

אנטנות וקרינה

משוואת מקסוול

רישום זמני	רישום פאזורי
$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{J}_m$	$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} - \vec{J}_m$
$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$	$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J}$
$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$
$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m$	$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m$

משוואות הרציפות

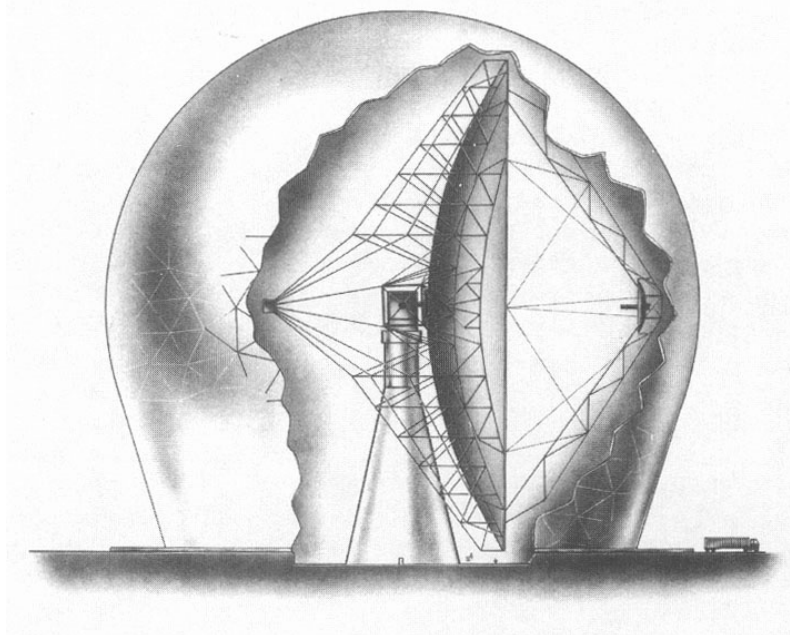
רישום זמני	רישום פאזורי
$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$	$\nabla \cdot \vec{J} = -j\omega \rho$
$\nabla \cdot \vec{J}_m = -\frac{\partial \rho_m}{\partial t}$	$\nabla \cdot \vec{J}_m = -j\omega \rho_m$

קשרים בין השדה לאינדוקציה בחומר לינארי, איזוטרופי והומוגני

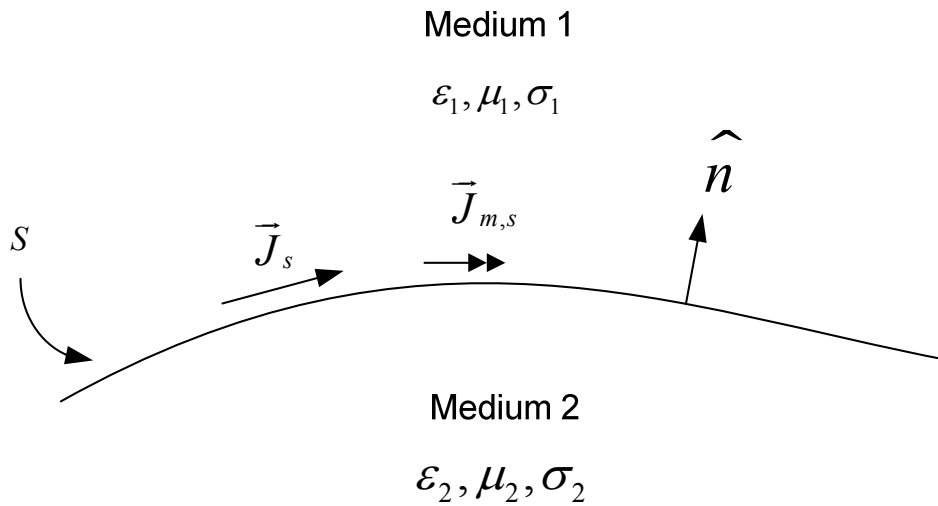
$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$



מחבר: בוריס קימלמן



necessary and sufficient
$$\begin{cases} \hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = -\vec{J}_{m,s} \\ \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = -\vec{J}_s \end{cases}$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = \rho_{m,s}$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{J}_1 - \vec{J}_2) + \nabla_T \cdot \vec{J}_s = -j\omega\rho_s$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{J}_{m,1} - \vec{J}_{m,2}) + \nabla_T \cdot \vec{J}_{m,s} = -j\omega\rho_{m,s}$$

כאשר תווך 2 הוא מוליך מושלם:

each alone necessary and sufficient
$$\begin{cases} \hat{n} \times \vec{E}_1 = 0 \\ \hat{n} \times \vec{H}_1 = \vec{J}_s \end{cases}$$

$$\hat{n} \cdot \vec{D}_1 = \rho_s$$

$$\hat{n} \cdot \vec{B}_1 = 0$$

$$\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} \rho_s + j\omega\rho_s = -\nabla_T \cdot \vec{J}_s$$

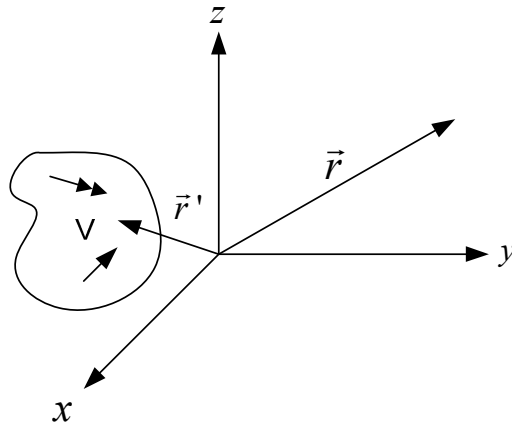
שקילות של זרמים

ניתן להחליף ייצוג מקורות על ידי זרמים מגנטיים בייצוג על ידי זרמים חשמליים ולהיפך כאשר:

$$\vec{J}_e = \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \vec{J}_m$$

$$\vec{J}_m = -\frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \times \vec{J}_e$$

$$(\nabla \cdot \vec{A}_e = -j\omega\epsilon\mu\phi)$$



\vec{r} - נקודת ההתבוננות, \vec{r}' - נקודת המקור, V - הנפח המכיל את המקורות.

פוטנציאל חשמלי וקטורי	פוטנציאל מגנטי וקטורי	משוואת הלמהולץ
$\nabla^2 \vec{A}_m + k^2 \vec{A}_m = -\epsilon \vec{J}_m$	$\nabla^2 \vec{A}_e + k^2 \vec{A}_e = -\mu \vec{J}$	משוואת הלמהולץ
$\vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{A}_m$ $\vec{H} = \vec{E} = -j\omega \vec{A}_m + \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}_m)$	$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}_e$ $\vec{E} = -j\omega \vec{A}_e - \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}_e)$	גזירת השדות מהפוטנציאל
$\vec{A}_m = \frac{\epsilon}{4\pi} \int_V \vec{J}_m(\vec{r}') \frac{e^{-jk \vec{r}-\vec{r}' }}{ \vec{r}-\vec{r}' } dv'$	$\vec{A}_e = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk \vec{r}-\vec{r}' }}{ \vec{r}-\vec{r}' } dv'$	פתרון משוואת הלמהולץ

בנוכחות מקורות משני הסוגים השדה מתקבל על ידי סופרפוזיציה:

$$\vec{E} = -j\omega \left[\vec{A}_e + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}_e) \right] - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{A}_m$$

$$\vec{H} = -j\omega \left[\vec{A}_m + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}_m) \right] + \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}_e$$

עקרון הדואליות

מציאת נוסחא עבור גודל אחד מתוך נוסחא עבור גודל אחר על ידי החלפת סימונים:

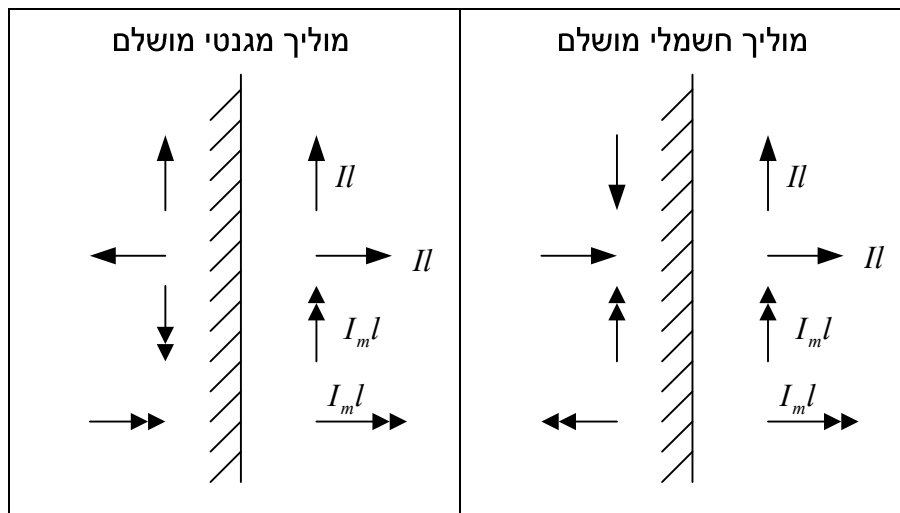
$$\vec{A}_e(\vec{r}) \leftrightarrow \vec{A}_m(\vec{r})$$

$$\mu \leftrightarrow \epsilon$$

$$\eta \leftrightarrow \frac{1}{\eta}$$

$$\vec{E} \rightarrow \vec{H}$$

$$\vec{H} \rightarrow -\vec{E}$$



תנאי הקרינה

השדה באינסוף נושא אנרגיה מהמקורות והלאה (אין אנרגיה שנכנסת מאינסוף).

$$\lim_{r \rightarrow \infty} |r \vec{E}| < \infty, \lim_{r \rightarrow \infty} |r \vec{H}| < \infty$$

and

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[r \left(\hat{r} \times \vec{H} + \frac{1}{\eta} \vec{E} \right) \right] = 0$$

and

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[r \left(\hat{r} \times \vec{E} + \eta \vec{H} \right) \right] = 0$$

