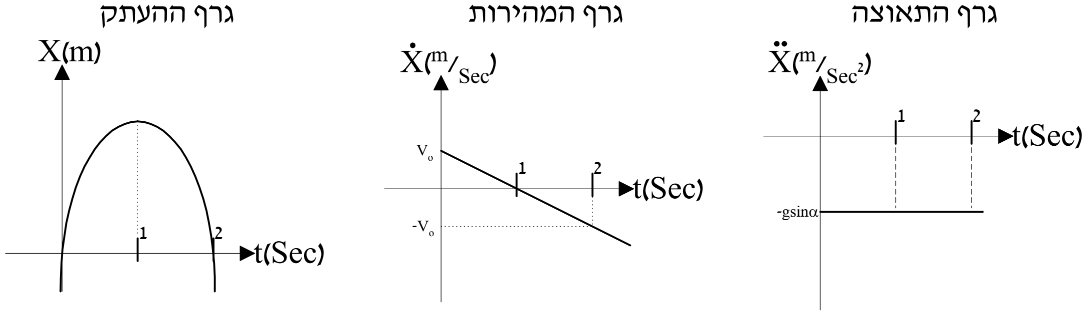
1. שרטט גרפים איכותיים של התאוצה המהירות וההעתק אשר מבצע גוף הנמצא במישור משופע חסר חיכוך וברגע t=0, מקבל דחיפה במעלה המישור ומגיע לשיא לאחר שנייה אחת.
2. נתון שיפוע מישור h/L=0.02, משחררים גוף ממנוחה והגוף מחליק במורד המישור. חשב את : א. תאוצת הגוף ב. המהירות הרגעית לאחר שעבר 5Cm.
3. נתון מכשיר המודד מרחק (כושר הפרדה של 0.125mm). יש למצוא מהירות רגעית כמו בשאלה 2 בדיוק של 2%, לכל היותר. א. ההפרש בהעתק המינימלי עבור השגיאה הנ״ל. ב.לאור התשובה לסעיף 2\א׳, מהו הפרש הזמנים (t2-t1) המתאים למהירות מאותו סדר גודל? ג. על מנת למדוד מהירויות בכל זמן התנועה, כמה פעמים בשניה יש למדוד?
4. גוף מחליק במעלה מישור משופע בעל זווית שיפוע α. מקדם החיכוך μ, תאוצתו a1 במעלה המישור, ותאוצתו במורד המישור a2. יש למצוא נוסחאות עבור α ו- μ.

4.א.1 גרפים לתנועת גוף במעלה מישור משופע

תנועת הגוף היא תחת השפעת כוח הכבידה, ולכן אם ציר X במעלה המישור :

$$\text{(I)}\quad \ddot{X}(t)=-g\sin\alpha$$
$$\text{(II)}\quad \dot{X}(t)=-g\sin\alpha t+V_o$$
$$\text{(III)}\quad X(t)=-\tfrac{1}{2}g\sin\alpha t^2+V_o t+X_o$$

במקרה זה $X_o=0$ ולכן הגרפים אשר יתקבלו :



4.א.2 תאוצת הגוף ומהירותו לאחר 5Cm

נתון כי h/L=0.02, ולכן בהזנחת כוח החיכוך (ציר X במורד המישור, $[g=10[{}^{m}/_{sec^2}]$) :

$\ddot{X}(t)= g\sin\alpha=10/50=0.2[^{m}/_{sec^2}]$

המהירות הרגעית לאחר 5Cm, שהם 0.05m .

$X(t)= \frac{1}{2}g\sin\alpha t^2+X_o \quad (X_o=0)$
$0.05=0.1t^2$
$t=0.707[Sec]$
$\dot{X}(t)= g\sin\alpha t+V_o \quad (V_o=0)$
$\dot{X}(t=0.707)= 0.1414[^{m}/_{Sec}]$

3.א.4 השגיאה היחסית

מדידת המהירות הרגעית נעשית על ידי נוסחה 2 (סעיף 1.1). מדידת הזמן מדויקת יותר וזניחה לעומת השגיאה במדידת המרחק, ולכן בהזנחת השגיאה במדידת הזמן ובהתחשב בנתוני השאלה :

א. ההפרש X_2-X_1 המינימלי עבור שגיאה של 2% לכל היותר(כושר הפרדה של 0.125mm).

$$\frac{\frac{(X_2\pm\Delta X)-(X_1\pm\Delta X)}{t_2-t_1}}{\dot{X}_{\text{רגעית רצויה}}}100 = 100\pm 2 \xRightarrow{\text{עבור הטעות המקסימלית}} \frac{\frac{(X_2+\Delta X)-(X_1-\Delta X)}{t_2-t_1}}{\frac{X_2-X_1}{t_2-t_1}} = \frac{X_2-X_1+2\Delta X}{t_2-t_1}\cdot\frac{t_2-t_1}{X_2-X_1} = 1.02$$

$$1+\frac{2\Delta X}{X_2-X_1} = 1.02 \xRightarrow{\Delta X=0.000125[m]} X2-X1=0.0125[m]=1.25[Cm]$$

ב. הפרש הזמנים המתאים לתשובה לסעיף א׳ ולמהירויות מסדר גודל כמו בסעיף 1.3.2 :

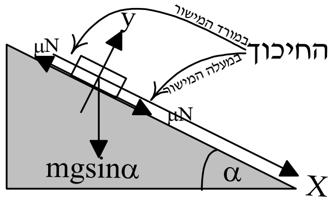
$$\frac{X_2-X_1}{t_2-t_1} = \dot{X}_{\text{רגעית}}=0.1414[^{m}/_{Sec}]$$

$$t_2-t_1=0.0884[Sec]$$

ג. על פי סעיפים א׳ ו-ב׳ ניתן לראות כי השגיאה היחסית תלויה אך ורק בהפרשי מדידות ההעתקים. לכן השגיאה היחסית במהירות תהיה גדולה יותר בתחילת התנועה וקטנה יחסית, ככל שההפרשים בהעתק גדלים. למרות זאת, בהתייחס להפרשי הזמן שנמצאו בסעיף ב׳ יש למדוד בתדירות של :

$$\Delta t=0.0884[Sec] \Downarrow f=11.3[Hz]$$

4.א.4 גוף מחליק במעלה מישור משופע בעל מקדם חיכוך μ



$$\Sigma f_y=mg\cos\alpha-N=0 \Rightarrow N=mg\cos\alpha$$

במעלה המישור :

$$\Sigma f_x=\cancel{m}a_1=mg\sin\alpha+\mu N=\cancel{m}g\sin\alpha+\mu\cancel{m}g\cos\alpha$$
$$(I)\ a_1=g\sin\alpha+\mu g\cos\alpha$$

במורד המישור :

$$\Sigma f_x=\cancel{m}a_2=mg\sin\alpha-\mu N=\cancel{m}g\sin\alpha-\mu\cancel{m}g\cos\alpha$$
$$(II)\ a_2=g\sin\alpha-\mu g\cos\alpha$$

$$I+II \Rightarrow a_1+a_2=2g\sin\alpha \Rightarrow \alpha=\arcsin\left(\frac{a_1+a_2}{2g}\right)$$

על ידי הצבה בנוסחה (I), נמצא את מקדם החיכוך :

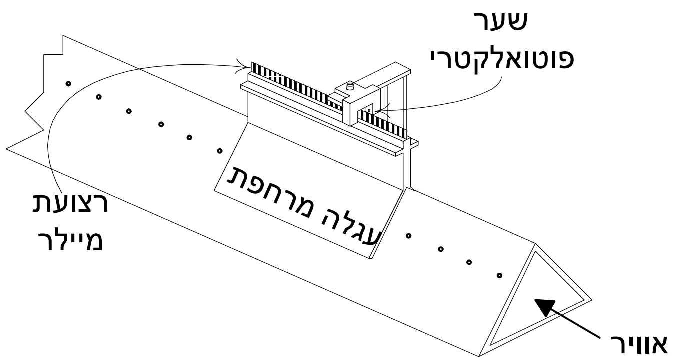
$$(I)\,a_1=\cancel{g}\left(\frac{a_1+a_2}{2\cancel{g}}\right)+\mu g\cos\alpha$$

$$\frac{a_1-a_2}{2}=\mu g\cos\alpha \Rightarrow \mu=\frac{a_1-a_2}{2g\cos\left(\arcsin\left(\frac{a_1+a_2}{2g}\right)\right)}$$

5 תאור הניסוי

לרשותו של המפעיל מסלול אויר, עגלה, מטר, מחשב, דיסקות להגבהת המסלול, ממשק לאיסוף נתונים וגלאי תנועה Kruse (ראה איור מס' 2).

איור מס' 2



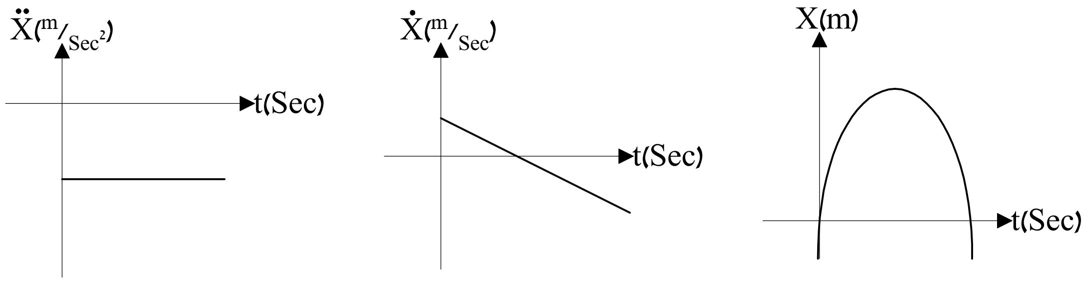
דרך החרירים על המסילה מוזרם אוויר בלחץ אשר גורם לעגלה "לרחף", על מנת להפחית את השפעת כוח החיכוך. בדומה לניסוי הקודם גם בניסוי זה המדיד הוא שער פוטואלקטרי. קרן אינפרא אדום נחסמת, הפעם ע"י טור של פסים שחורים המודפסים על רצועה שקופה. בכל פעם כאשר עובר פס שחור, הוא חוסם את מהלכה של קרן בתחום האינפרא אדום, וכשאין פס שחור הקרן עוברת דרך הרצועה השקופה. רוחב הפסים ידוע, ועל ידי ספירת הפסים ניתן לדעת את ההעתק שהעגלה עשתה.
על מנת לשפר את כושר ההפרדה, ולקבל אינדיקציה לגבי כיוון התנועה הותקנו למעשה שני שערים פוטואלקטריים, כך שכל פס נספר פעמיים, והשער שנחסם ראשון יהיה הכיוון ממנו מגיעה העגלה.
בנוסף לנתוני המרחק הנובעים מספירות הפסים, יש את נתוני הזמן בתחילת כל חסימה של פס את מהלכה של הקרן ובסופה של חסימת פס את מהלכה של הקרן.

6 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

על פי הגדרתה של מהירות רגעית, יש למדוד בהפרש זמנים מינימלי. בפועל, במדידות בהפרשי זמנים מינימליסטיים יש שגיאה גדולה יחסית במדידת ההעתק, ולכן יש שגיאה גדולה.
מיוון שהתאוצה קבועה ואינה משתנה במהלך התנועה, בהגדלת הקטעים של ההעתק (ושל הזמן) השגיאה היחסית קטנה.
בכל מקרה בתחילת התנועה של הגוף השגיאה היחסית גדולה מאשר בהמשך התנועה מכיוון שההעתקים עבור אותם פרקי זמן הולכים וגדלים, ובכך השפעת כושר ההפרדה בהעתק הולך ופוחת.
התאוצה של הגוף במעלה המישור ובמורד המישור שונה מכיוון שהתאוצה מורכבת מכוח החיכוך ומרכיב של כוח המשיכה של כדור הארץ, כאשר פעם החיכוך פועל עם כוח המשיכה ופעם נגדו.

