מאזן מאסה

אינטגרלי :

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_{c.v.}\rho dv+\oiint_{c.s.}\rho\vec{V}d\vec{A}=0$$

דיפרנציאלי (משוואת הרציפות)

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho+\rho\vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0$$

משוואת המומנטום:

האינטגרלית

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_{c.v.}\rho\vec{V}dv+\oiint_{c.s.}\rho\vec{V}\left(\vec{V}\cdot d\vec{A}\right)=\sum\vec{F}$$

הדיפרנציאלית :

קור׳ קרטזיות :

$$\begin{cases}\left(\hat{i}\right)\rho\dfrac{du}{dt}=\rho\left[\dfrac{\partial u}{\partial t}+u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}+w\dfrac{\partial u}{\partial z}\right]=\sum f_x=-\dfrac{\partial P}{\partial x}\\ \left(\hat{j}\right)\rho\dfrac{dv}{dt}=\rho\left[\dfrac{\partial v}{\partial t}+u\dfrac{\partial v}{\partial x}+v\dfrac{\partial v}{\partial y}+w\dfrac{\partial v}{\partial z}\right]=\sum f_y=-\dfrac{\partial P}{\partial y}\\ \left(\hat{k}\right)\rho\dfrac{dw}{dt}=\rho\left[\dfrac{\partial w}{\partial t}+u\dfrac{\partial w}{\partial x}+v\dfrac{\partial w}{\partial y}+w\dfrac{\partial w}{\partial z}\right]=\sum f_z=-\dfrac{\partial P}{\partial z}-\rho g_z\end{cases}$$

קור׳ פולריות :

$$\begin{cases}\left(\hat{e}_r\right)\rho\left[\dfrac{\partial V_r}{\partial t}+V_r\dfrac{\partial V_r}{\partial r}+\dfrac{V_\theta}{r}\dfrac{\partial V_r}{\partial\theta}+V_z\dfrac{\partial V_r}{\partial z}-\dfrac{V_\theta^2}{r}\right]=\sum f_r=-\dfrac{\partial P}{\partial r}+\rho g_r\\ \left(\hat{e}_\theta\right)\rho\left[\dfrac{\partial V_\theta}{\partial t}+V_r\dfrac{\partial V_\theta}{\partial r}+\dfrac{V_\theta}{r}\dfrac{\partial V_\theta}{\partial\theta}+V_z\dfrac{\partial V_\theta}{\partial z}+\dfrac{V_rV_\theta}{r}\right]=\sum f_\theta=-\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial P}{\partial\theta}+\rho g_\theta\\ \left(\hat{k}\right)\rho\left[\dfrac{\partial V_z}{\partial t}+V_r\dfrac{\partial V_z}{\partial r}+\dfrac{V_\theta}{r}\dfrac{\partial V_z}{\partial\theta}+V_z\dfrac{\partial V_z}{\partial z}\right]=\sum f_z=-\dfrac{\partial P}{\partial z}+\rho g_z\end{cases}$$

משוואת אוילר

$$\rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\rho\left(\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{V}=\sum\vec{F}=-\nabla P-\rho g_z\hat{k}$$

משוואת ברנולי: (עבור בלד״ח תמידית בכל קו זרימה בנפרד, אם הזרימה אי-רוטציונית אזי נכון לכל שדה הזרימה)

$$\frac{1}{2}V^2+\int\frac{dP}{\rho}+g\cdot z=Const.$$

עבור קו זרם :

$$\frac{1}{2}\rho V^2+P+\rho g\cdot z=Const$$

נגזרת מלווה / דיפרנציאל שלם:

(שינוי תכונה במרחב ובזמן)

$$\frac{Df}{Dt}=\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla f$$

בדיקת שדה פיזיקלי :

(= בדיקה האם השדה מקיים את משוואת הרציפות)

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

בדיקת רוטציוניות:

$$\vec{\nabla}\times\vec{V}=0?$$

קרטזיות :

$$\vec{\nabla}\times\vec{V}=\hat{i}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\hat{j}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\hat{k}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

פולריות :

$$\vec{\nabla}\times\vec{V}=\hat{e}_r\left(\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\theta}-\frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right)+\hat{e}_\theta\left(\frac{\partial V_r}{\partial z}-\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)+\hat{k}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(rV_\theta\right)}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial\theta}\right)$$

פונקציית זרם:

קרטזיות :

$$\begin{cases} u\triangleq\dfrac{\partial\Psi}{\partial y} \\ v\triangleq-\dfrac{\partial\Psi}{\partial x}\end{cases}$$

פולריות :

$$\begin{cases} V_r\triangleq\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Psi}{\partial\theta} \\ V_\theta\triangleq-\dfrac{\partial\Psi}{\partial r}\end{cases}$$

פונקציית פוטנציאל (לזרימה אי רוטציונית בלבד)

קרטזיות :

$$\begin{cases} u\triangleq\dfrac{\partial\phi}{\partial x} \\ v\triangleq\dfrac{\partial\phi}{\partial y}\end{cases}$$

פולריות :

$$\begin{cases} V_r\triangleq\dfrac{\partial\phi}{\partial r} \\ V_\theta\triangleq\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\phi}{\partial\theta}\end{cases}$$