משפט פוינטינג

$$P_s^c = P^c + P_d + j2\omega(W_m - W_e)$$

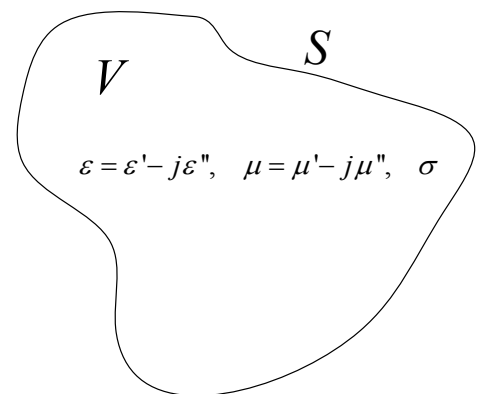
$$P_s^c = -\frac{1}{2} \iiint_V (\vec{E} \cdot \vec{J}^* + \vec{H} \cdot \vec{J}_m^*) dv, \text{ total power supplied}$$

$$P^c = \iint_S \vec{S} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} \iint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{s} \quad \vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^*, \text{ power leaving } V$$

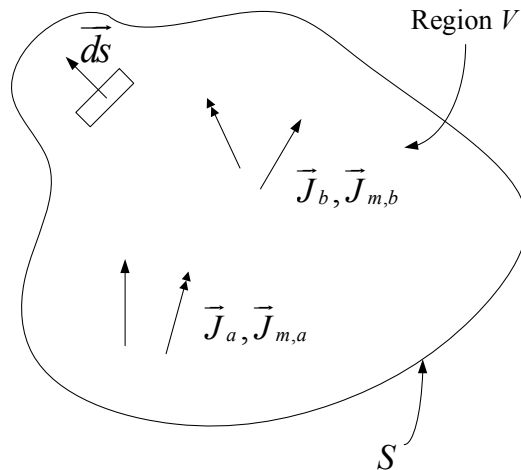
$$P_d = \frac{1}{2} \iiint_V [(\omega \epsilon'' + \sigma) |\vec{E}|^2 + \omega \mu'' |\vec{H}|^2], \text{ power dissipated}$$

$$W_e = \frac{1}{4} \iiint_V \epsilon' |\vec{E}|^2 dv, \text{ stored electric energy}$$

$$W_m = \frac{1}{4} \iiint_V \mu' |\vec{H}|^2 dv, \text{ stored magnetic energy}$$



תגובת המערכת לא משתנה אם מחליפים בין המקורות לנקודת ההתבוננות. קושרת בין תגובה במקור אחד למקור שני לתגובה במקור השני למקור הראשון.



\vec{E}_b, \vec{H}_b יוצרים את $\vec{J}_b, \vec{J}_{m,b}$, \vec{E}_a, \vec{H}_a יוצרים את $\vec{J}_a, \vec{J}_{m,a}$.

הנפח V עשוי להכיל את שתי קבוצות המקורות, אחת מהן, או אף אחת מהן.

הצורה הכללית:

$$-\iint_S (\vec{E}_a \times \vec{H}_b - \vec{E}_b \times \vec{H}_a) \cdot d\vec{s} = \iiint_V (\vec{E}_a \cdot \vec{J}_b - \vec{H}_a \cdot \vec{J}_{m,b} - \vec{E}_b \cdot \vec{J}_a + \vec{H}_b \cdot \vec{J}_{m,a}) dv$$

מקרים פרטיים:

1. התווך V חסר מקורות או שהוא מכיל את כל מקורות השדה (משפט ההדדיות של לורנץ):

$$\iint_S (\vec{E}_a \times \vec{H}_b - \vec{E}_b \times \vec{H}_a) \cdot d\vec{s} = 0$$

2. התווך V הוא כדור ברדיוס $r \rightarrow \infty$:

$$\iiint_{V_\infty} (\vec{E}_a \cdot \vec{J}_b - \vec{H}_a \cdot \vec{J}_{m,b}) dv = \iiint_{V_\infty} (\vec{E}_b \cdot \vec{J}_a - \vec{H}_b \cdot \vec{J}_{m,a}) dv$$

3. התווך V הוא בעל נפח סופי שעבורו מתקיים:

$$\iint_S (\vec{E}_a \times \vec{H}_b - \vec{E}_b \times \vec{H}_a) \cdot d\vec{s} = 0$$

למשל אזור שתחום על ידי מוליך מושלם או משטח שמאופיין על ידי התנגדות משטחית Z_m

כך שמתקיים $\vec{E}_t = -Z_m \hat{n} \times \vec{H}$ או $\hat{n} \times \vec{E} = -Z_m \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H})$. אזי:

$$\iiint_V (\vec{E}_a \cdot \vec{J}_b - \vec{H}_a \cdot \vec{J}_{m,b}) dv = \iiint_V (\vec{E}_b \cdot \vec{J}_a - \vec{H}_b \cdot \vec{J}_{m,a}) dv$$

הערה: בכל המקרים הנ"ל האינטגרל המשטחי באגף שמאל מתאפס.

קירוב השדה הרחוק
הקירוב תקף כאשר:

$$|r| \ll \lambda \text{ for } L \leq \lambda$$

$$|r| \ll \frac{L^2}{\lambda} \text{ for } L \geq \lambda$$

כאשר L הוא מימד אופייני של המערכת.

קירוב פונקצית גרין:

מקרבים על ידי r באמפליטודה וכן $|\vec{r} - \vec{r}'| \approx r - \hat{r} \cdot \vec{r}'$ בפאזה.

$$\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-jk\hat{r}\cdot\vec{r}'}$$

$$\nabla \rightarrow -jk\hat{r}$$

לכן:

$$\vec{A}_e \approx \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \int_V \vec{J}(\vec{r}') e^{-jk\hat{r}\cdot\vec{r}'} dv'$$

$$\vec{A}_m \approx \varepsilon \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \int_V \vec{J}_m(\vec{r}') e^{-jk\hat{r}\cdot\vec{r}'} dv'$$

השדות נתונים על ידי:

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A}_{et} + j\omega\eta(\hat{r} \times \vec{A}_{mt})$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta}(\hat{r} \times \vec{E})$$

$$\vec{A}_{et} = \vec{A}_e - \hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{A}_e) = A_\theta^e \hat{\theta} + A_\phi^e \hat{\phi}$$

$$\vec{A}_{mt} = \vec{A}_m - \hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{A}_m) = A_\theta^m \hat{\theta} + A_\phi^m \hat{\phi}$$

עבור שדה קרינה רחוק הנובע ממטענים חשמליים	עבור שדה קרינה רחוק הנובע ממטענים חשמליים
$\vec{H} = -j\omega(A_\theta^m \hat{\theta} + A_\phi^m \hat{\phi})$	$\vec{E} = -j\omega(A_\theta^e \hat{\theta} + A_\phi^e \hat{\phi})$
$\vec{E} = j\omega\eta(-A_\theta^m \hat{\theta} + A_\phi^m \hat{\phi})$	$\vec{H} = -\frac{j\omega}{\eta}(-A_\theta^e \hat{\theta} + A_\phi^e \hat{\phi})$

השדות הם TEM בצורה מקומית:

$$\vec{E} \cdot \vec{H} = 0, \quad \vec{E} \cdot \vec{r} = 0, \quad \vec{H} \cdot \vec{r} = 0$$

$$E_{\text{eff}} = H_{\text{eff}} = 0 \quad H_{\theta\text{eff}} = \frac{-E_{\phi\text{eff}}}{\eta} \quad H_{\phi\text{eff}} = \frac{E_{\theta\text{eff}}}{\eta}$$

וקטור פוינטינג:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* = \frac{1}{2\eta} |\vec{E}|^2 \hat{r}$$

פרמטרי האנטנה

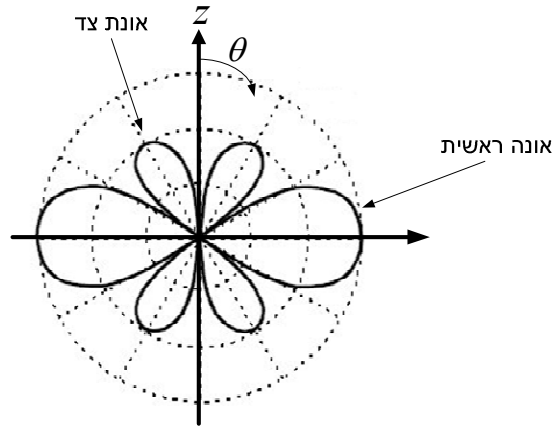
עקום קרינה

מתאר את העוצמה היחסית של השדה או של ההספק בזווית ההתבוננות הרצויה בשידור, ואת יכולת איסוף ההספק של האנטנה בזווית ההתבוננות הרצויה בקליטה. עקומי קליטה ושידור הינם זהים.

$$F(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}|_{\max}} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{|\vec{H}|}{|\vec{H}|_{\max}}$$

$$P(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{|\vec{S}|}{|\vec{S}|_{\max}} = F^2(\theta, \phi)$$

ביחידות dB שני העקומים זהים (הספק: $10 \log_{10}$, שדה: $20 \log_{10}$).



רוחב אלומה

הרוחב הזוויתי בין הכיוונים בהם יורד ההספק למחצית ערכו המירבי. פותרים את המשוואה:

$$F(\theta) = \max_{\theta} \frac{F(\theta)}{\sqrt{2}}$$

ומקבלים שני פתרונות: θ_1, θ_2 . רוחב האלומה הוא $BW = |\theta_1 - \theta_2|$.