ראה איור 3 עבור הגרפים הצפויים עבור ההעתק המהירות הרגעית, והתאוצה כפונקצית הזמן.
בגרפים הללו מתוארת תנועתו של גוף אשר עולה במעלה מישור משופע, עד לעצירה ותנועה שוב עם מורד המישור כלפי מטה.

איור מס' 3



מגיש : פיכמן מרק 031987787 26.11.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ׳, חורף תשס״ב
עמדה מס׳ 14

דו״ח תיאורטי מכין מס׳ 4א

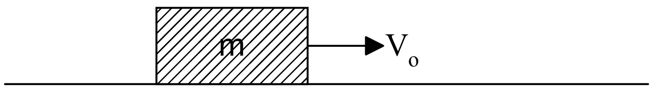
שם הניסוי : התנגשויות : חוקי שימור התנע והאנרגיה.

מטרת הניסוי :
6. חקירת חוקי שימור התנע והאנרגיה בעזרת ניסוי התנגשות.
7. מדידת הכוח באופן סטטי ודינמי.

1 תיאוריה

תנועת העגלה על המישור (המסילה), היא תנועה בתאוצה קבועה. גוף בעל מסה m ובמהירות קבועה v_o הוא בעל תנע P ובעל אנרגיה קינטית E_k(ראה איור מס׳ 1).

איור מס׳ 1



$$\vec{P} = m\vec{v}_o \quad ; \quad E_k = \tfrac{1}{2} m v_o^2$$

המתקף על הגוף יהיה השינוי בתנע של הגוף, כלומר אם לאחר פעולתו של כוח חיצוני מהירותו של הגוף תהיה v_f, אזי המתקף I יהיה :

$$\vec{I} = \Delta\vec{P} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o$$

נוסחאות העבודה

הנוסחאות בסעיף 1 הן עבור כל גוף בנפרד, אך ניתן לדמיין את המערכת (שתי העגלות אשר נמצאות על המסלול) כמערכת אחת בעלת מסה מסוימת(סכום המסות) ובעלת מהירות מסוימת.
מרכז המסה מיוצג ע״י הנוסחה :

$$X_{c.m} = \frac{M_1 X_1 + M_2 X_2}{M_1 + M_2}$$

מהירות מרכז המסה הזו :

$$V_{c.m} = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2}{M_1 + M_2}$$

נוסחאות עבור השגיאה של הגדלים הנמדדים

המהירות הרגעית של כל עגלה מחושבת בדומה לניסוי מס׳3, כלומר במדידות המרחק ובמדידות הזמן יש טעויות שיטתיות. במדידת ההעתק יש טעות אשר נובעת מכושר ההפרדה של המכשיר. מהניסוי הקודם למדנו כי הטעות בזמן היא מזערית ולכן זניחה. אופן החישוב למהירותה הרגעית של כל עגלה הוא :

$$V_{\text{רגעית}} = \frac{(X_1 \pm \Delta X) - (X_2 \pm \Delta X)}{t_1 - t_2}$$

2 תשובות לשאלות ההכנה

1. שני גופים בעלי מסות M_1,M_2 נעים אחד כלפי השני כאשר בזמן t=0 הם רחוקים מאד האחד מהשני, המהירויות שלהם V_{1o},V_{2o}. ההעתקים שלהם נתונים לפי $X_1(t)$,$X_2(t)$. מצא על ידי שימוש בנתונים את:
   a. התנע של כל אחד מהגופים.
   b. ההעתק של מרכז המסה.
   c. הכוח הפועל על כל גוף.
   d. האנרגיה הקינטית של כל גוף.
   e. האנרגיה הפוטנציאלית של כל המערכת, במקרה שמתקיים שימור אנרגיה כולל.
2. שרטט גרפים איכותיים של הגדלים הבאים תוך כדי התנגשות:
   א. ההעתק של כל עגלה ושל מרכז הכובד.
   ב. התנע של כל עגלה והתנע הכללי.
   ג. האנרגיה הקינטית של כל עגלה ושל האנרגיה הקינטית הכללית.

2.א.1 ביטויים עבור התנע, ההעתק, הכוח והאנרגיה

כל הביטויים מתייחסים לציר אחד, ציר המישור.

א. התנע של כל אחד מהגופים:

$$P_1(t) = M_1V_1(t) = M_1\frac{dX_1(t)}{dt} \quad ; \quad P_2(t) = M_2V_2(t) = M_2\frac{dX_2(t)}{dt}$$

ב. ההעתק של מרכז המסה:

$$X_{c.m}(t) = \frac{M_1X_1(t) + M_2X_2(t)}{M_1 + M_2}$$

ג. הכוח הפועל על כל גוף:

$$F_1(t) = M_1a_1 = M_1\frac{d^2X_1(t)}{dt^2} \quad ; \quad F_2(t) = M_2a_2 = M_2\frac{d^2X_2(t)}{dt^2}$$

ד. האנרגיה הקינטית הפועלת על כל גוף:

$$E_{k1}(t) = \tfrac{1}{2}M_1V_1^2 = \tfrac{1}{2}M_1\frac{dX_1(t)}{dt} \quad ; \quad E_{k2}(t) = \tfrac{1}{2}M_2V_2^2 = \tfrac{1}{2}M_2\frac{dX_2(t)}{dt}$$

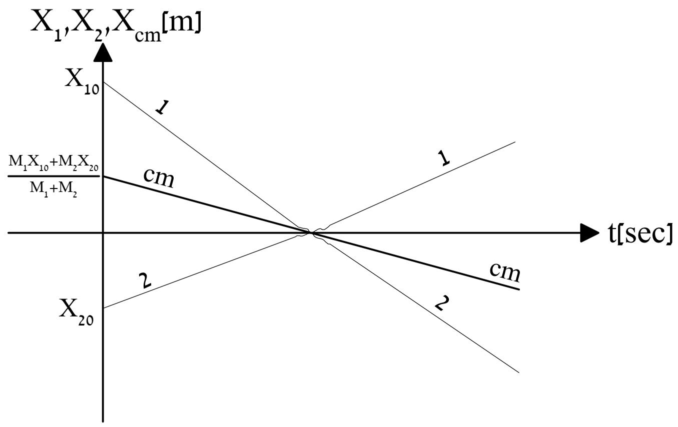
ה. האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת (מתקיים שימור אנרגיה):

$$E_{tot} = E_p + E_k = M_1V_{10} + M_2V_{20}$$

2.א.2 גרפים עבור ההעתק, התנע והאנרגיה הקינטית

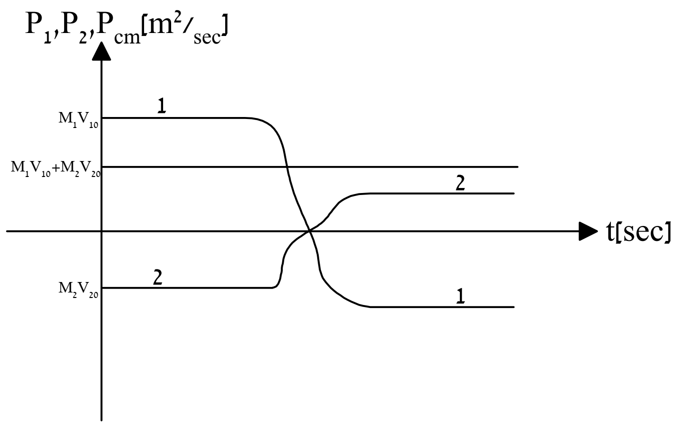
יש חוסר וודאות כיצד מתנהגים הגרפים הבאים בנקודת ההתנגשות (האלסטית לחלוטין), ההתנהגות תלוייה במשקל המסות, באלסטיות של ההתנגשות, בחיכוך ועוד. למרות זאת, ניתן לדעת כי לפני ההתנגשות ידוע כי הגופים היו במסלול התנגשות, ולאחר ההתנגשות הגופים מתרחקים זה מזה ולכן גרף ההעתקים יכול להיות בדומה לאיור מס׳ 2(מהירות מרכז המסה אינה משתנה-התנגשות אלסטית לחלוטין).

איור מס׳ 2



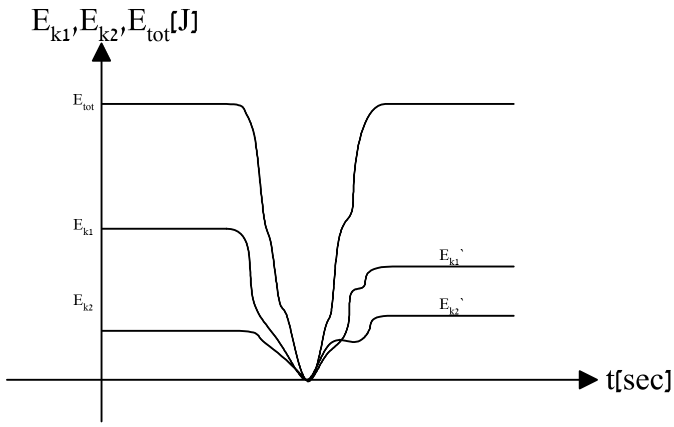
בגרף התנע אין לדעת כיצד ישתנה התנע ממש בזמן ההתנגשות, אך ברור, על פי סימן המהירויות כי התנע של כל גוף צריך להיות מוחלף בסימן(המהירות מחליפה סימן) ולכן גרף התנע צריך להיות בדומה לאיור מס׳ 3. התנע הכללי אינו משנה את ערכו.

איור מס׳ 3



גרף האנרגיה הקינטית שונה משני הגרפים הקודמים, מכיוון שבמקרה זה אין חשיבות לסימן המהירות. שוב, אין לדעת כיצד ההתנהגות בזמן ההתנגשות עצמה, אך האנרגיה הקינטית של כל עגלה מתאפסת לזמן קצר(זמן עצירת הגוף בפועל), ולאחר מכן שוב חוזרת לערך אחר. האנרגיה הקינטית הכוללת במערכת מתאפסת גם היא בנקודת ההתנגשות. ברגע זה ממש, כל האנרגיה הקינטית אשר הייתה לשני הגופים בעצם נהפכה לאנרגיה פוטנציאלית אשר "נאגרה" בין שני המגנטים(מעין קפיץ אידיאלי-בהנחה שהם אינם נוגעים ממש האחד בשני). אנרגיה זו הופכת שוב לאנרגיה קינטית של כל גוף אשר נע הפעם בכיוון השני. ראה איור מס' 4.

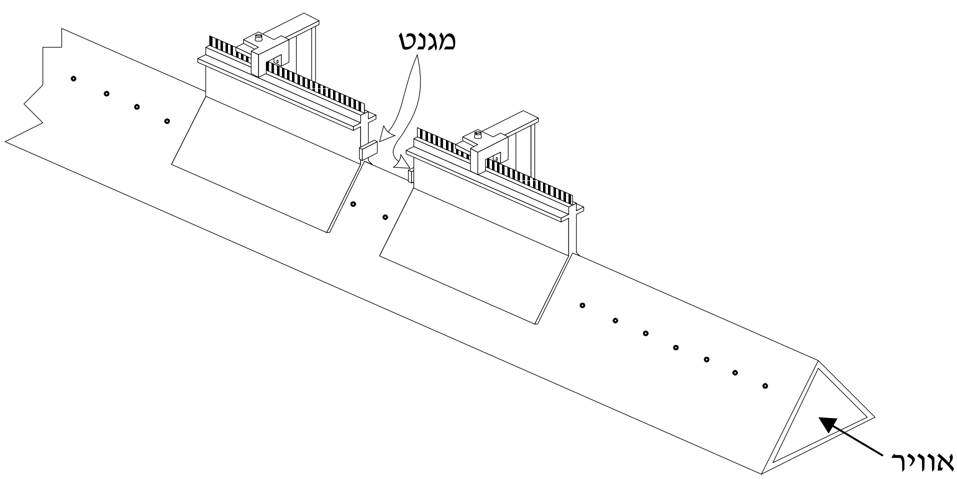
איור מס' 4



3 תאור הניסוי

לרשותו של המפעיל מסלול אויר, שתי עגלות, שני מגנטים, מחשב, דיסקות להגבהת המסלול, ממשק לאיסוף נתונים, גלאי תנועה Kruse, גלגלת ומשקולת (ראה איור מס' 5).

