

$$1. \text{ המשוואה: } xu_x + yu_y = u + xy, \quad x, y > 0.$$

$$\text{א. פתרון כללי: } u = xy + xf\left(\frac{y}{x}\right)$$

ב. עבור תנאי ההתחלה $u(x, x) = x^2$ יש אינסוף פתרונות. כל f שמקיימת $f(1) = 0$ מתאימה.

$$\text{ג. שני פתרונות לדוגמא: } u_1 = xy + x - \frac{x^2}{y}, \quad u_2 = xy - x + \frac{x^2}{y}$$

$$2. \text{ המשוואה: } x^2u_{xx} - 2xyu_{xy} + y^2u_{yy} + xu_x + yu_y = 0.$$

א. סוג המשוואה: $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ - פרבולית

ב. צורה קנונית: $tw_t + w_t = 0$

ג. פתרון בתחום $x > 0$: $u = f(xy) \ln x + g(xy)$

$$3. \text{ הבעיה: } u(x, 0) = \sin 2x, \quad u_t(x, 0) = \cos 2x, \quad u_{tt} - 4u_{xx} = 0, \quad -\infty < x < \infty, t > 0,$$

$$\text{גל מתקדם: } F(x - 2t) = \frac{3}{8} \sin[2(x - 2t)]$$

$$\text{גל נסוג: } G(x + 2t) = \frac{5}{8} \sin[2(x + 2t)]$$