צפיפות הספק קרינה

ממוצע זמני של וקטור פוינטינג

$$\vec{w}_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*]$$

הספק כולל נקרן

$$P_r = \iint_{S_\infty} \vec{w}_{av} \cdot \hat{n} ds = \iint_{S_\infty} \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \hat{n} ds$$

הספק קרינה ליחידת זווית מרחבית

$$U = r^2 w_{av}$$

ההספק הנקרן לזווית מרחבית אילו היה משודר איזוטרופית:

$$U_0 = \frac{P_r}{4\pi}$$

כיווניות

מודד את יכולת האנטנה לרכז אנרגיה בכיוון מסויים.

$$D(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{|\bar{S}(r, \theta, \phi)|}{\frac{P_r}{4\pi r^2}} \right)$$

$$D_M = D_0 = D(\theta, \phi)|_{\max} = \frac{4\pi U_{\max}}{P_r} = \frac{U_{\max}}{U_0}$$

שים לב: $D_0 \geq 1$. ככל ש- D_0 גדול יותר הכיווניות טובה יותר. $D_0 = 1$ עבור מקור איזטרופי.
מתקיים:

$$\iint D(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi D(\theta, \phi) \sin \theta d\theta = 4\pi$$

מישורי E, H :

מישור $E(H)$ - המישור המוגדר על ידי כיוון האלומה הראשית וכיוון וקטור השדה החשמלי (המגנטי) באלומה הראשית.

Beam Solid Angle - Ω_A

Ω_A היא הזווית המרחבית שדרכה כל ההספק היה נקרא אם ההספק ליחידת זווית מרחבית היה שווה לערך המקסימלי על פני שטח האלומה (כלומר לכל הזוויות בתוך Ω_A).

$$\Omega_A = \iint F^2(\theta, \phi) d\Omega$$

מתקיים:

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} \approx \frac{4\pi}{\Omega_E^{HP} \Omega_H^{HP}}$$

כאשר $\Omega_E^{HP}, \Omega_H^{HP}$ הם רוחבי חצי הספק (זווית ברדיאן) במישורי E ו- H .
אם יש שתי אונות ראשיות אזי:

$$D_0 \approx \frac{4\pi}{2\Omega_E^{HP} \Omega_H^{HP}}$$

באופן דומה, עבור N אונות ראשיות ברוחב $\Omega_E^{HP} \Omega_H^{HP}$ מחלקים ב- N .

הגבר האנטנה (שבח)

מדד של כיווניות האנטנה וגם של יכולת המרת ההספק בהדקיה להספק נקרא:

$$G(\theta, \phi) = \frac{\text{הספק נקרא ליח' זווית מרחבית}}{\frac{1}{4\pi} \times \text{הספק כניסה}} = \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in} \cdot \frac{1}{4\pi}}$$

$$G(\theta, \phi) = \frac{P_r}{P_{in}} D(\theta, \phi) = \eta_e D(\theta, \phi) \quad \eta_e = \frac{P_r}{P_{in}}$$

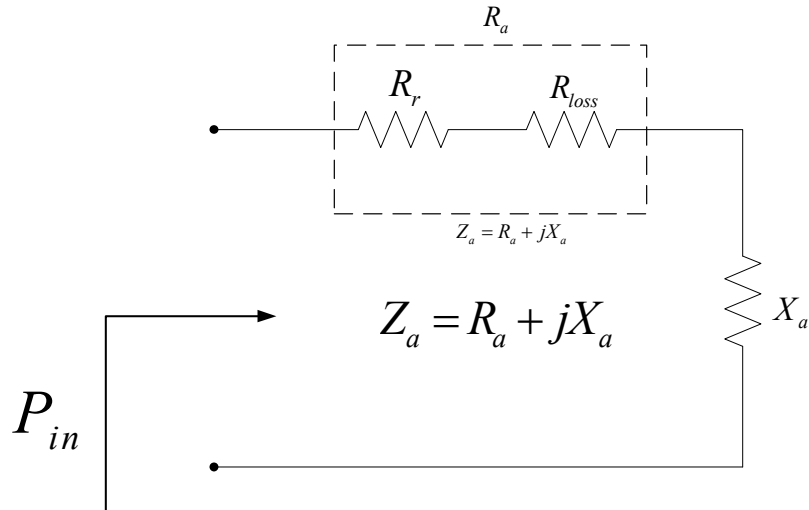
הגבר מקסימלי:

$$G_0 = \eta_e D_0$$

צפיפות הספק משודר

צפיפות ההספק הנקלטת במרחק R מהאנטנה:

$$W_r = P_t \frac{D_t(\theta, \phi)}{4\pi R^2} = P_{in} (1 - |\Gamma_t|^2) \eta_e \frac{D_t(\theta, \phi)}{4\pi R^2}$$



$$Z_a = R_a + jX_a$$

R_a - מדד של מנגנוני הפסדים (רצויים ובלתי רצויים):

• R_r - התנגדות הקרינה

• R_{loss} - התנגדות הפסדים

X_a - תוצאה של אנרגיית השדה הקרוב שאגורה בסביבה המידית של האנטנה.

הספק נקרו:

$$P_r = \frac{1}{2} |I_{in}| R_r^2$$

הספק מתבזבז:

$$P_{diss} = \frac{1}{2} |I_{in}| R_{loss}^2$$

P_{in} - סך ההספק שמסופק בהדקי האנטנה.

הערכת R_r :

$$R_r = \frac{P_r}{\frac{1}{2} |I_{in}|^2} = \frac{\operatorname{Re} \left[\iint_{S_\infty} \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} \right]}{\frac{1}{2} |I_{in}|^2}$$

יעילות הקרינה

$$\eta_e = \frac{P_r}{P_{in}} = \frac{R_r}{R_r + R_{loss}} = \frac{R_r}{\operatorname{Re}(Z_{22})}$$

$$0 \leq \eta_e \leq 1$$

$$\eta_z = 1 - |\Gamma|^2 = \frac{4 \operatorname{Re}(Z_{22}) \operatorname{Re}(Z_L)}{|Z_L + Z_{22}|^2}$$

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_{22}^*}{Z_L + Z_{22}}$$

$$0 \leq \eta_z \leq 1$$

Z_L - אמפדנס האנטנה, Z_{22} - אמפדנס העומס (קו התמסורת).

תאום אימפדנסים מקסימלי ($\eta_z = 1$) כאשר יש תאום צמוד: $Z_L = Z_{22}^*$.

רוחב סרט האנטנה

רוחב הסרט שבו ביצועי האנטנה עומדים בתקן מסויים, או רוחב הסרט בו פרמטרי האנטנה לא משתנים בהרבה (למשל רוחב האלומה, שבת, קיטוב, רמת אונות צד וכו'). באנטנה רחבת סרט מוגדר רוחב סרט של עקום הקרינה (שקשור ברוחב אלומה ראשית, גובה אונות צד וכו'), בעוד שבאנטנה צרת סרט מוגדר רוחב סרט של אימפדנס הכניסה.

צרת סרט	רחבת סרט
f_0 תדר מרכזי, $\Delta f = f_2 - f_1$	
$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2}$ $f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2}$ $BW = \frac{\Delta f}{f_0}$	$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$ $BW = \frac{f_2}{f_1}$

קיטוב האנטנה

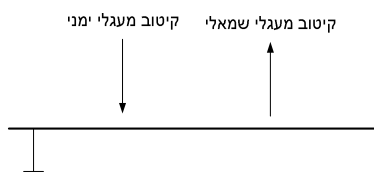
קיטוב האנטנה הוא קיטוב הגל המשודר בכיוון האלומה הראשית.

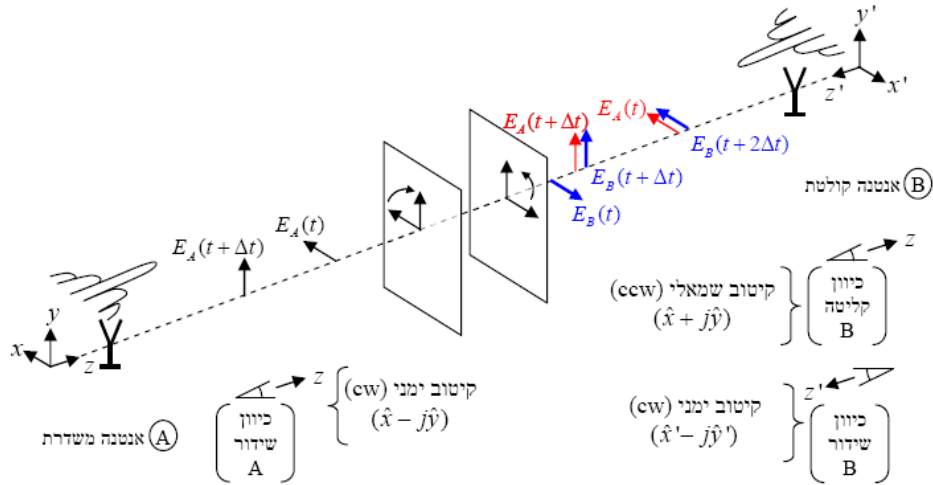
קיטובים אופייניים:

1. לינארי – השדה החשמלי קבוע במרחב הנפרש על ידי וקטורי היחידה $\hat{\theta}, \hat{\phi}$.
דוגמא: בדיפול חשמלי יש רק שדה בכיוון E_θ .
2. מעגלי – השדה החשמלי הרגעי משרטט מעגל בתדירות זוויתית ω .
קיטוב מעגלי ימני (שמאלי) – הגל מתפשט מהאנטנה ווקטור השדה החשמלי מסתובב עם כיוון השעון (נגד כיוון השעון) כאשר מביטים בכיוון ההתפשטות.

הערות:

- א. כיוון הקיטוב המעגלי של שתי אנטנות, האחת משדרת והאחת קולטת, בעלות קיטוב זהה (לפי ההגדרה הנ"ל) נראה הפוך אם הגלים נצפים באותות כיוון.
- ב. לוח מישורי מוארק הופך כיוון קיטוב:





אנטנה שמסדרת קיטוב מעגלי ימני (שמאלי) בכיוון מסויים תהיה בתיאום קיטוב מקסימלי לגל פוגע בקיטוב מעגלי ימני (שמאלי) ובאי תיאום קיטוב מוחלט לגל פוגע בקיטוב מעגלי שמאלי (ימני).