איור מס' 5



הניסוי נחלק לשני חלקים : ניסוי דינמי, וניסוי סטטי.

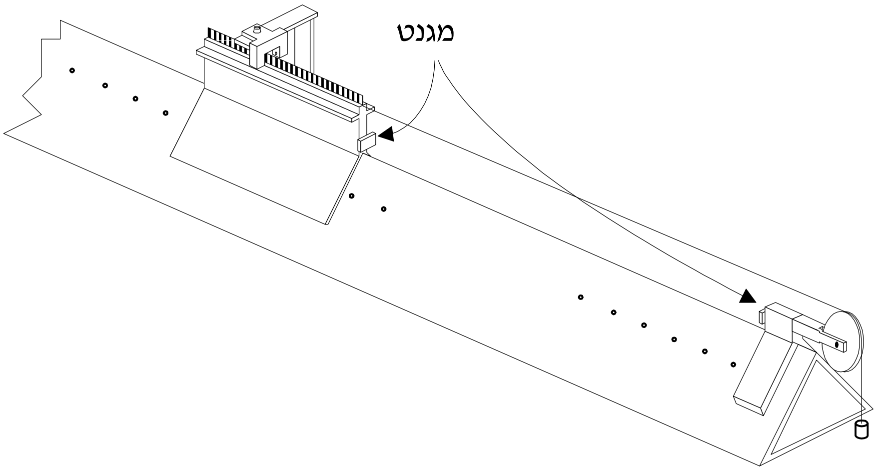
ניסוי דינמי

בניסוי זה נדגם ההעתק כפונקציית הזמן של שתי העגלות בזמן ההתנגשות(שתיהן צריכות להמצא בתחום הגלאי- כל עגלה בתחום הגלאי שלה). את ההתנגשות יוזם המפעיל ע״י דחיפת שתי העגלות האחת מול השניה, במסלול התנגשות. יש לשים לב כי בזמן ההתנגשות, המגנטים אינם נוגעים האחד בשני. האיפוס מתבצע לפני כן, על ידי הצמדת העגלות בכוח.

ניסוי סטטי

בחלק זה האיפוס נעשה בזמן הצמדת שני המגנטים(של העגלה, ושל סוף המסלול), ואח״כ נמדד ההעתק (כתוצאה מדחיית המגנטים) של העגלה כפונקצייה של העומס התלוי. המערכת מתוארת באיור מס׳ 6. שלא כמו בציור, העגלה צריכה להימצא בתחום הגלאי.

איור מס׳ 6



4 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

כמו בניסוי הקודם, כאשר מחשבים מהירות רגעית, יש לקחת הפרשי זמן גדולים יותר. מיכוון שהתאוצה קבועה ואינה משתנה במהלך התנועה, בהגדלת הקטעים של ההעתק (ושל הזמן) השגיאה היחסית קטנה.
בכל מקרה בתחילת התנועה של הגוף השגיאה היחסית גדולה מאשר בהמשך התנועה מכיוון שההעתקים עבור אותם פרקי זמן הולכים וגדלים, ובכך השפעת כושר ההפרדה בהעתק הולך ופוחת.
ראה איורים 2,3,4 עבור הגרפים הצפויים של ההעתק התנע, והאנרגיה כפונקצית הזמן.

מגיש : פיכמן מרק 031987787   10.12.2001

מעבדה לפיסיקה 1מ׳, חורף תשס״ב

עמדה מס׳ 14

דו״ח תיאורטי מכין מס׳ 4ב

שם הניסוי : התנגשויות : החוק השני והשלישי של ניוטון.

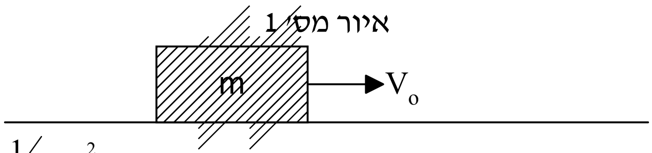
מטרת הניסוי :

8. חקירת החוק השני והשלישי של ניוטון.
9. הקשר בין הכוח לאנרגיה פוטנציאלית.
10. הקשר בין מתקף לשינוי בתנע.
11. הקשר בין עבודה לשינוי באנרגיה.

1 תיאוריה

תנועת העגלה על המישור (המסילה), היא תנועה בתאוצה קבועה. גוף בעל מסה m ובמהירות קבועה v_o הוא בעל תנע P ובעל אנרגיה קינטית E_k(ראה איור מס׳ 1).

איור מס׳ 1



$$\vec{P} = m\vec{v}_o \quad ; \quad E_k = \tfrac{1}{2} m v_o^2$$

המתקף על הגוף יהיה השינוי בתנע של הגוף, כלומר אם לאחר פעולתו של כוח חיצוני מהירותו של הגוף תהיה v_f, אזי המתקף I יהיה : $\vec{I} = \Delta\vec{P} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o$

לפי החוק השני של ניוטון , F=ma .

לפי חוק הפעולה והתגובה(החוק השלישי), כאשר הגוף הראשון מפעיל כוח על הגוף השני, הגוף השני מפעיל את אותו הכוח על הגוף הראשון, כלומר : $m_1a_1=-m_2a_2$.

נוסחאות העבודה

מציאת המהירות הרגעית לכל אורך התנועה היא ע״י הגדרת המהירות הרגעית :

$$V_{\text{רגעית}} = \frac{dx}{dt} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

נוסחאות עבור השגיאה של הגדלים הנמדדים

המהירות הרגעית של כל עגלה מחושבת בדומה לניסוי מס׳ 3, כלומר במדידות המרחק ובמדידות הזמן יש טעויות שיטתיות. במדידת ההעתק יש טעות אשר נובעת מכושר ההפרדה של המכשיר. מהניסוי הקודם למדנו כי הטעות בזמן היא מזערית ולכן זניחה. אופן החישוב למהירותה הרגעית של כל עגלה הוא :

$$V_{\text{רגעית}} = \frac{(X_1 \pm \Delta X) - (X_2 \pm \Delta X)}{t_1 - t_2}$$

2 תשובות לשאלות ההכנה

1. שני גופים בעלי מסות M_1,M_2 נעים אחד כלפי השני כאשר בזמן t=0 הם רחוקים מאד האחד מהשני, המהירויות שלהם V_{1o},V_{2o}. ההעתקים שלהם נתונים לפי $X_1(t),X_2(t)$. מצא על ידי שימוש בנתונים את:
   a. הכוח הפועל על כל גוף.
   b. הקשר בין האנרגיה הפוטנציאלית והכוח.
   c. המתקף על הגוף הראשון, בין תחילת התנועה לסופה, והקשר של המתקף לשינוי בתנע של אותו גוף.
   d. העבודה שנעשית על הגוף הראשון מתחילת התנועה, עד להתנגשות.

2. שרטט גרפים איכותיים של הגדלים הבאים תוך כדי התנגשות:
   ד. הכוח הפועל על כל גוף(כפונקצית הזמן).
   ה. הכוח הפועל על כל גוף כפונקצית המרחק בין העגלות.

1.א.2 ביטויים עבור הכוח, האנרגיה הפוטנציאלית, המתקף והעבודה

כל הביטויים מתייחסים לציר אחד, ציר המישור.

ו. הכוח הפועל על כל גוף :

$$F_1(t)=M_1a_1(t)=M_1\ddot{X}_1 \quad ; \quad F_2(t)=M_2a_2(t)=M_2\ddot{X}_2$$

ז. הקשר בין האנרגיה הפוטנציאלית והכוח הוא :

$$F=-\frac{dV}{dX} \quad ; \quad V=\frac{dX}{dt}$$

$$E_{ki}+E_{pi}=E_k(t)+E_p(t)$$

$$E_p(t)=E_{ki}-E_k(t)$$

$$E_p(t)=\tfrac{1}{2}MV_0^{\,2}-\tfrac{1}{2}M(V)^2$$

ח. המתקף על הגוף הראשון והמתקף כפונקציה של השינוי בתנע :

$$I=\int F(t)dt=\int M_1\ddot{X}dt=M_1\int \ddot{X}_1dt=M_1[\dot{X}_1(t)\,]_{t=0}^{t}=M_1\dot{X}_1(t)-M_1V_{10}$$

או $I=M_1\Delta V$, כלומר המתקף הוא התוספת בתנע.

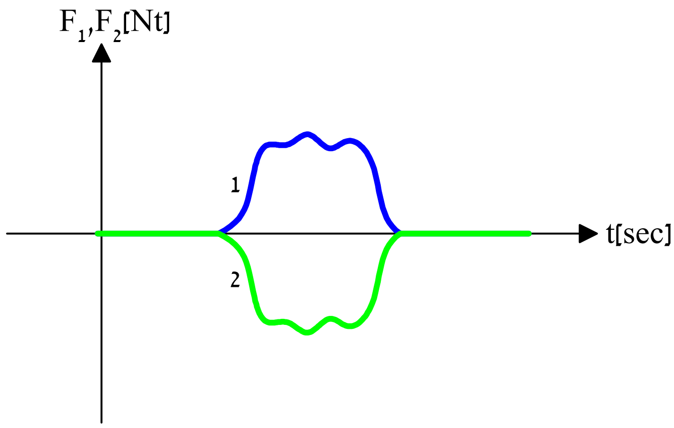
ט. העבודה הנעשית על הגוף הראשון, והקשר לשינוי באנרגיה :

$$W=\int Fdx=\int M_1\ddot{X}_1\dot{X}_1dt=\frac{M_1}{2}[\dot{X}_1^{\,2}\,]_{t=0}^{t}$$

2.א.2 גרפים עבור הכוחות הפועלים על הגופים כפונקצית הזמן והמרחק.

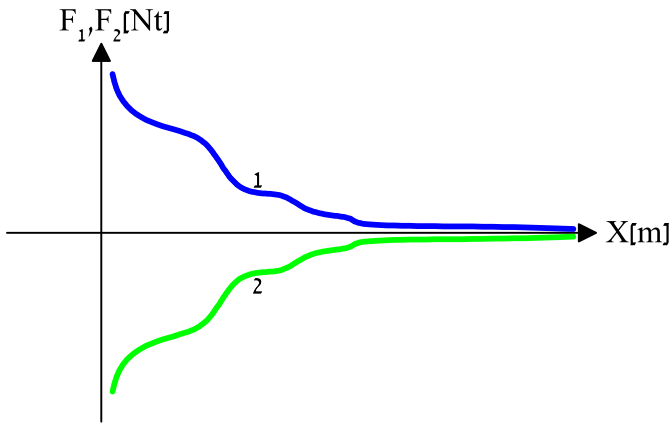
מהחוק השלישי(חוק פעולה-תגובה) ניתן להסיק כי הכוח המפעיל הגוף הראשון על הגוף השני שווה בגודלו בכל רגע ורגע לכוח שהגוף השני מפעיל על הראשון, אם כי בכיוון ההפוך. לכן הגרפים הצפויים להתקבל עבור שני הגופים בזמן ההתנגשות, יהיו סימטריים יחסית לציר ה-X, ראה איור מס׳ 2(קיים חוסר וודאות כיצד יתנהג הכוח בזמן ההתנגשות עצמה).

איור מס׳ 2



ברור כי הגרף של הכוח כפונקצית המרחק צריך להיות גרף יורד, שכן הכוח הפועל על העגלה קטן ככל שהעגלה השנייה מתרחקת ממנה. ככל שהמרחק קטן, הכוח הפועל גדל, ולחילופין. כאשר העגלות רחוקות זו מזו במידה ניכרת הכוח הפועל שואף ל-0. התנהגות הגרף אינה ידועה ולכן הגרף של הכוח כפונקצית המרחק יהיה בדומה לאיור מס׳ 3 (בדומה לכוח כפונקצית הזמן, גם כאן הגרפים סימטריים יחסית לציר X, כיוון שסימנם שונה).

איור מס׳ 3



3 תאור הניסוי

לרשותו של המפעיל הנתונים מהניסוי הקודם (4א), ולכן הניתוח יעשה על פי הנתונים הללו.
נתונים אלו מכילים את פונקצית ההעתק של תנועת העגלות בכל רגע ורגע במרווחי זמן קבועים.
בנוסף לנתונים הללו יש להוסיף את המדידות שנעשו באופן ידני מהניסוי הסטטי (לפני הניסוי הדינמי).

4 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

הגרפים של הכוח כפונקצית הזמן והכוח כפונקצית המרחק הם בדומה לאיורים 2 ו-3, בהתאמה.
הגרף של הכוח כפונקצית המרחק יהיה גרף יורד, מכיוון שכאשר העגלות רחוקות האחת מהשנייה הכוח שואף ל-0, וככל שהן מתקרבות הוא גדל.
הגרפים של הכוחות(שני העגלות) כפונקצית הזמן והמרחק, הפוכים בכיוונם, ושווים בגודלם ולכן שניהם צריכים להיות סימטריים לציר X.

מגיש : פיכמן מרק 031987787 17.12.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ׳, חורף תשס״ב
עמדה מס׳ 14

דו״ח תיאורטי מכין מס׳ 5

שם הניסוי : תנועה הרמונית
מטרת הניסוי : 12. חקירת התנודות החופשיות של מתנד הרמוני עם חיכוך.

1 תיאוריה

בתנועה הרמונית פשוטה הגוף נע בתנועה מחזורית כאשר המיקום, המהירות והתאוצה ביחס לזמן הם גדלים מחזוריים.כאשר מוסיפים לתנועה חיכוך הוא מהווה כוח מרסן שמאט את התקדמות הגוף כפונקציה של הזמן.משוואת התנועה כאשר החיכוך הוא הכוח היחידי היא :

$$M\frac{d^2x}{dt^2}=-b\frac{dx}{dt}$$

נשתמש בקבוע בשם זמן ההרפיה במקום מקדם הריסון : $\tau=\frac{M}{b}$

ניתן לרשום את משוואת התנועה גם כך : $\dot{v}+\frac{1}{\tau}v=0$

הפתרון למשוואה הוא : $v(t)=v_0e^{-t/\tau}$.
המהירות קטנה באופן אקספוננציאלי עם הזמן.
בניסוי יש מערכת שבה הכוחות הפועלים בנוסף לכוח החיכוך הם כוחות הקפיצים $-k_1x$ ו- $-k_2x$.

שקול הכוחות על העגלה הוא : $F=-(k_1+k_2)x-(\frac{m}{\tau})\frac{dx}{dt}$.

אם מגדירים $\omega_0{}^2\equiv(k_1+k_2)/m$ מתקבלת המשוואה הבאה לפי חוק ניוטון :

$$\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{1}{\tau})\frac{dx}{dt}+\omega_0{}^2x=0 \qquad (1)$$

הפתרון הכללי של המשוואה הוא : $x_1(t)=x_1e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1t+\phi_1)$ (3)

כאשר $\omega_1=\sqrt{\omega_0{}^2-(\frac{1}{2\tau})^2}$. (ω_1 נקראת התדירות העצמית של המערכת x_1 ו- ϕ_1 הם קבועים הנקבעים לפי תנאי ההתחלה).
קיים לכל מערכת המבצעת תנודות הרמוניות ממד המודד את איכות המערכת והוא מוגדר ע״י :
$Q\equiv\omega_0\tau$
ככל שמקדם האיכות גדול יותר המערכת איכותית יותר.

2 תשובות לשאלות ההכנה

1. הראו כי נוסחה 3 היא פתרון למשוואה 1
2. חשבו את מספר התנודות של האוסצילטור בזמן שהמערכת דועכת למשרעת שגודלה חצי מערכה ההתחלתי.
3. שרטטו גרפים איכותיים המראים דעיכה אקספוננצאלית של המשרעת לפי משוואה (3) עבור מקדמי איכות Q=2 ו-Q=10.

2.א.1 פתרון המשוואה הדיפרנציאלית

$$X(t) = X_1 e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi)$$

$$\dot{X}(t) = X_1(-\frac{1}{2\tau})e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) - \omega X_1 e^{-t/2\tau}\sin(\omega t+\phi)$$

$$\ddot{X}(t) = X_1(\frac{1}{4\tau^2})e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) + \omega X_1(\frac{1}{2\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega t+\phi) +$$

$$+\omega X_1(\frac{1}{2\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega t+\phi) - \omega^2 X_1 e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi)$$

$$\ddot{X}(t) = X_1(\frac{1}{4\tau^2}-\omega^2)e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) + X_1(\frac{\omega}{\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega t+\phi)$$

נציב במשוואה הדיפרנציאלית:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (\frac{1}{\tau})\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = 0$$

$$X_1(\frac{1}{4\tau^2}-\omega^2)e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) + \cancel{X_1(\frac{\omega}{\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega t+\phi)} -$$

$$-X_1(\frac{1}{2\tau^2})e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) - \cancel{\frac{\omega}{\tau}X_1 e^{-t/2\tau}\sin(\omega t+\phi)} + \omega_o{}^2 X_1 e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) \overset{?}{=} 0$$

מכאן נקבל ש:

$$(\omega_o{}^2 - \omega^2 - \frac{1}{4\tau^2})X_1 e^{-t/2\tau}\cos(\omega t+\phi) \overset{?}{=} 0$$

אבל:

$$\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - (\frac{1}{2\tau})^2} \Rightarrow \omega_0{}^2 = \omega^2 + \frac{1}{4\tau^2}$$

ולכן המשוואה מתאפסת.,

2.א.2 בזמן חצי המשרעת ההתחלתית

למעשה מספיק לבדוק מתי: $X_1(t) = X_1 e^{-t/2\tau} = \frac{1}{2}X_1$. נוציא ln משני האגפים:

$$e^{-t/2\tau} = 1/2 \Rightarrow t = 2\tau\ln 2$$

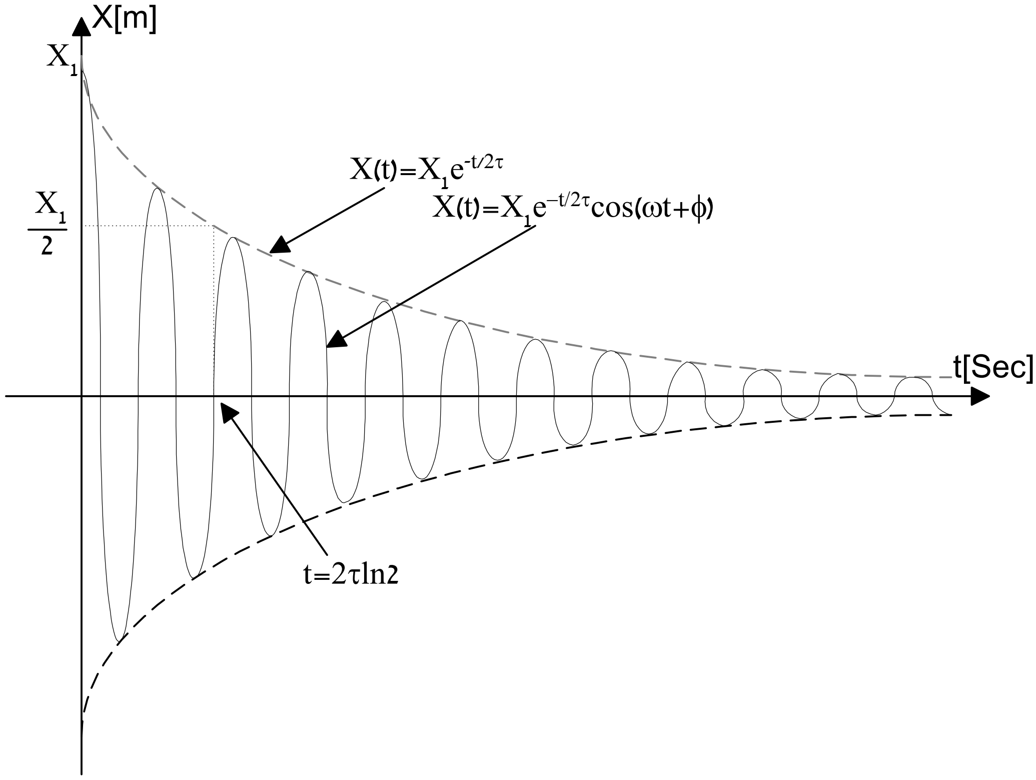
על מנת לבדוק כמה מחזורים היו בזמן זה מספיק לחלק זמן זה בזמן מחזור אחד(2π):

$N = {}^{\tau}/_{\pi}\ln 2$

3.א.2 דעיכה אקספוננציאלית

עבור מקדמי איכות שונים($Q=2,Q=10$) הדעיכה של המתנד תהיה מרוסנת יותר ולכן על פי הסעיף הקודם זמן מחצית המשרעת יתקבל כ- $2\tau\ln2$, כלומר בזמן זה המשרעת תהיה $X_1/2$, ראה איור מס׳ 1.

איור מס׳ 1



כיוון ש : $Q=\omega_0\tau$, ו-ω_0 הוא קבוע התלוי במאפיינים המכנים של המערכת, ניתן לראות בבירור כי ככל ש-Q גדל, הנקודה המציינת את זמן מחצית המשרעת, נעה ימינה(גדלה בזמן).

3 תאור הניסוי

לרשותו של המפעיל מסלול אויר, שתי עגלות, קפיצים, מחשב, מגנטים, ממשק לאיסוף נתונים, גלאי תנועה Kruse.,

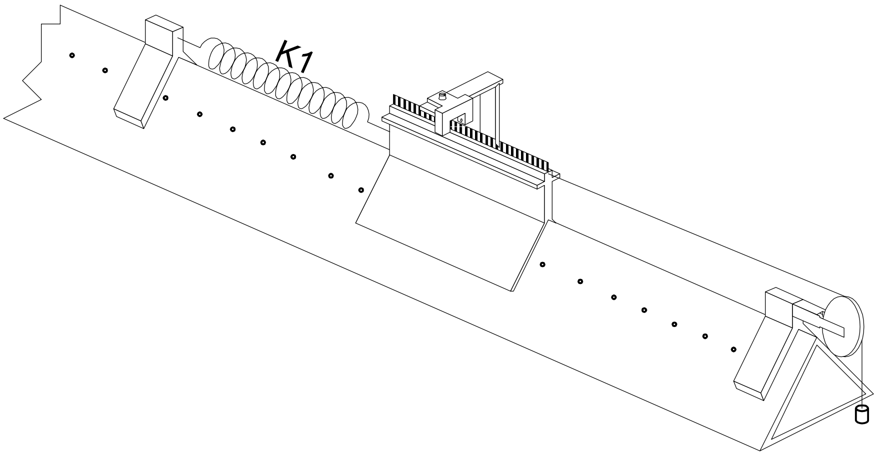
הניסוי נחלק לשלושה חלקים :

1. מדידת הקבועים האלסטיים של הקפיצים.
2. תנודות הרמוניות.
3. תנודות מרוסנות.