אורך אפקטיבי של אנטנה

דיפול הרץ שהמומנט שלו הוא $I_{in}l_e$ הניצב לכיוון הגל ומקביל לכיוון קיטוב האנטנה הנידונה, כאשר I_{in} הוא זרם ההדקים של אנטנה זו, יקרון שדה רחוק זהה לזה שיוצרת האנטנה באותו כיוון. מאפשר לחשב את המתח המושרה בין הדקי האנטנה בחוג פתוח כאשר פוגע בה גל אל"מ.

$$\vec{l}_e(\theta, \phi) = l_\theta(\theta, \phi)\hat{\theta} + l_\phi(\theta, \phi)\hat{\phi}$$

$$\vec{l}_e = \frac{1}{I} \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') e^{jk_0\vec{r}'\cdot\vec{r}} dv' = - \left(j\eta \frac{kI_{in}}{4\pi r} e^{-jkr} \right)^{-1} \vec{E}$$

השדה הנקרא על ידי האנטנה שאת האורך האפקטיבי שלה רוצים לחשב נתון על ידי:

$$\vec{E} = E_\theta\hat{\theta} + E_\phi\hat{\phi} = -j\eta \frac{kI_{in}}{4\pi r} \vec{l}_e e^{-jkr}$$

מתח ריקם בהדקי האנטנה הקולטת כאשר פוגע בה שדה $\vec{E}_i = \vec{E}_i^0 e^{jk_0\vec{r}}$ מכיוון \hat{r}_0 מחושב לפי:

$$V_{oc} = -\vec{E}_i^0 \cdot \vec{l}_e$$

מקדם אי תיאום קיטוב (יעילות קיטוב)

$$\eta_p = p = \frac{|\vec{l}_e \cdot \vec{E}_i^0|}{|\vec{l}_e|^2 |\vec{E}_i^0|^2} \quad 0 \leq \eta_p \leq 1$$

תיאום הקיטוב מקסימלי ($\eta_p = 1$) עבור $\vec{E}_i^0 \propto \vec{l}_e^*$

מפתח אפקטיבי (שטח חתך אפקטיבי)

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{P_{rec}}{S_{inc}} = \frac{\text{הספק מועבר לעומס} [W]}{\text{צפיפות הספק של הגל הפוגע} \left[\frac{W}{m^2} \right]} [m^2]$$

בהעדר הפסדים ובתאום מלא:

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \phi)$$

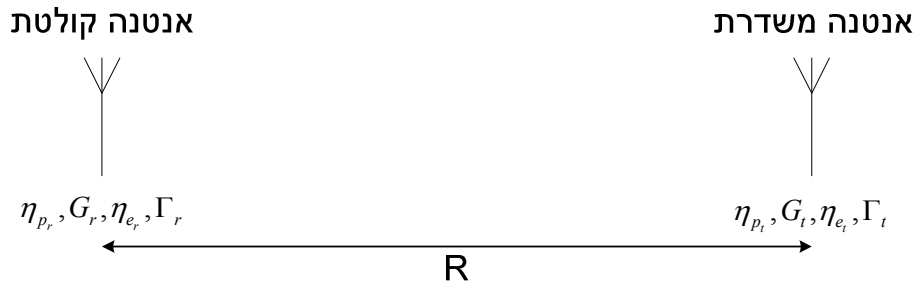
עם הפסדים ובאי-תיאום:

$$A_e(\theta, \phi) = \eta_e \eta_p \eta_z \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi) = \eta_e \eta_p (1 - |\Gamma|^2) \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi) = \eta_p (1 - |\Gamma|^2) \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \phi)$$

$|\Gamma|^2$ - מקדם החזרה להספק בממשק אנטנה - קו תמסורת מזין.

משוואת פרייס

מתארת את היחס בין ההספק הנקלט להספק המשודר בין שתי אנטנות הנמצאות בשדה הרחוק זה של זה. ההספקים מתייחסים לנקודות ההזנה/הערור של האנטנות.

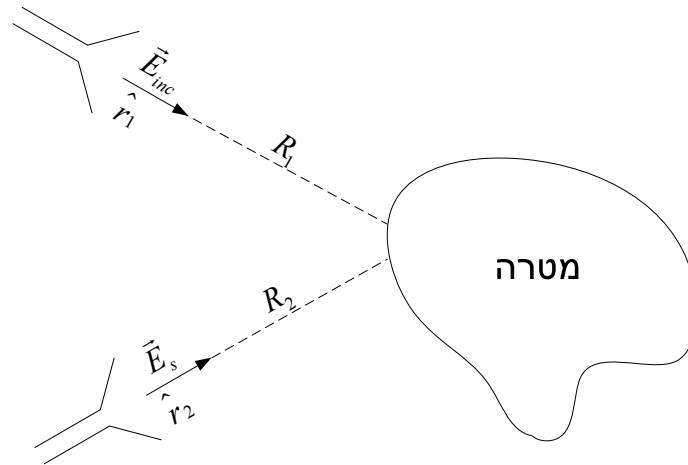


$$\begin{aligned} \frac{P_r}{P_t} &= \eta_e \eta_r (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r) \eta_{p_r} = \\ &= (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 G_t(\theta_t, \phi_t) G_r(\theta_r, \phi_r) \eta_{p_r} \end{aligned}$$

הגורם $\frac{\lambda^2}{4\pi}$ נקרא הפסדי התווך החופשי (מתאר הפסדים שנובעים מהתפשטות הכדורית של הגל).

שטח חתך מכם

שטח התופס את צפיפות ההספק הפוגע באופן שאם היה משדר אותו איזוטרופית, אזי צפיפות ההספק הנקלטת במקלט הייתה זהה לצפיפות ההספק הנקלטת במקלט מהמטרה.



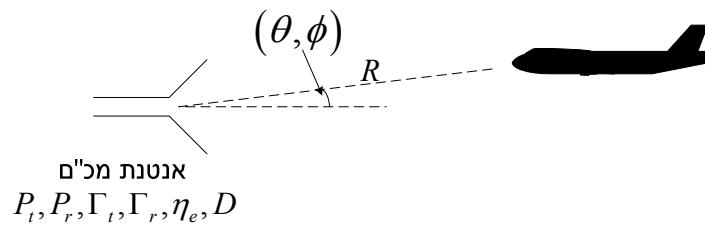
w_i - צפיפות הספק משודרת לכיוון המטרה

w_s - צפיפות הספק מפוזרת מהמטרה לכיוון המקלט

p_s - הספק מפוזר מהמטרה לכיוון המקלט

$$\sigma(\hat{r}_1, -\hat{r}_2) = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left[4\pi R_2^2 \frac{w_s}{w_i} \right] = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left[\frac{p_s}{w_i} \right] = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left[4\pi R_2^2 \frac{|S_s(-\hat{r}_2)|}{|S_i(\hat{r}_1)|} \right] = 4\pi R_2^2 \frac{|E_{ff}^s|^2}{|E_{ff}^{inc}|^2} = 4\pi R_2^2 \frac{|H_{ff}^s|^2}{|H_{ff}^{inc}|^2}$$

נוסחת טווח המכ"ם



כאשר האנטנה המשדרת זהה לאנטנה הקולטת (לא בהכרח אותו מעגל משמש לשידור וקליטה).

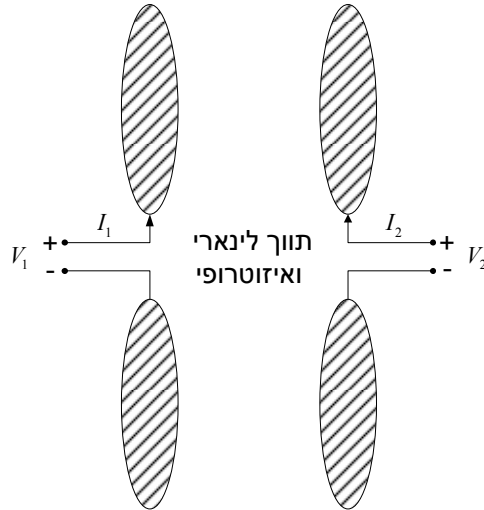
$$\frac{P_r}{P_t} = \eta_e^2 (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \sigma D^2(\theta, \phi) \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} \frac{1}{R^4}$$

כאשר האנטנה המשדרת לא זהה לאנטנה הקולטת:

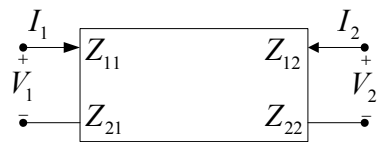
$$\frac{P_r}{P_t} = \eta_e \eta_e (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \sigma D_t D_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2 \eta_{pr}$$

צימוד בין אנטנות

ניתן לתאר את האינטרקציה בין אנטנה משדרת לאנטנה קולטת על ידי רשת זוגיים:



תיאור זוגיים:



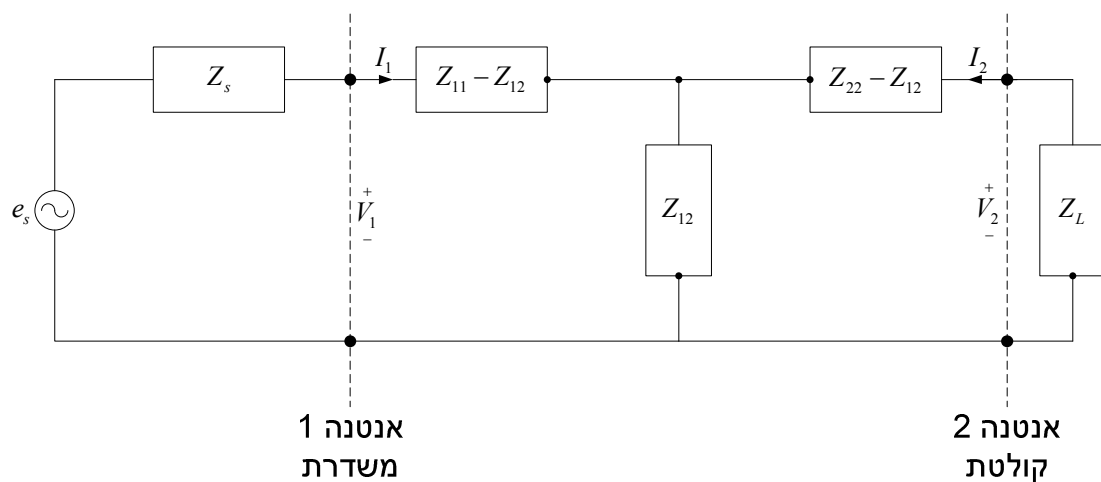
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

תוצאה של משפט ההדדיות היא שאימפדנסי הצימוד שווים: $Z_{12} = Z_{21}$.