מדידת הקבועים האלסטיים של הקפיצים

בחלק זה של הניסוי נמדדים הקבועים האלסטיים של הקפיצים. מעמיסים את המערכת כאשר היא מחוברת בקונפיגורציה המתוארת באיור מס׳ 2, וע״י שינוי העומס, נמדדת התזוזה של העגלה יחסית לנקודת האיפוס. המדידה נעשית לעומסים שונים, ועבור כל אחד מהקפיצים לחוד.

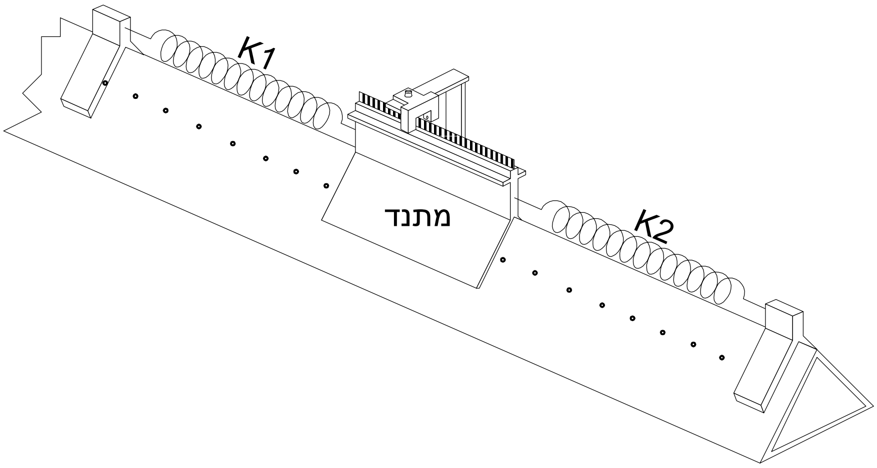
איור מס' 2



תנודות הרמוניות

חלק זה נועד על מנת להכיר את המערכת.(הקונפיגורציה מתוארת באיור מס' 3). יש לשים לב כי הגלאי נמצא תמיד בתחום העגלה, ויש להוכיח כי התדירות אינה תלויה במשרעת(לבצע את הניסוי עבור משרעת שונה ולמצוא כי זמן המחזור קבוע).

איור מס' 3



1.א.3 תנודות מרוסנות

התנודות מרוסנות ע"י כוח מגנטי, ובכך התנודות מרוסנות בכוח אשר תלוי אך ורק במהירות העגלה(על פי חוק Lenz). הקונפיגורציה בדומה לאיור מס' 3.

4 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

הגרף הצפוי להעתק כפונקצית הזמן הוא פונקצית ה- COS אשר מרוסנת(דועכת), ובזמן $t \to \infty$ הפונקציה שואפת ל-0. הגרף מתואר באיור מס' 1.
זמן המחזור של התנועה אינו תלוי במשרעת.

מגיש : פיכמן מרק 031987787 24.12.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ', חורף תשס"ב
עמדה מס' 14

דו"ח תיאורטי מכין מס' 6

שם הניסוי: מתנד הרמוני עם כוח מאלץ ללא ריסון
מטרת הניסוי:
1. חקירת התנודות המאולצות של מתנד הרמוני נטול חיכוך
2. חקירת תופעות תהודה.

1 תיאוריה

בהנחה שבשווי המשקל המוט המניע את העגלה נמצא על קו אנכי העובר דרך המרכז, השינוי במקום העגלה נתון ע"י Xcos(ωt), והכוח המאלץ נתון ע"י $-K1x\cos(\omega t) \equiv F_0 \cos(\omega t)$.
משוואות המתנד תהיה:

$$(2)\ \frac{d^2x}{dt^2} + (\frac{1}{\tau})\frac{dx}{dt} + {\omega_0}^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

הפתרון הפרטי למשוואה זו נתון ע"י משוואה :

$$(3)\ X_{-st}(t) = x\cos(\omega t + \phi)$$

הפתרון היינו פתרון פרטי מכיוון שאינו כולל את התנהגות המערכת בתחילת התנועה, אלא לאחר זמן מה, כאשר ניתן להגיד כי היא התייצבה על תנועה שבה רק התנועה המאולצת באה לידי ביטוי.

במשוואה (3), הפרש המופע יהיה שווה ל:

$$(5)\ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\tau(\omega^2 - {\omega_0}^2)}\right)$$

והמשרעת x:

$$(4)\ x = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2 + \left({\omega_0}^2 - \omega^2\right)^2}}$$

מכיוון שמשוואה (3) היינה פתרון פרטי, פתרון כללי יותר יכלול גם את התנודות המתקבלות בתחילת התנועה, כאשר המערכת אינה יציבה עדיין ותנודות אילו הולכות ומתרסנות. הפתרון הכללי יהיה הסופר פוזיציה של שתי המשוואות משוואה(3), ומשוואה (3) מהניסוי הקודם(ראה ניסוי 5).

$$(6)\ X(t) = x\cos(\omega t + \phi) + X_1 e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

בהזנחת כוח החיכוך ומתנאי ההתחלה שבהם העגלה נמצאת במנוחה בתחילתה של התנועה:

$$(10)\ X(t) = (F_0/(m(\omega_0^2 - \omega^2)))(\cos(\omega t) - \cos(\omega_0 t))$$

כאשר העגלה המאלצת נעה בתדירות העצמית של המערכת($\omega=\omega_0$), נקבל:

$$(11)\ X(t) = (F_0 t/(2m\omega_0))\sin(\omega_0 t)$$

ניתן לראות בבירור כי ממשוואה (11) נובע שהמשרעת נבנית כפונקציה של הזמן.

2 תשובות לשאלות ההכנה

1. הראה כי נוסחה (3) היא פתרון למשוואה (2) (כאשר נוסחאות (4) ו-(5) תנאים הכרחיים).
2. הראו שמשוואה (6) היא פתרון של משוואה (2)..
3. הראו שאת משוואה (10) ניתן לכתוב כתנועה הרמונית במשרעת המשתנה בזמן.

1.א.2 הפתרון למשוואה לאחר שהמערכת התייצבה

משוואה 3 ונגזורתיה:

$$X_{-st}(t) = x\cos(\omega t+\phi)$$
$$\dot{X}(t) = -x\omega\sin(\omega t+\phi)$$
$$\ddot{X}(t) = -x\omega^2\cos(\omega t+\phi)$$

משוואה 2 :

$$\ddot{x}+\frac{1}{\tau}\dot{x}+{\omega_0}^2 x=\frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

נציב במשוואה 2 את משוואה 3 ונגזורתיה:

$$-x\omega^2\cos(\omega t+\phi)+\frac{-x\omega}{\tau}\sin(\omega t+\phi)+{\omega_0}^2 x\cos(\omega t+\phi)=\frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

נסדר:

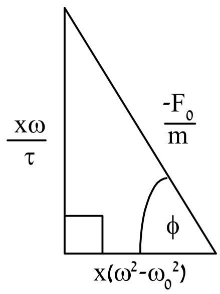
$$\frac{x\omega}{\tau}\sin(\omega t+\phi)+x(\omega^2-{\omega_0}^2)\cos(\omega t+\phi)=\frac{-F_0}{m}\cos(\omega t+\phi-\phi) \qquad //:(-F_0/m)$$

$$(*) \qquad \frac{\frac{x\omega}{\tau}}{\frac{-F_0}{m}}\sin(\phi+\omega t)+\frac{x(\omega^2-{\omega_0}^2)}{\frac{-F_0}{m}}\cos(\phi+\omega t)=\cos(\phi-(\omega t+\phi))$$

לפי זהות טריגונומטרית של $\cos(\alpha-\beta)$:

$$\sin(\phi)\sin(\phi+\omega t)+\cos(\phi)\cos(\phi+\omega t)=\cos(\phi-(\omega t+\phi))$$

נגדיר משולש ישר זווית אשר מקיים את היחסים (*) ובמשולש ישר זווית כזה מתקיים:



$$\sin(\phi)=\frac{\frac{x\omega}{\tau}}{\frac{-F_0}{m}}$$

$$\cos(\phi)=\frac{x(\omega^2-{\omega_0}^2)}{\frac{-F_0}{m}}$$

$$\Rightarrow tg(\phi)=\frac{\frac{x\omega}{\tau}}{x(\omega^2-{\omega_0}^2)}=\frac{\omega}{\tau(\omega^2-{\omega_0}^2)} \quad (5)$$

משפט פיטגורס במשולש :

$$\left(\frac{-F_0}{m}\right)^2=\left(\frac{x\omega}{\tau}\right)^2+\left(x(\omega^2-{\omega_0}^2)\right)^2$$

$$\left(\frac{F_0}{m}\right)^2=x^2\left[\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2+\left({\omega_0}^2-\omega^2\right)^2\right]$$

מחילוצו של x נקבל:

$$x=\frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2+\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)^2}}(4)$$

2.א.2 הוכחת הפתרון הכללי יותר

משוואה 6 ונגזורתיה:

$$X(t)=x\cos(\omega t+\phi)+X_1e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)$$

$$\dot{X}(t)=-x\omega\sin(\omega t+\phi)+X_1(-\frac{1}{2\tau})e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)-\omega_1X_1e^{-t/2\tau}\sin(\omega_1 t+\phi_1)$$

$$\ddot{X}(t)=-x\omega^2\cos(\omega t+\phi)+X_1(\frac{1}{4\tau^2})e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)+\omega_1X_1(\frac{1}{2\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega_1 t+\phi_1)+$$

$$+\omega_1X_1(\frac{1}{2\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega_1 t+\phi_1)-\omega_1{}^2X_1e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)$$

$$\ddot{X}(t)=-x\omega^2\cos(\omega t+\phi)+X_1(\frac{1}{4\tau^2}-\omega_1{}^2)e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)+X_1(\frac{\omega_1}{\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega_1 t+\phi)$$

נציב במשוואה הדיפרנציאלית:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{1}{\tau})\frac{dx}{dt}+\omega_0{}^2x=\frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

$$X_1(\frac{1}{4\tau^2}-\omega_1{}^2)e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)+\cancel{X_1(\frac{\omega_1}{\tau})e^{-t/2\tau}\sin(\omega_1 t+\phi_1)}-$$

$$-X_1(\frac{1}{2\tau^2})e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)-\cancel{\frac{\omega_1}{\tau}X_1e^{-t/2\tau}\sin(\omega_1 t+\phi_1)}+\omega_{1o}{}^2X_1e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)+$$

$$+\frac{x\omega}{\tau}\sin(\omega t+\phi)+x(\omega^2-\omega_0{}^2)\cos(\omega t+\phi)=\frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

מכאן נקבל ש:

$$(\omega_o{}^2-\omega_1{}^2-\frac{1}{4\tau^2})X_1e^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1)+\frac{x\omega}{\tau}\sin(\omega t+\phi)+x(\omega^2-\omega_0{}^2)\cos(\omega t+\phi)=\frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

אבל:

$$\omega_1=\sqrt{\omega_0{}^2-(\frac{1}{2\tau})^2}\Rightarrow\omega_0{}^2=\omega_1{}^2+\frac{1}{4\tau^2}\Rightarrow\omega_0{}^2-\omega_1{}^2-\frac{1}{4\tau^2}=0$$

בהצבה במשוואה שהתקבלה, תתקבל משוואה טריגונומטרית זהה לסעיף 2.1.1, ולמשוואה מסוג זה:

$$\frac{x\omega}{\tau}\sin(\omega t+\phi)+x(\omega^2-\omega_0{}^2)\cos(\omega t+\phi)=\frac{F_0}{m}\cos(\omega t)$$

ידועים כבר הפתרונות(ראה סעיף 2.1.1), ולכן משוואה (6) היינה פתרון כללי יותר.

3.א.2 תנועה הרמונית עם אפנון

משוואה (10):

$$X(t)=(F_0/(m(\omega_0^2-\omega^2)))(\cos(\omega t)-\cos(\omega_0 t))$$

הפרש סינוסים(זהות טריגונומטרית):

$$X(t) = (F_0 /(m(\omega_0^2 - \omega^2)))\left[-2\sin\left(\frac{(\omega+\omega_0)}{2}t\right)\sin\left(\frac{(\omega-\omega_0)}{2}t\right)\right]$$

כלומר:

$$X(t) = \frac{-2F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\left[\sin(\omega`t)\sin(\omega``t)\right]$$

כיוון שזמני המחזור: $\omega``,\omega`$, שונים יתקבל גל סינוס במשרעת של $\frac{-2F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$ בעל מחזור $\omega`$,

והמעטפת שלו תהיה מאופננת על ידי גל סינוס אחר$(\sin(\omega``t))$ בעל זמן מחזור גדול יותר .

3 תאור הניסוי

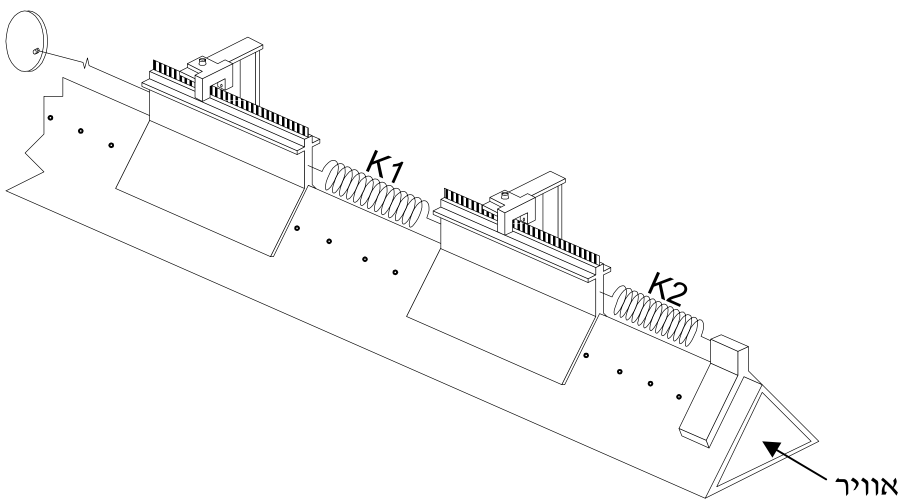
לרשותו של המפעיל מסלול אויר, שתי עגלות, קפיצים, מחשב,ספק כוח למנוע עם מהירות משתנה, ממשק לאיסוף נתונים, גלאי תנועה Kruse.
הניסוי נחלק לשני חלקים:

4. תנודות הרמוניות מאולצות, פעימות
5. תהודה ללא כוח מרסן.

תנודות הרמוניות מאולצות, פעימות

בחלק זה של הניסוי תחקר תנועתו של מתנד מאולץ כאשר תדירות האילוץ שונה מתדירות התהודה. המערכת מתוארת באיור מס' 1.

איור מס' 1



על פי הקונפיגורציה הזו, תנועת העגלה המאלצת(בין K1 למנוע) תתקבל בגלאי אחד ותנועתה של השניה(העגלה בין שני הקפיצים), שהיא העגלה המאולצת, תתקבל בגלאי השני. בצורה זו נתן להשוות בין הפרשי המופע.

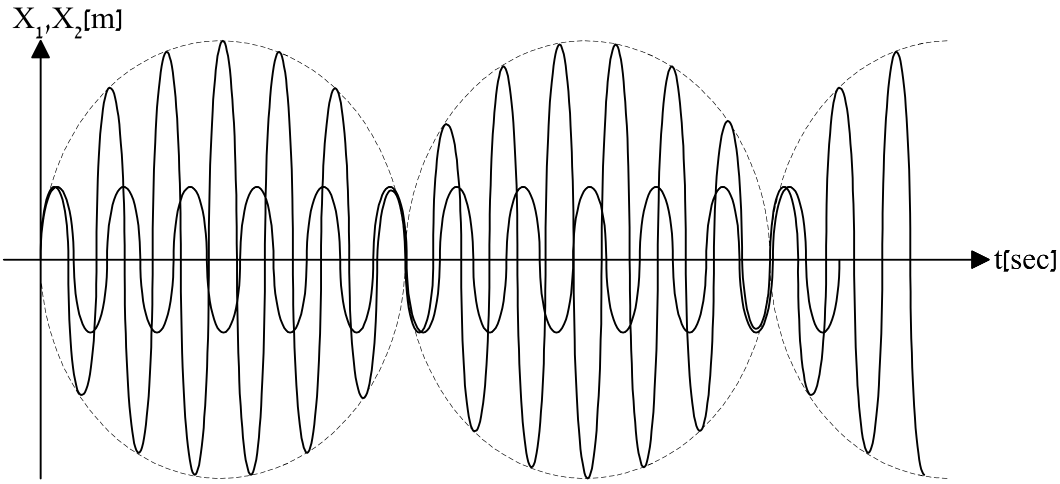
תהודה ללא כוח מרסן

בניסוי זה הקונפיגורציה זהה לקונפיגורציה בסעיף 3.1, אלא שהפעם נחקרת התנועה כאשר תדירות הכוח המאלץ שווה לתדירות העצמית של המערכת.

4 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

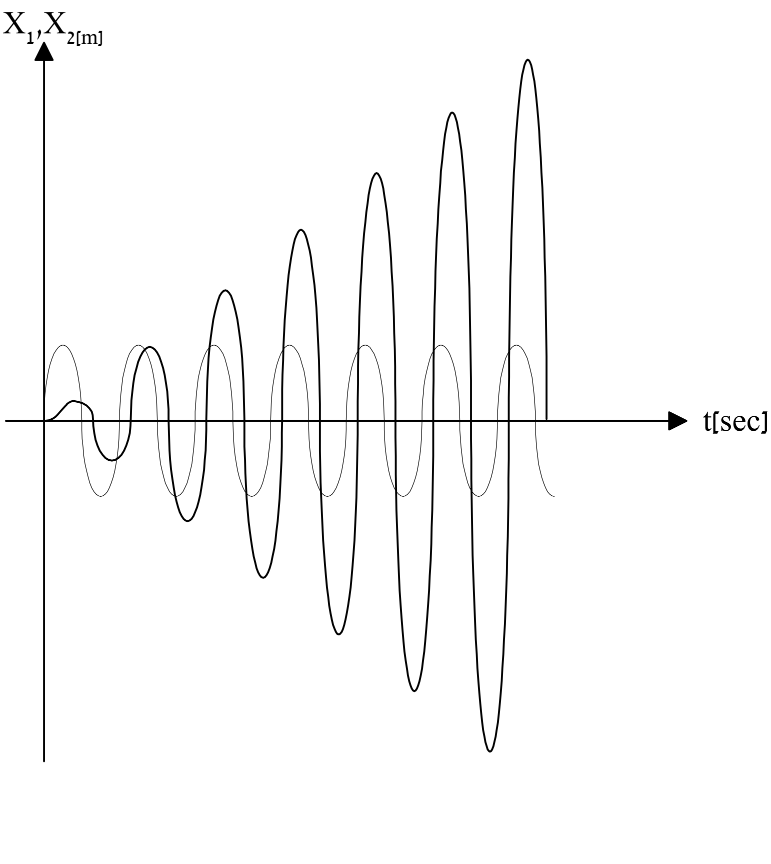
הגרפים אשר יתקבלו יהיו גרפים סינוסוידאלים בהפרש מופע האחד מהשני, גרף ההעתק כפונקצית הזמן של העגלה המאלצת יראה כגל סינוס קבוע, בעוד שגרף העגלה המאולצת יראה כגל סינוס מאופנן על ידי גל סינוס אחר בתדר נמוך יותר (ראה איור מס' 2).

איור מס' 2



כאשר העגלה המאלצת תנוע בדיוק בתדירות העצמית של האוסצילטור, התנועה שתיווצר באוסצילטור היא תהיה נדנוד שבו המשרעת תיבנה את עצמה כפונקציה של הזמן. התוצאה היא שהמשרעת תגדל ותגדל והתנועה שתתקבל תבנה(ראה איור מס' 3), עד אשר התנועה תגיע לקצוות שבהם הקפיצים אינם מתנהגים כפי שחקרנו(התחום שבו הקפיץ קשיח, ולכן הקבוע אינו כפי שנמצא קודם לכן).

איור מס' 3



מגיש : פיכמן מרק 031987787 15.1.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ׳, חורף תשס״ב
עמדה מס׳ 14

דו״ח תיאורטי מכין מס׳ 7

שם הניסוי : תהודה ומקדם האיכות של מערכת תהודה
מטרת הניסוי :
3. חקירת התנודות המאולצות של מתנד הרמוני עם ריסון
4. חקירת תופעות תהודה ומדידת מקדם האיכות של המערכת.

1 תיאוריה

בהנחה שבשווי המשקל המוט המניע את העגלה נמצא על קו אנכי העובר דרך המרכז, השינוי במקום העגלה נתון ע״י משוואת המתנד :

$$(1)\ X_{-st}(t) = x\cos(\omega t + \phi)$$

והמשרעת x :

$$(2)\ x = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2 + \left(\omega_0^{\ 2} - \omega^{\ 2}\right)^2}}$$

במשוואה (1), הפרש המופע בין העגלות יהיה שווה ל :

$$(3)\ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\tau(\omega^2 - \omega_0^{\ 2})}\right)$$

ממשוואה (3), ניתן לראות כי זווית הפרש המופע תהיה מקסימום 180°(כאשר $\omega >> \omega_0$), 90° כאשר $\omega = \omega_0$, ו- 0°, כאשר $\omega << \omega_0$.

מגזירת משוואה מס׳ (2), ניתן למצוא את התדירות שעבורה תתקבל המשרעת המקסימלית, הנקראת ״תדירות עצמית״. בתדירות הזו, כיוון שהכוח המאלץ נע בתדירות העצמית של המתנד, התנועות אינן נהרסות ולכן המשרעת נבנית כפונקציה של הזמן(בדומה לניסוי מס׳ 6).
התדירות שעבורה תתקבל המשרעת המקסימלית :

$$(4)\ \omega_{\max} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2\tau^2}}$$

בתדירות זו תתקבל משרעת מקסימלית :

$$x_{\max} = \frac{F_0}{m\tau}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2\tau^2}}$$

כאמור, המשרעת המקסימלית תתקבל עבור תדירות מסוימת, שהיא התדירות העצמית. ככל שהעגלה המאלצת תעלה בתדירות, מהתדירות העצמית, תתקבל משרעת קטנה יותר. באופן דומה, תנועה בתדירות נמוכה מהתדירות העצמית, תתקבל תנועה בעלת משרעת נמוכה יותר. כוח מרסן גדול יותר(חיכוך גדול יותר) ינמיך את גובה העקומה(המשרעת המקסימלית) וניתן לראות זאת ישירות מהמשוואה למשרעת המקסימלית (משוואה מס׳ (4)).
רוחב העקומה מוגדר כהפרש בין שתי התדירויות (האחת מעל לתדירות העצמית והשנייה מתחת) שבו המשרעת מונחתת ל- $1/\sqrt{2}$ מערכה המקסימלי.