ניתן לתאר את רשת הזוגיים על ידי המעגל החשמלי הבא:



באינטרקציה חלשה בין האנטנות האימפדנס העצמי של אנטנה בנוכחות השניה שווה לאימפדנס העצמי כשהאנטנה השניה לא קיימת, האימפדנס ההדדי זניח:

$$Z_{11} \approx Z_1, Z_{22} \approx Z_2$$

$$|Z_{12}| \ll |Z_{11}|, |Z_{22}|$$

חישוב האימפדנס ההדדי:

$$Z_{12} = \frac{V_{12}}{I_2^0} = -\frac{1}{I_1^0 I_2^0} \iiint \vec{E}_2^{inc} \cdot \vec{J}_1 dv$$

V_{12} - מתח ההדקים של אנטנה 1 כאשר 2 משדרת (בלבד).

I_1^0 - זרם ההדקים של אנטנה 1 כאשר היא משדרת ($I_1^0 = I_1(z=0)$).

I_2^0 - זרם ההדקים של אנטנה 1 כאשר היא משדרת ($I_2^0 = I_2(z=0)$).

\vec{E}_2^0 - שדה של אנטנה 2 באיזור של אנטנה 1 ללא אנטנה 1 וללא התווך.

\vec{J}_1 - פילוג זרמים של אנטנה 1 כאשר רק היא משדרת.

חישוב האימפדנס העצמי:

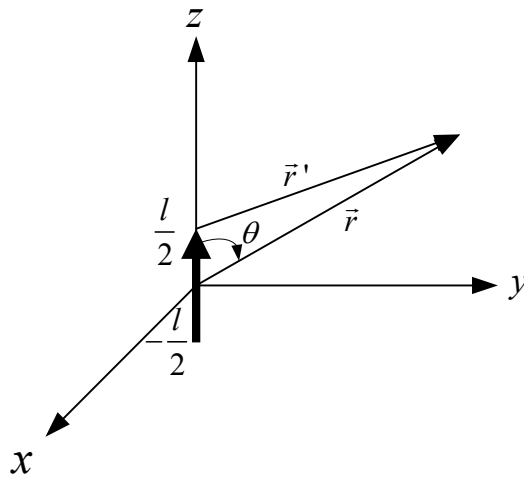
$$-Z_{11} = \frac{V_1}{I_1^0} = -\frac{1}{(I_1^0)^2} \iiint \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_1 dv$$

V_{11} - מתח ההדקים של אנטנה 1 כאשר 1 משדרת (בלבד).

I_1^0 - זרם ההדקים של אנטנה 1 כאשר היא משדרת ($I_1^0 = I_1(z=0)$).

\vec{E}_1 - השדה הקרוב של אנטנה 1 כתוצאה מהזרמים החשמליים בלבד ללא המגנטים.

\vec{J}_1 - פילוג זרמים של אנטנה 1 כאשר רק היא משדרת.



הרץ	משולש	סינוסי	
$I(z) = I_0 l \delta(\bar{r}) \quad z \leq \frac{l}{2}$	$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{2 z }{l}\right) \quad z \leq \frac{l}{2}$	$I(z) = I_0 \sin \left[k \left(\frac{l}{2} - z \right) \right] \quad z \leq \frac{l}{2}$	זרם
$\vec{E} = \frac{jk\eta I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \hat{\theta}$ $\vec{H} = \frac{jk\eta I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \hat{\phi}$	$\vec{E} = \frac{jk\eta I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \hat{\theta}$ $\vec{H} = \frac{jk\eta I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \hat{\phi}$	$\vec{E} = j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} I_0 \frac{\cos\left(k\frac{l}{2}\cos\theta\right) - \cos k\frac{l}{2}}{\sin\theta} \hat{\theta}$ $\vec{H} = \vec{E} = j \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} I_0 \frac{\cos\left(k\frac{l}{2}\cos\theta\right) - \cos k\frac{l}{2}}{\sin\theta} \hat{\phi}$	שדה
$R_r = \frac{2\pi}{3} \eta \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$	$R_r = 20\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$	עמוד 157 בלניס	התנגדות קרינה

עבור דיפול סינוסי קטן:

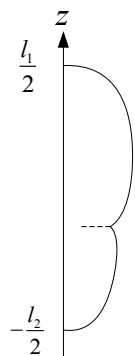
$l \ll \lambda, kl \ll 1$

$$\vec{E} = j\eta \frac{e^{-jkr} k^2 l^2}{16\pi r} I_0 \sin \theta \hat{\theta}$$

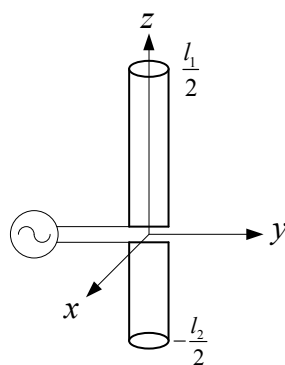
$$\vec{H} = j\eta \frac{e^{-jkr} k^2 l^2}{16\pi r} I_0 \sin \theta \hat{\phi}$$

דיפול כלילי:

פילוג זרם



מבנה



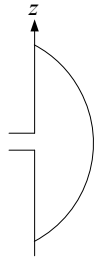
$$\frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{2} = l$$

פילוג הזרם מקיים:

$$I(z) = \begin{cases} I_1 \sin k \left(\frac{l_1}{2} - z \right) & 0 \leq z \leq \frac{l_1}{2} \\ I_2 \sin k \left(\frac{l_2}{2} - z \right) & -\frac{l_1}{2} \leq z \leq 0 \end{cases}$$

1. בשני צידי התיל יש גל עומד סינוסי עם קבוע פאזה k .
2. הזרם בנקודת ההזנה רציף.
3. הזרם מתאפס בקצות התיל.

לרציפות ב- $z=0$ יש לקיים $I_1 \sin k \frac{l_1}{2} = I_2 \sin k \frac{l_2}{2}$

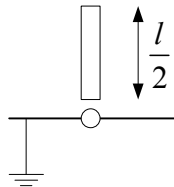
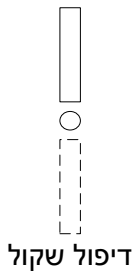


עבור דיפול באורך $l = \frac{\lambda}{2}$ פילוג הזרם הוא בקירוב בלתי תלוי בנקודת ההזנה ושווה לפילוג של דיפול מוזן במרכז:

$$I(z) = I_0 \cos kz$$

התנגדותו היא 73Ω .

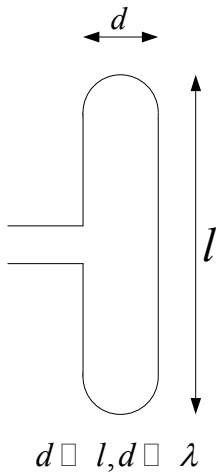
מונופול מוארק:



מונופול הוא חצי דיפול שמוזן בין החוט ללוח המוארק. נפתר על ידי שיקוף. לכן השדות עבור $z > 0$ זהים לשדות של דיפול, אך מתאפסים עבור $z < 0$. לכן:

$$Z_a |_{\text{monopole}} = \frac{1}{2} Z_a |_{\text{equivalent dipole}}$$

דיפול מקופל (Folded Dipole):

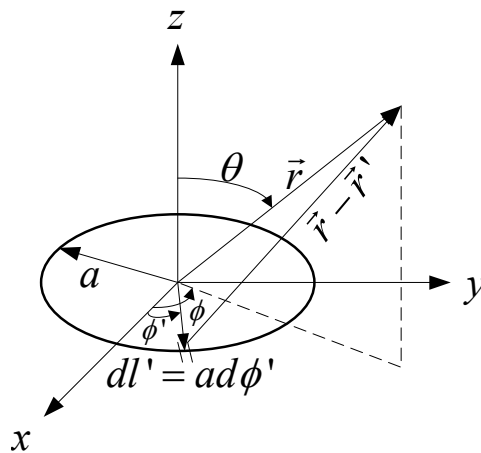


מורכב משני דיפולים מקבילים שמחוברים בקצותם ויוצרים לולאה. עבור דיפול באורך $\frac{\lambda}{2}$ פילוג הזרם בשני החוטים של הדיפול המקופל זהה לפילוג של דיפול רגיל. לכן ההספק שקורן דיפול מקופל הוא פי 4 מההספק שקורן דיפול רגיל, לכן:

$$Z_{FD} = 4Z_D$$

ולכן התנגדותו היא $Z_{FD} = 4 \cdot 73 = 292\Omega$.

רוחב הסרט של דיפול מקופל גדול יותר מזה של דיפול רגיל (יש יותר דרגות חופש).