2 תשובות לשאלות ההכנה

1. הוכח את הביטויים המתקבלים במשוואה (4), עבור תדירות שיא, גובה השיא ורוחב העקומה.
2. הראו כי הביטוי עבור המשרעת ניתן לכתיבה ב :

$$x=\frac{F_0Q}{m\omega_0\omega}\left(1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^{-1/2}$$

3. הוכח כי : $Q=\omega_0/\Delta\omega$.
4. חשב עבור $\omega<\omega_0$, $\omega=\omega_0$, ו- $\omega>\omega_0$ את הערכים של ס ושל Ø. עבור F_0 נתון בהצבת ערכי τ ו-m שהתקבלו בניסוי 5.
5. צייר איכותית את x(ω) ואת $\phi(\omega)$.

2.א.1 תדירות שיא, גובה השיא ורוחב העקומה

משוואה (4) :

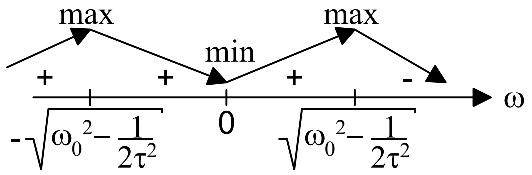
$$x(\omega)=\frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2+\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)^2}}=\frac{F_0}{m}\left(\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2+\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

נגזור לפי ω, ונשווה ל-0 :

$$\dot{x}(\omega)=-\frac{F_0}{m}\frac{1}{\cancel{2}}\left(\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2+\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\left[\cancel{2}\left(\frac{\omega}{\tau}\right)\frac{1}{\tau}+\cancel{2}\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)(-2\omega)\right]=0$$

$$-\left(-......\right)^{-\frac{3}{2}}\left[\omega\left(2\omega^2-2\omega_0^2+\frac{1}{\tau^2}\right)\right]=0$$

הסימנים של הנגזרת הראשונה :



נציב במשוואה (4) :

$$x_{\max}=\frac{F_0}{m}\left(\frac{\omega_0^2-\frac{1}{2\tau^2}}{\tau^2}+\left(\omega_0{}^2-\omega_0^2+\frac{1}{4\tau^2}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}=\frac{F_0}{m}\left(\frac{\omega_0^2}{\tau^2}-\frac{1}{2\tau^4}+\frac{1}{4\tau^4}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$x_{\max}=\frac{F_0\tau}{m}\frac{1}{\sqrt{\omega_0^2-\frac{1}{4\tau^2}}}$$

2.א.2 הביטוי השונה עבור המשרעת

$$x=\frac{F_0Q}{m\omega_0\omega}\left(1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^{-1/2}=\frac{F_0Q}{m\omega_0\omega}\left(1+Q^2\left(\frac{{\omega_0}^2-\omega^2}{\omega\omega_0}\right)^2\right)^{-1/2}=$$

$$=\frac{F_0Q}{m\omega_0\omega}\left(1+\frac{Q^2}{{\omega_0}^2\omega^2}\left({\omega_0}^2-\omega^2\right)^2\right)^{-1/2}=\frac{F_0Q}{m\omega_0\omega}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{Q^2}{{\omega_0}^2\omega^2}\left({\omega_0}^2-\omega^2\right)^2}}=$$

$$=\frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{\frac{Q^2}{{\omega_0}^2\omega^2}+\left({\omega_0}^2-\omega^2\right)^2}}\underbrace{=}_{Q=\omega_0\tau}\frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{\frac{\tau^2}{\omega^2}+\left({\omega_0}^2-\omega^2\right)^2}}\Rightarrow(2)$$

3.א.2 מקדם האיכות

כיוון ש- $\Delta\omega=1/\tau$ אז :

$$Q=\omega_0\tau=\frac{\omega_0}{1/\tau}=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

4.א.2 השתנות המשרעת והפרש המופע לפי ω

<u>$\omega_0=\omega$:</u>

$$x=\frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0}{\tau}\right)^2}}=\frac{F_0\tau}{m\omega_0}\quad;\quad\phi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\tau(\omega^2-{\omega_0}^2)}\right)=\tan^{-1}(\infty)\xrightarrow{\omega\to\pm\omega_0}\pi/2$$

<u>עבור $\omega<\omega_0$:</u>

$$x=\frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2+\left({\omega_0}^2-\omega^2\right)^2}}\underset{\text{הקטנת-מכנה}}{<}\frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0}{\tau}\right)^2}}=\frac{F_0\tau}{m\omega_0}\quad;\ \phi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\tau(\omega^2-{\omega_0}^2)}\right)$$

קל לראות כי הביטוי עבור הזווית הוא ביטוי שלילי, ולכן הזווית תהיה בין $0<\phi<\pi/2$.

<u>עבור $\omega>\omega_0$:</u> הביטוי עבור המשרעת מתנהג בדומה למקרה הקודם, כלומר המשרעת קטנה ככל ש- ω גדלה מעבר לתדירות העצמית.

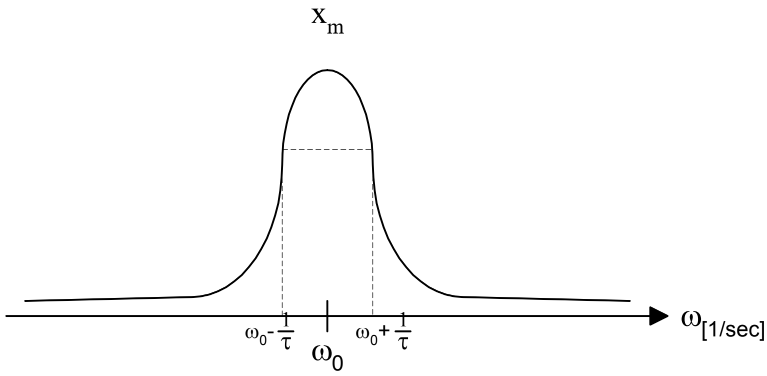
הזווית לעומת זאת, כיוון שהביטוי נעשה חיובי, תהיה בין $\pi/2<\phi<\pi$.

5.א.2 זווית הפרש המופע והמשרעת

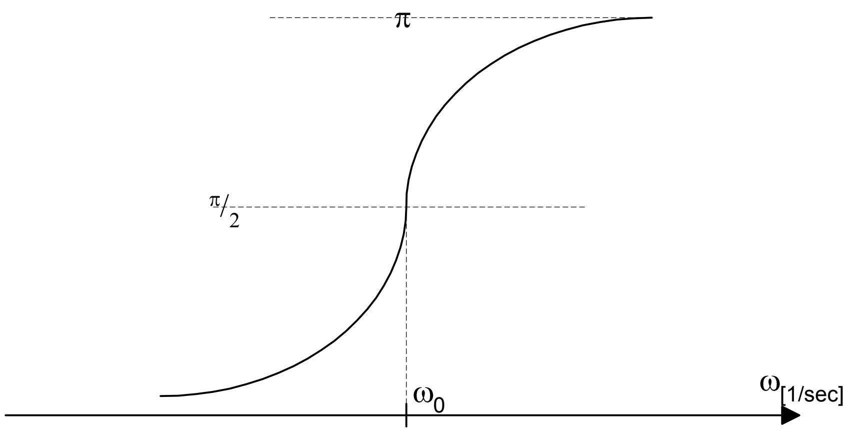
כאמור, זווית הפרש המופע בין העגלה המאלצת לבין המתנד, תהיה $0 < \phi < \pi$.
בקרבת התדירות העצמית מימין ומשמאל הזווית תהיה קרובה מאד ל- $\pi / 2$. וככל שהתדירות מתרחקת מהתדירות העצמית, הפרש המופע קטן.

המקסימום עבור המשרעת יתקבל בתדירות התהודה, וככל שתדירות העגלה המאלצת תרד, או תעלה בתדירות מערך זה, התנועה תהרוס את תנודות המתנד, וערך המשרעת המתקבלת ירד.
את הגרפים הצפויים עבור המשרעת והזווית ניתן לראות באיורים 1 ו-2, בהתאמה.

איור מס׳ 1



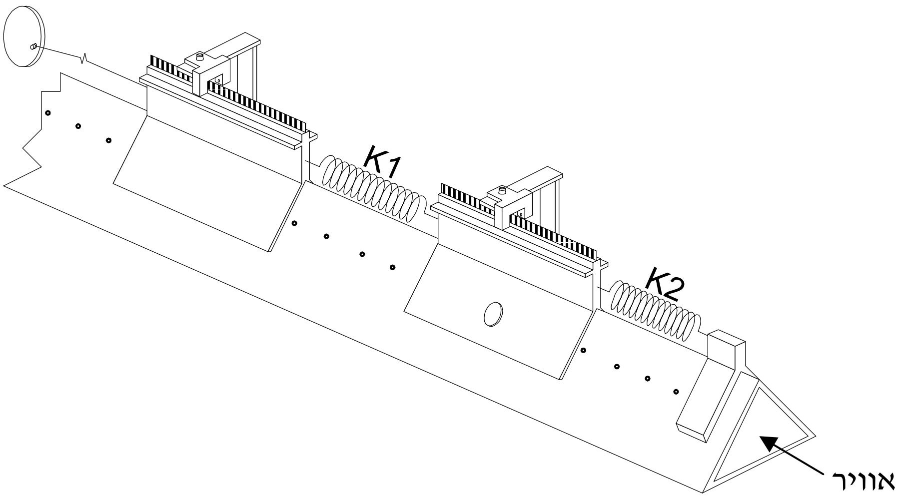
איור מס׳ 2



3 תאור הניסוי

בחלק זה של הניסוי תחקר תנועתו של מתנד מאולץ כאשר הפעם, שלא כמו בניסוי הקודם, מורכבים שני מגנטים משני צידי העגלה. ההתנגדות לתנועה נובעת מה״חיכוך״ המגנטי שנוצר וחיכוך זה, יחסי למהירות. המערכת מתוארת באיור מס׳ 3.

איור מס׳ 3



על פי הקונפיגורציה הזו, תנועת העגלה המאלצת(בין K1 למנוע) תתקבל בגלאי אחד ותנועתה של השניה(העגלה בין שני הקפיצים, זו עם המגנטים), שהיא העגלה המאולצת, תתקבל בגלאי השני. מהשוואת התנודות של שתי העגלות תאפשר לחקור את יחסי המשרעות ואת הפרשי המופע בינהן.

4 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

הגרפים עבור המשרעת כפונקציה של התדירות של העגלה המאלצת וזווית הפרש המופע נתונים בסעיף 5.א.2 .

כאשר תדירות הכוח המאלץ תהיה בתדירות העצמית של המערכת, המשרעת של העגלה המאולצת תהיה מקסימלית.

הריסון (כוח החיכוך) של התנועה מקטין את גובה העמודה המתקבלת בתדירות העצמית.

סמוך מאד לתדירות העצמית הפרש המופע יהיה $\pi/2$, בתלות אם מימין או משמאל לתדירות העצמית.