טבעת זרם ברדיוס a שזורם דרכה זרם קבוע $\hat{I} = I_0 \hat{\phi}'$.
שדה רחוק של טבעת ברדיוס כלשהו:

$$\vec{E} = \frac{I_0 a \omega \mu}{2r} e^{-jkr} J_1(ka \sin \theta) \hat{\phi}$$

$$\vec{H} = -\frac{I_0 a \omega \mu}{2r \eta} e^{-jkr} J_1(ka \sin \theta) \hat{\theta}$$

צפיפות הספק קרינה:

$$\bar{w}_{av} = \frac{(\omega a \mu)^2}{8r^2 \eta} |I_0|^2 J_1^2(ka \sin \theta) \hat{r}$$

הספק קרינה ליחידת זווית מרחבית:

$$U = r^2 \bar{w}_{av} = \frac{(\omega a \mu)^2}{8\eta} |I_0|^2 J_1^2(ka \sin \theta)$$

עקום קרינה:

$$F(\theta) \propto J_1^2(ka \sin \theta)$$

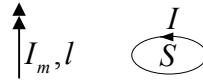
קירובים:

טבעת קטנה	טבעת בינונית	טבעת גדולה	
$a < \frac{\lambda}{6\pi}, ka < \frac{1}{3}$	$\frac{\lambda}{6\pi} \leq a < \frac{\lambda}{2}, \frac{1}{3} \leq ka < \pi$	$a > \frac{\lambda}{2}, ka \geq \pi$	תקף עבור
$P_r = \eta \left(\frac{\pi}{12}\right) (ka)^4 I_0 ^2$	$P_r = \frac{\pi(\omega a \mu)^2}{4\eta ka} I_0 ^2 \left[-2J_1(2ka) + \int_0^{2ka} J_0(y) dy \right]$	$P_r = \frac{\pi(\omega a \mu)^2}{4\eta ka} I_0 ^2$	הספק כולל נקרן P_r
$R_r = \eta \frac{\pi}{6} (ka)^4 = \frac{\eta}{6\pi} (Sk^2)^2 = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4$	$R_r = \frac{\pi(\omega a \mu)^2}{2\eta ka} \left[-2J_1(2ka) + \int_0^{2ka} J_0(y) dy \right]$	$R_r = \eta \frac{\pi}{2} ka = 60\pi^2 (ka) = 60\pi^2 \frac{C}{\lambda}$	התנגדות קרינה R_r $\left(\begin{array}{l} C = 2\pi a \\ S = \pi a^2 \\ \eta \approx 120\pi \end{array} \right)$

$$\vec{E} = \frac{k\omega a^2 I_0 \mu \sin \theta e^{-jkr}}{4r} \hat{\phi}$$

$$\vec{H} = -\frac{k\omega a^2 I_0 \mu \sin \theta e^{-jkr}}{4\eta r} \hat{\theta}$$

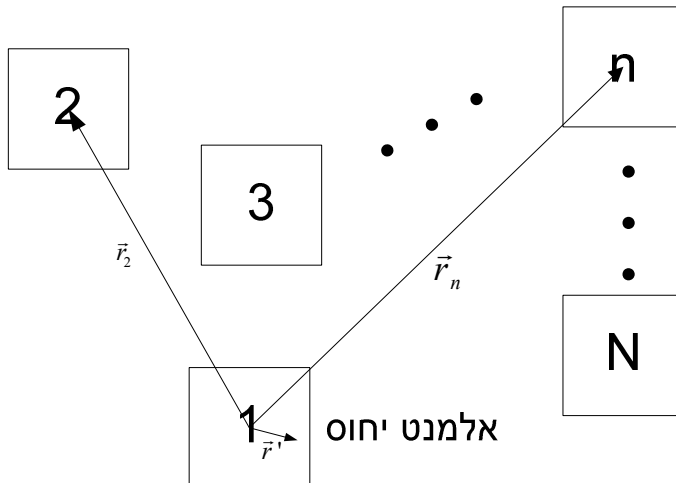
שקילות של טבעת זרם חשמלי ודיפול מגנטי



השדות של טבעת זרם בעלת שטח S וזרם חשמלי קבוע I שווים לשדות של דיפול בעל אורך l וזרם מגנטי קבוע I_m שווים כאשר:

$$IS = \frac{I_m l}{j\omega\mu}$$

מערכי אנטנות



- N אלמנטים זהים בעלי אוריינטציה מרחבית זהה.
- A_i - אמפליטודות ערור יחסית של אלמנט i .
- α_i - פאזת ערור יחסית של אלמנט i .
- $f(\theta, \phi)$ - עקום הקרינה של אלמנט היחוס (גורם האלמנט).

שדה של אלמנט יחיד (אלמנט היחוס):

$$\vec{E}(\vec{r}) = f(\theta, \phi) \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$$

גורם המערך:

$$AF(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^N A_i e^{j\alpha_i + jk\vec{r} \cdot \vec{r}_i}$$

בלתי תלוי באלמנט, תלוי רק במיקום וההזנה היחסיים.

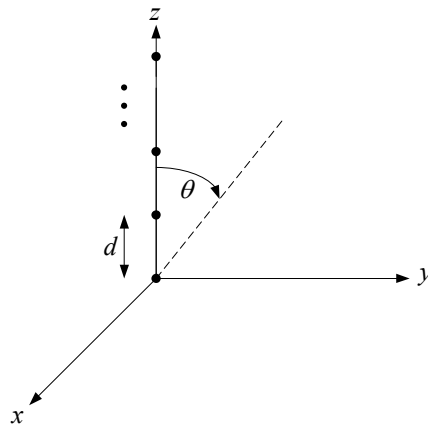
עקום הקרינה הכולל:

$$F(\theta, \phi) = f(\theta, \phi) \cdot AF(\theta, \phi)$$

מקסימום בגורם המערך לא מבטיח מקסימום בעקום הקרינה הכולל כי יכול להיות ערך נמוך (או אפילו אפס) בגורם האלמנט באותה זווית.

מערך אנטנות קוי

האלמנטים מסודרים במרחק אחד d לאורך ציר z .



הזנה באמפליטודה זהה ופאזה פרוגרסיבית (כאן מספר האלמנטים הוא $N+1$):

הפרש הפאזה בין שני אלמנטים סמוכים הוא δ והאמפליטודה זהה

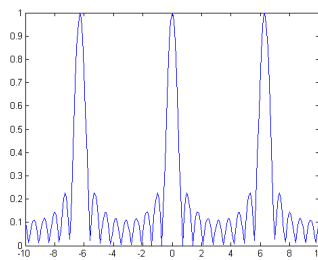
$$a_n = e^{jn\delta}$$

$$\text{נגדיר } \gamma = \gamma(\theta) = \delta + kd \cos \theta$$

גורם המערך:

$$AF(\theta) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N a_n e^{jknd \cos \theta} = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N e^{jn\delta + jknd \cos \theta} = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N e^{jn\gamma} = \frac{1}{N+1} e^{jn\gamma} \frac{\sin \frac{(N+1)\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

$$|AF(\gamma)| = \frac{1}{N+1} \frac{\left| \sin \frac{(N+1)\gamma}{2} \right|}{\left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|}$$



תכונות של גורם המערך:

1. מחזורי ב- γ עם מחזור 2π .
2. סימטרי סביב $\gamma = 0$.
3. התחום הנראה (תחום של γ שמתאים לזוויות אמיתיות θ) הוא $\delta - kd \leq \gamma \leq \delta + kd$ והוא ברוחב $2kd$.
4. מקסימום מתקבל עבור $\gamma = 0$ (אלומה ראשית, בתנאי ש- $\gamma = 0$ בתחום המוגדר ב-3), מקסימה נוספים עבור $\gamma = 2m\pi$ עבור m שלם.

5. כיוון האלומה הראשית מקיים $\cos \theta_0 = -\frac{\delta}{kd}$.

Broadside : $\delta = 0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{2}$

Endfire : $\delta = -kd \Rightarrow \theta_0 = 0$

Backfire : $\delta = kd \Rightarrow \theta_0 = \pi$

6. אפסים של גורם המערך:

$$\sin \frac{(N+1)\gamma}{2} = 0, \sin \frac{\gamma}{2} \neq 0 \Rightarrow \gamma = \frac{2m}{N+1} \pi \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

7. אונות צד מתקבלות עבור:

$$\tan \frac{(N+1)\gamma}{2} = (N+1) \tan \frac{\gamma}{2}$$

$$\gamma \approx \frac{2m+1}{N+1} \pi \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

8. רמת אונות צד:

$$\frac{1}{(N+1) \sin \frac{2m+1}{2(N+1)} \pi}, m = 1, 2, \dots$$

עבור N גדול מתקבל:

$$\frac{2}{(2m+1)\pi}, m = 1, 2, \dots$$

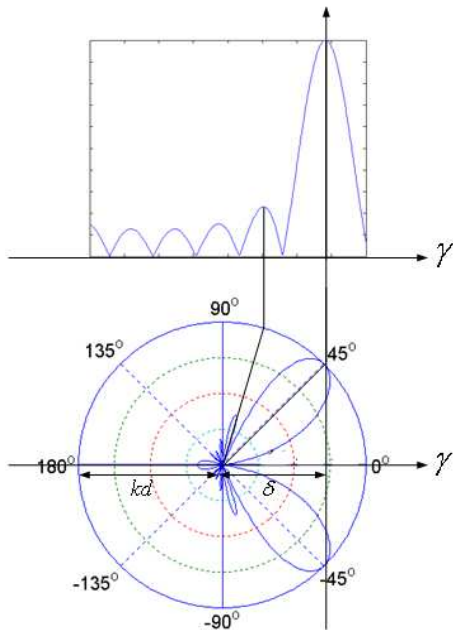
9. רמת אונות הצד יורדת ככל שמתקדמים לעבר $\gamma = \pm \pi$.

10. עבור $d \geq \frac{\lambda}{2}$ התחום הנראה פורש תחום גדול מ- 2π ($2kd \geq 2\pi$) ולכן האונה המרכזית

תמיד כלולה בו (ללא תלות ב- δ).

11. עבור $d \geq \lambda$ מקבלים יותר מאונה ראשית אחת בעקום הקרינה (grating lobes).

מצאת עקום הקרינה מתוך גורם המערך:



1. שרטט את $|AF(\gamma)|$.

2. שרטט חצי מעגל שמרכזו ב- $\delta = \gamma$

ורדיוסו kd .

3. משוך קוים מנקודות המקסימום

וההתאפסות של $|AF(\gamma)|$ עד

שיפגשו את חצי המעגל ומנקודת

המפגש אל מרכז חצי המעגל.