מגיש : פיכמן מרק 031987787 31.12.2001
מעבדה לפיסיקה 1מ׳, חורף תשס״ב
עמדה מס׳ 14

דו״ח תיאורטי מכין מס׳ 8

שם הניסוי : תנועה סיבובית ותנע זוויתי
מטרת הניסוי :
5. מדידת מומנט התמד
6. בדיקת חוק שימור התנע במערכות שונות

1 תיאוריה

במערכת המסתובבת בזווית סיבוב θ ניתן לחשב ע״י שימוש בחוק השני של ניוטון את מומנט הסיבוב (I הוא מומנט ההתמד) :

$$(1) N = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

המהירות הזוויתית היא $\omega = {}^{d\theta}\!/_{dt}$ והתנע הזוויתי הוא :

$$(2) J = I\omega$$

כאשר גוף בעל תנע זוויתי $I_0\omega_0$ מתנגש התנגשות פלסטית בגוף אחר הנמצא במנוחה ובעל מומנט התמד I_1 אז ניתן לכתוב את חוק שימור התנע הזוויתי (ω_f המהירות הזוויתית המשותפת לאחר ההתנגשות) :

$$(3) I_0\omega_0 = (I_0 + I_1)\omega_f$$

2 תשובות לשאלות ההכנה

1. גוף מסתובב בתאוצה זוויתית קבועה α. בזמן $t=0$, זווית הגוף היא θ_0 והמהירות הזוויתית שלו היא ω_0. מצאו ביטוי לזווית כפונקציה של הזמן. יש לשרטט גרפים איכותיים של התאוצה הזוויתית, המהירות הזוויתית והזווית כפונקציה של הזמן. מהוא השם המתמטי של העקומה המתארת את הזווית כפונקציה של המזמן?
2. מהוא מומנט ההתמד של כדור בעל מסה m ורדיוס r, יחסית לציר הנמצא במרחק L ממרכזו?
3. נניח שהכדור בשאלה 2 נע במהירות קווית V, מהוא התנע הזוויתי שלו יחסית לציר הנמצא במרחק L ממרכזו?
4. נתונה המערכת המתוארת באיור מס׳ 4, כך שמשקולת בעלת מסה m תלויה בחוט המלופף סביב דיסקה ברדיוס r. רשמו ביטוי למומנט הסיבוב המופעל על הדיסקה, תוך שימוש בגדלים הנתונים.

2.א.1 תאוצה זוויתית קבועה

נתון כי $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ ולכן ניתן לחשב את המהירות הזוויתית כפונקצית הזמן :

$$\frac{d\theta}{dt} = \int \alpha dt = \alpha t + B$$

נתון כי בזמן $t = 0$, המהירות הזוויתית שלו היא ω_0, ולכן :

$$\frac{d\theta}{dt} = \alpha t + \omega_0$$

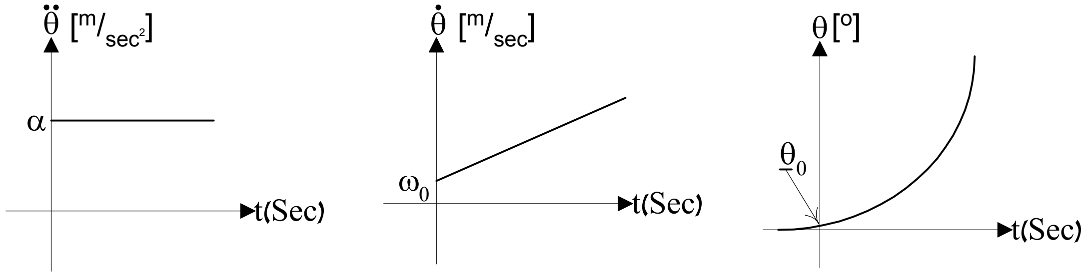
ניתן לראות כי המהירות הזוויתית מתנהגת כמשוואה מסדר ראשון(קו ליניארי) אשר חוצה בזמן t=0 את ציר המהירות במהירות ω_0 (ראה איור מס' 2).

מכאן נוכל לחשב את משוואת הזווית כפונקצית הזמן, ולאחר שנציב את תנאי ההתחלה שוב נקבל ש :

$$\theta = \int \alpha t + \omega_0 = \frac{\alpha t^2}{2} + \omega_0 t + \theta_0$$

פונקציה זו היא משוואה מסדר שני, או פרבולה(ראה איור מס' 3).

איור מס' 3 איור מס' 2 איור מס' 1



2.א.2 מומנט ההתמד

נדמיין כי המסה m מורכבת מהרבה גופים נקודתיים, ולכן יחסית לציר הסיבוב מומנט ההתמד יהיה :

$$I = \sum m_i \left[\hat{\omega} \times (\vec{r}_i)\right]^2 = \sum m_i \vec{R}_{cm}^{\ 2} = mL^2$$

2.א.3 התנע הזוויתי

התנע הזוויתי של הגוף ביחס לנקודה מוגדר כ :

$$\vec{J} = \vec{R} \times \vec{P}$$

ובדוגמה שלנו(הזווית בין וקטור התנע לווקטור המקום היא זווית ישרה :

$$\vec{J} = \vec{R} \times (m\vec{v}) = mLv\sin(90) = mLv$$

2.א.4 מומנט הסיבוב על דיסקה

המומנט המופעל על הדיסקה הוא מכפלה סקלארית של וקטור הכוח בווקטור המקום, כיוון שהזווית במקרה זה היא זווית ישרה:

$$N = \vec{F} \times \vec{R} = mgr$$

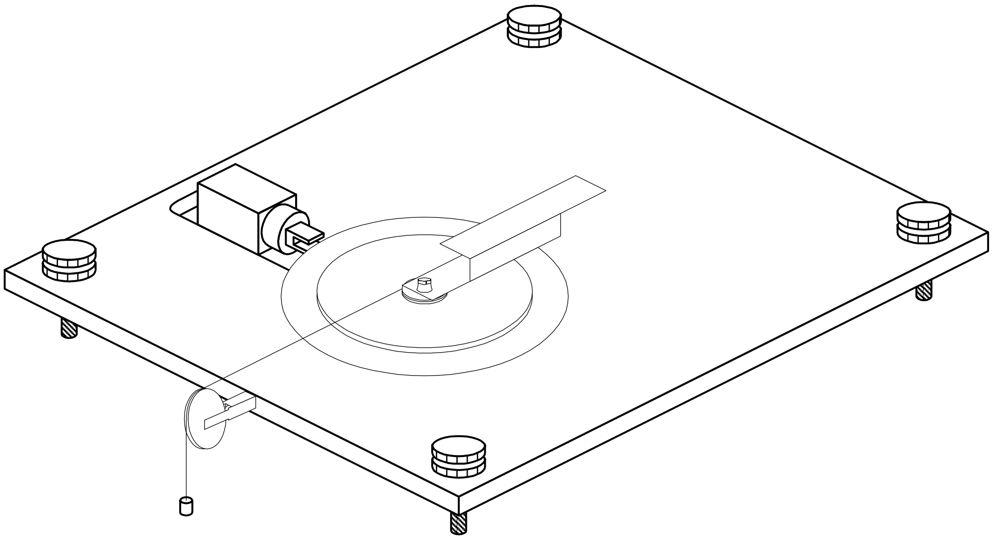
3 תאור הניסוי

הניסוי נחלק לשני חלקים עיקריים. בחלק הראשון תחקר התאוצה הזוויתית של הדיסקה והכדור יחד. ובחלק השני תחקר התנגשות פלסטית של הכדור עם הדיסקה.

תאוצה זוויתית

מטרת חלק זה היא מציאת התאוצה הזוויתית כאשר פועל כוח קבוע (משקולת, ראה איור 4) על הדיסקה. את הכדור יש למקם בדיוק במקום בו הוא ימצא עקב התנגשות פלסטית. על כן, יש למקם ראשית את המסילה ולבצע התנגשות, ולאחר מכן להסיר את המסילה. יש לבצע את מדידת התאוצה עבור 5 עומסים שונים במשקולת.

איור מס' 4

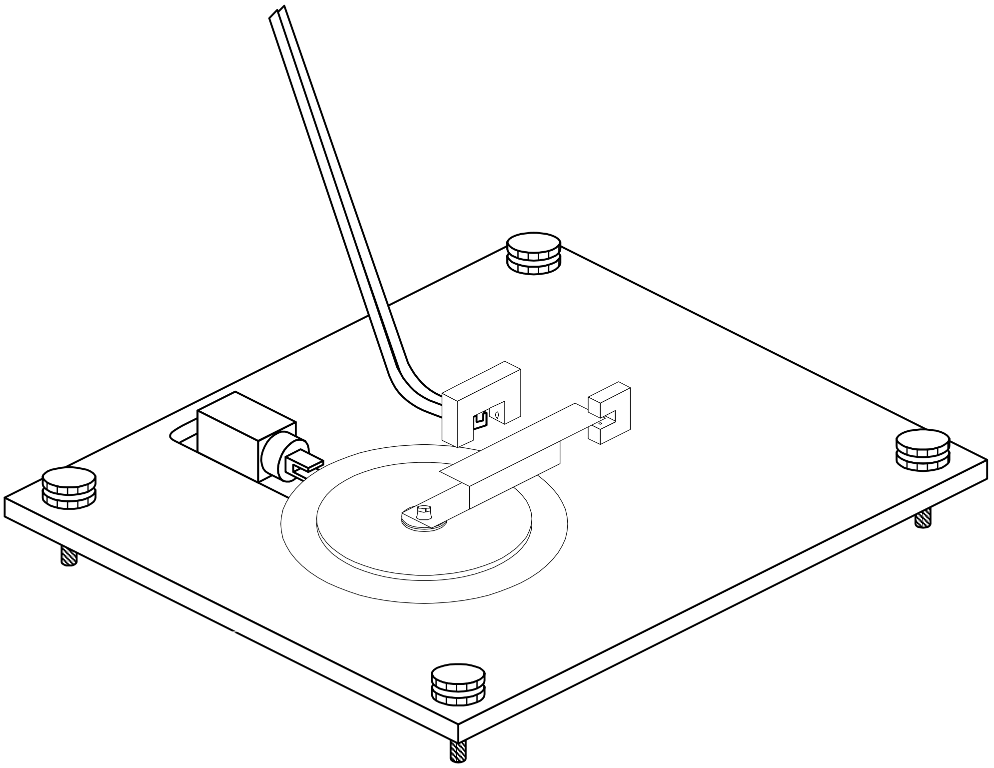


תחילה יש לבצע כיול (בדומה לניסוי מס' 3) עבור הגלאי.

התנגשות

יש להרכיב את המסילה, ולבצע כ- 20 עד 30 התנגשויות מגבהים שונים. הקובץ שיווצר יכיל את זמני חסימת מסלול הקרן בגאלי האופטי הראשון וזמן חסימת הקרן בגאלי האופטי השני.
הקונפיגורציה מתוארת באיור מס' 5.

איור מס׳ 5



4 גרפים איכותיים ותוצאות צפויות

הגרפים הצפויים הם הגרפים אשר התקבלו בשאלות ההכנה (ראה סעיף 2.א.1).
גרף התאוצה הזוויתית כפונקצית הזמן יהיה קו ישר בעל ערך קבוע שאינו משתנה בזמן (איור מס׳ 1).
גרף הזווית כפונקצית הזמן (איור מס׳ 2) יהיה ליניארי, כאשר השיפוע בו יהיה התאוצה, ובזמן t=0 הוא חותך את ציר המהירות במהירות ω_0.

גרף הזווית כפונקצית הזמן יראה כפרבולה אשר בזמן הוא חותך את ציר הזווית בזווית θ_0 (ראה איור מס׳ 3).
יש לשים לב כי כאשר מבצעים את החלק הראשון(איור מס׳ 4), הכדור ימצא בדיוק בנקודה שבה הוא ימצא לאחר ההתנגשות הפלסטית. על מנת לבצע זאת כראוי יש להרכיב את המסילה ו"לשתול" אותו במקום הנכון על ידי התנגשות. לאחר שהוא נמצא בתוך הלשונית, ניתן לפרק את המסילה ולבצע את המדידות.
יש לשים לב גם שהמשקולת לא תהיה כבדה מדי, כי בתאוצה גדולה הכוח המדומה עלול להתגבר על כוח החיכוך, ולחלוץ את הכדור ממקומו בזמן המדידות עצמן.
תאוצה גדולה עלולה גם להביא את המשקולת לרצפה בטרם עת, ובמקרה זה הדיסקה עם הכדור לא תאיץ יותר.