4. צייר אונות על פי הכלל: קו שהגיע

ממקסימום (אפס) מציין שיש

מקסימום (אפס) באותה זווית בעקום

הקרינה. גובה האונה לפי הגובה של

$|AF(\gamma)|$

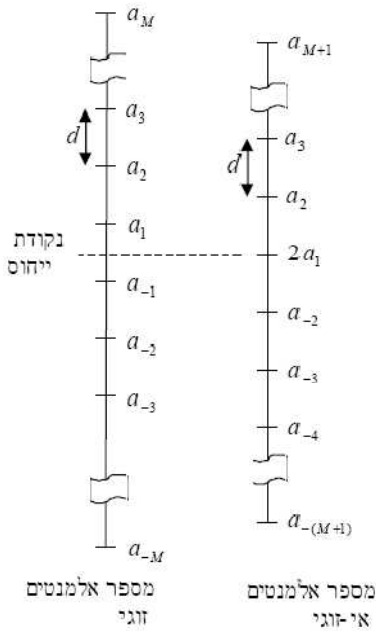
הזנה בפאזה זהה ($\alpha_i = 0$) ואמפליטודה משתנה:

הנחות נוספות: מערך סימטרי (מיקום והזנה), והאלמנטים מרווחים במרחק d ביניהם. אזי:

$$a_n = a_{-n}$$

$$d_n = -d_{-n}$$

כאשר d_n מיקום האלמנט ה- n :



$$d_n = \begin{cases} (2n-1)d & \text{even number of elements} \\ (n-1)d & \text{odd number of elements} \end{cases}$$

מספר האלמנטים:

$$m = \begin{cases} 2M & \text{even} \\ 2M+1 & \text{odd} \end{cases}$$

גורם המערך:

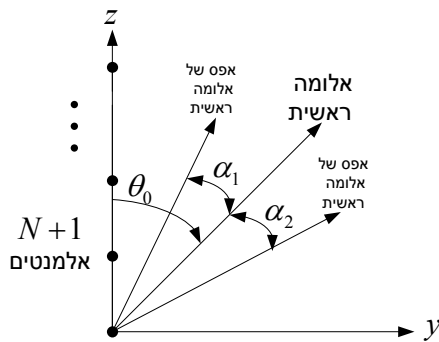
$$AF(\theta) = \begin{cases} \sum_{n=1}^M a_n \cos \left[(2n-1)k \frac{d}{2} \cos \gamma \right] & m \text{ even} \\ \sum_{n=1}^{M+1} a_n \cos \left[(2n-1)kd \cos \gamma \right] & m \text{ odd} \end{cases}$$

γ היא הזווית בין ציר המערך לכיוון ההתבוננות (מערך לאורך ציר x):
 $(\cos \gamma = \hat{x} \cdot \hat{r})$

תכונות כיווניות של מערכים קויים עם הזנה אחידה (הפרשי פאזות בלבד)

תכונות הכיווניות נקבעו על פי שני גורמים: רוחב אלומה, רמת אונות צד.

רוחב אלומה:



לשם פשטות מגדירים את רוחב האלומה לפי בין שתי הנקודות בהן היא מתאפסת (ולא לפי נקודות חצי הספק). בהנחת אלומה צרה (α_1, α_2 קטנים) מקבלים:

$$\alpha_1^2 \cos \theta_0 - 2\alpha_1 \sin \theta_0 + \frac{2\lambda}{(N+1)d} = 0$$

$$\alpha_2^2 \cos \theta_0 + 2\alpha_2 \sin \theta_0 - \frac{2\lambda}{(N+1)d} = 0$$

Backfire ($\theta_0 = \pi$)	Endfire ($\theta_0 = 0$)	Broadside ($\theta_0 \approx \frac{\pi}{2}$)
$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2\lambda}{(N+1)d}}$ α_2 imaginary	α_1 imaginary $\alpha_2 = \sqrt{\frac{2\lambda}{(N+1)d}}$	$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\lambda}{(N+1)d \sin \theta_0}$
$\Delta\theta_{nulls} = \sqrt{\frac{8\lambda}{(N+1)d}}$	$\Delta\theta_{nulls} = \sqrt{\frac{8\lambda}{(N+1)d}}$	$\Delta\theta_{nulls} = \frac{2\lambda}{(N+1)d \sin \theta_0}$

ככל שמתרחקים מ-broadside האלומה הראשית מתרחבת והכיווניות פוחתת.

האוסן ודיארד:

ניתן להקטין את רוחב האלומה על ידי הגדלה במעט של הפאזה בין שני אלמנטים סמוכים, עם זאת אונות הצד גדלות ביחס לאלומה הראשית.

רמת אונות צד:

רמת אונות הצד נתונה על ידי היחס בין גובה אונת הצד הגבוהה ביותר לאלומה הראשית. עבור מערך עם הרבה אלמנטים ($N + 1 > 10$) רמת אונות הצד היא:

$$\frac{|AF(\gamma)|_{\gamma=\frac{3\pi}{N+1}}}{|AF(\gamma)|_{\gamma=0}} = \frac{2}{3\pi} = -13.5dB$$

מערך אחיד הוא הטוב ביותר מבחינת כיוונית, אך רמת אונות הצד שלו גבוהה מדי. ניתן ליצור מערך עם רמת אונות צד נמוכה יותר (אך רוחב אלומה גדול יותר) על ידי מערכים עם הזנה לא אחידה.

שיקולי רוחב סרט:

במערכי אנטנות רוחב הסרט נקבע על פי כיוון האלומה הראשית – שינוי קטן של כיוון האלומה הראשית ברוחב הסרט. שינוי כיוון האלומה הראשית עם התדר:

$$\delta = -kd \cos \theta_0 = -\frac{2\pi f}{c} d \cos \theta_0$$

$$\frac{d\theta_0}{df} = \frac{\cot \theta_0}{f} + \frac{c}{2\pi f d \sin \theta_0} \frac{d\delta}{df}$$

מקרים פרטיים:

1. הפרש פאזה לא תלוי בתדר $\frac{d\delta}{df} = 0$:

$$\frac{d\theta_0}{df} = \frac{\cot \theta_0}{f}$$

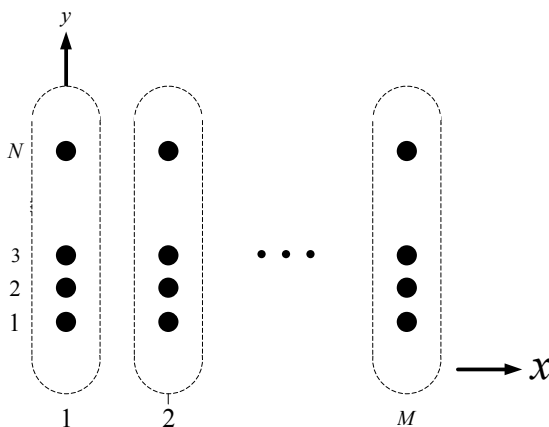
$$\Delta \theta_0 \approx \frac{\Delta f}{f} \cot \theta_0$$

2. $\frac{d\delta}{df} = \frac{-2\pi d \cos \theta_0}{c}$

$$\frac{d\theta_0}{df} = 0$$

כלומר כיוון האלומה הראשית לא מושפע מתזוזה קטנה בתדר.

עקרון הכפלת העקומים:



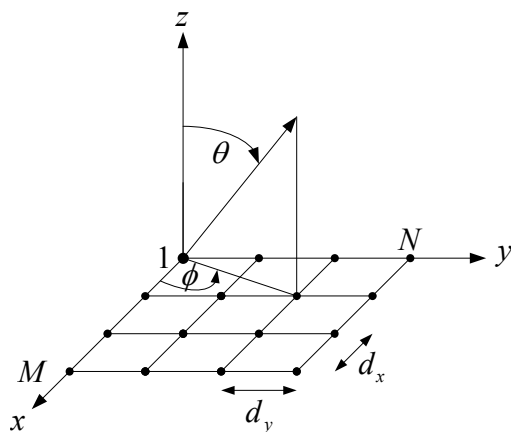
נניח מערך דו מימדי בגודל $M \times N$. נזכר שכשפיתחנו את גורם המערך של מערך קוי לא נעשתה כל הנחה לגבי האלמנט של המערך. לכן, ניתן להתייחס למערכים באורך N בציר כאל אלמנט במערך באורך M לאורך ציר x .

על פי עקרון הכפלת העקומים, העקום הכולל נתון על ידי:

$$AF(\theta, \phi) = AF_1(\theta, \phi) \cdot AF_2(\theta, \phi)$$

כאשר $AF_1(\theta)$ גורם המערך של N האלמנטים, $AF_2(\theta)$ גורם המערך של M האלמנטים.

מערך אנטנות מישורי



המערך מורכב מ- $M \times N$ אלמנטים מסודרים בסריג במישור xy .

גורם המעריך:

$$AF = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{mn} e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r}_{mn} + \beta_{mn})}$$

$$\vec{r}_{mn} = (m-1)d_x \hat{x} + (n-1)d_y \hat{y}$$

עבור הפרש פאזה קבוע בין האלמנטים:

$$\beta_{mn} = (m-1)\beta_x + (n-1)\beta_y$$

אם אמפליטודת ההזנה מקיימת $I_{mn} = I_m I_n$ אזי:

$$AF = AF_x AF_y$$

$$AF_x = \sum_{m=1}^M I_m e^{j(m-1)(kd_x \hat{r} \cdot \hat{x} + \beta_x)}$$

$$AF_y = \sum_{n=1}^N I_n e^{j(n-1)(kd_y \hat{r} \cdot \hat{y} + \beta_y)}$$

עבור $I_m = I_n = I_0$ מתקבל:

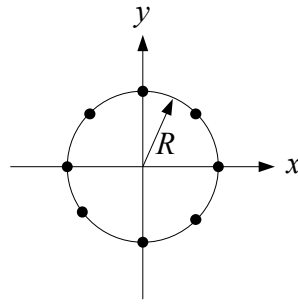
$$|AF(\theta, \phi)| = \left\{ \frac{1}{M} \frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_x\right)}{\sin\frac{\psi_x}{2}} \right\} \left\{ \frac{1}{N} \frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_y\right)}{\sin\frac{\psi_y}{2}} \right\}$$

$$\psi_x = kd_x \sin\theta \cos\phi + \beta_x \quad \psi_y = kd_y \sin\theta \sin\phi + \beta_y$$

לקבלת מקסימום בכיוון (θ_0, ϕ_0) נדרוש:

$$\beta_x = -kd_x \sin\theta_0 \cos\phi_0$$

$$\beta_y = -kd_y \sin\theta_0 \sin\phi_0$$



האלמנטים מונחים בנקודות:

$$\vec{r}_n = R(\cos \phi_n \hat{x} + \sin \phi_n \hat{y})$$

גורם המערך:

$$AF(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N a_n e^{jk\hat{r} \cdot \vec{r}_n} = \sum_{n=1}^N a_n e^{jk(R \sin \theta \cos \phi \cos \phi_n + R \sin \theta \sin \phi \sin \phi_n)} = \sum_{n=1}^N A_n e^{j(\alpha_n + kR \sin \theta \cos(\phi - \phi_n))}$$

כאשר $\alpha_n = A_n e^{j\alpha_n}$ הזנה קומפלקסית.

אנטנות מפתח

עקרון האקוויולנטיות:

ניתן להחליף את המקורות האמיתיים שיוצרים שדה באיזור מסויים, על ידי מקורות אחרים שיוצרים שדה זהה באותו איזור.

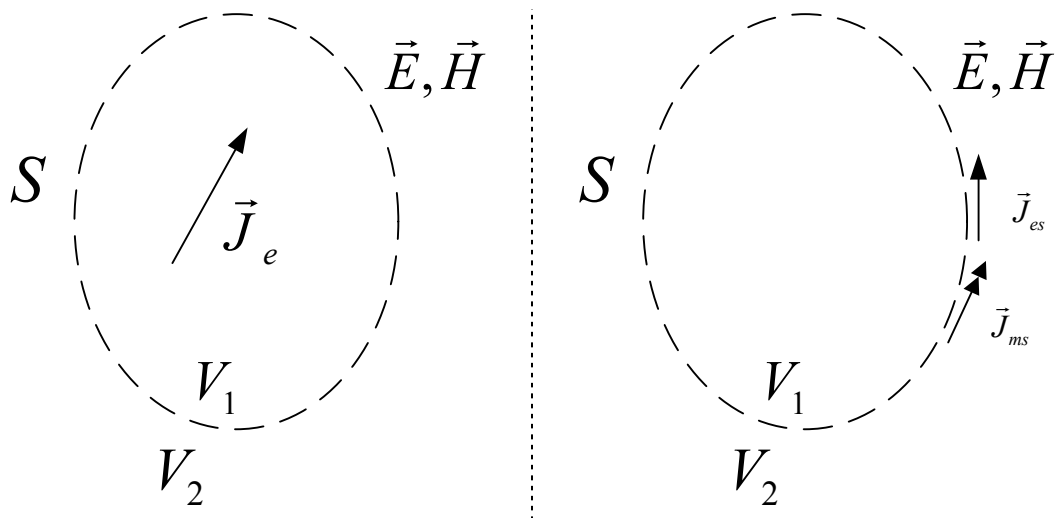
הדגמת המשפט:

נניח שהבעיה המקורית אותה רוצים לפתור מורכבת מאנטנה בעלת פילוג זרם \vec{J}_e כלשהו, היוצרת שדות \vec{E}, \vec{H} במרחב.

עקרון האקוויולנטיות מאפשר המרת פילוג הזרם \vec{J}_e בפילוגים אקוויולנטיים במספר אופנים:

אופן א':

תהא S מעטפת סגורה התוחמת נפח V_1 ובתוכו פילוג הזרם \vec{J}_e . עבור האיזור שמחוץ ל- V_1 ניתן להחליף את הזרם \vec{J}_e במקומו לאלץ על S זרמים משטחיים.



$$\vec{J}_{es} = \hat{n} \times (\vec{H} - \vec{H}_1)$$

$$\vec{J}_{ms} = -\hat{n} \times (\vec{E} - \vec{E}_1)$$

בתוך V_1 השדות כמובן השתנו אך אותנו מעניין התחום V_2 .

אופן ב':

השדה בתוך V_1 אינו רלוונטי לכן ניתן להניח שהוא אפס ולכן הזרמים המשטחיים הנדרשים על S הם:

$$\vec{J}_{es} = \hat{n} \times \vec{H}$$
$$\vec{J}_{ms} = -\hat{n} \times \vec{E}$$

אופן ג':

אם מניחים כי השדה אפס בתוך V_1 נוכל להחליף את S במוליך חשמלי מושלם. במצב זה \vec{J}_{es} לא קורן והזרם המשטחי המבוקש הוא רק המגנטי:

$$\vec{J}_{ms} = -\hat{n} \times \vec{E}$$

שניתן לשקף במקרה של מישור ולקבל זרם מגנטי כפול קורן.

אופן ד':

באופן דומה ל-ג' מחליפים את המעטפת במוליך מגנטי מושלם, \vec{J}_{ms} לא קורן והזרם המשטחי המבוקש הוא רק החשמלי:

$$\vec{J}_{ms} = \hat{n} \times \vec{H}$$

שניתן לשקף במקרה של מישור ולקבל זרם חשמלי כפול קורן.

דוגמאות של אנטנות מפתח שונות בחוברת ההרצאות.

הערות כלליות:

עבור אנטנת מפתח בעלת פילוג שדה אחיד במפתח השטח הפיזי שווה לשטח האפקטיבי

$$A_{eff} = A_{phys}$$

בכל מקרה אחר:

$$A_{eff} < A_{phys}$$

עבור פילוג שדה אחיד הכיוונית היא הטובה ביותר, אך אונות הצד הן הגדולות ביותר. אם בוחרים פילוג לא אחיד אפשר להקטין את אונות הצד אך עם זאת לפגוע בכיוונית. עבור פילוג לא אחיד ניתן לומר שהוא שקול מבחינת רוחב האלומה לפילוג אחיד קצר יותר.

ככל שהמפתח גדול יותר $(\frac{a}{\lambda} \gg 1)$ הכיוונית גדולה יותר.

מישורי E, H :

מישור $E(H)$ - המישור המוגדר על ידי כיוון האלומה הראשית וכיוון וקטור השדה החשמלי (המגנטי) באלומה הראשית.

הערות כלליות

- פונקציות בסל מקיימות:

$$J_m(r) < J_n(r) \quad m > n$$

כלומר עבור פונקציה מסדר יותר גבוה, הערך בנקודה הוא יותר נמוך.

מתקיים $J_n(x) \leq 1$ אם $0 < x \leq n$.

קירוב של פונקציות בסל:

$$J_n(x) \approx \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n \quad 0 < x \leq n$$

- נוסחאות טריגונומטריות שימושיות:
סכום למכפלה:

$$\sin \theta + \sin \phi = 2 \sin\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\cos \theta + \cos \phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\cos \theta - \cos \phi = -2 \sin\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\sin \theta - \sin \phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

זווית כפולה:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

- אם במערך מגדילים את המרחק בין האלמנטים מבלי לשנות את מספרם, הכיוונית גדלה, מספר אונות הצד גדל אך מקומן של האונות המקוריות לא ישתנה, ואם הן לא היו, אז הן גם לא יופיעו.
- אם במערך מגדילים את מספר האלמנטים מבלי לשנות את המרחק ביניהם, הכיוונית לא משתנה, אך מקום אונות הצד ישתנה ועלולות להופיע חדשות.

מעבר בין קורדינטות

	=	קרטזיות	גליליות	כדוריות
קרטזיות	x	x	$\rho \cos \phi$	$r \sin \theta \sin \phi$
	y	y	$\rho \sin \phi$	$r \sin \theta \cos \phi$
	z	z	z	$r \cos \theta$
גליליות	ρ	$\sqrt{x^2 + y^2}$	ρ	$r \sin \theta$
	ϕ	$\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$	ϕ	ϕ
	z	z	z	$r \cos \theta$
כדוריות	r	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$\frac{\rho}{\sin \theta}$	r
	θ	$\cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$	$\tan^{-1}\left(\frac{\rho}{z}\right)$	θ
	ϕ	$\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$	ϕ	ϕ

מעבר בין וקטורי יחידה

	=	קרטזיות			גליליות			כדוריות		
		\hat{x}	\hat{y}	\hat{z}	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	\hat{z}	\hat{r}	$\hat{\theta}$	$\hat{\phi}$
קרטזיות	\hat{x}	1	0	0	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	0	$\sin \theta \cos \phi$	$\cos \theta \cos \phi$	$-\sin \phi$
	\hat{y}	0	1	0	$\sin \phi$	$\cos \phi$	0	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$\cos \phi$
	\hat{z}	0	0	1	0	0	1	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	0
גליליות	$\hat{\rho}$	$\cos \phi$	$\sin \phi$	0	1	0	0	$\sin \theta$	$\cos \theta$	0
	$\hat{\phi}$	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	0	0	1	0	0	0	1
	\hat{z}	0	0	1	0	0	1	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	0
כדוריות	\hat{r}	$\sin \theta \cos \phi$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta$	$\sin \theta$	0	$\cos \theta$	1	0	0
	$\hat{\theta}$	$\cos \theta \cos \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$-\sin \theta$	$\cos \theta$	0	$-\sin \theta$	0	1	0
	$\hat{\phi}$	$-\sin \phi$	$\cos \phi$	0	0	1	0	0	0	1

אלמנטי אורך, שטח ונפח

	קרטזית	גלילית	כדורית
$d\vec{l}$	$dx\hat{x} + dy\hat{y} + dz\hat{z}$	$d\rho\hat{\rho} + \rho d\phi\hat{\phi} + dz\hat{z}$	$dr\hat{r} + r d\theta\hat{\theta} + r \sin \theta d\phi\hat{\phi}$
$d\vec{a}$	$dydz\hat{x} + dx dz\hat{y} + dx dy\hat{z}$	$\rho d\phi dz\hat{\rho} + d\rho dz\hat{\phi} + \rho d\phi d\rho\hat{z}$	$r^2 \sin \theta d\theta d\phi\hat{r} + r \sin \theta d\phi dr\hat{\theta} + rd\theta dr\hat{\phi}$
dv	$dx dy dz$	$\rho d\rho d\phi dz$	$r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$