מרחבי Hilbert:

ו"ע של A: $A|a\rangle = a'|a\rangle$

אם קיים בסיס אורתוגונלי: $A=\sum_{a'} a'|a'\rangle\langle a'|=1, |\alpha\rangle=\sum_{a'} c_{a'}|a'\rangle$

עבור בסיס אורתונורמלי מתקיים: $\sum_{a'}|a'\rangle\langle a'|=1$, $\int|\xi'\rangle\langle\xi'|d\xi'=1$, $\langle\alpha|\alpha\rangle=\sum_{a'}|\langle a'|\alpha\rangle|^2$

ואם בנוסף $|\alpha\rangle$ מנורמל אז: $\sum_{a'}|c_{a'}|^2=\sum_{a'}|\langle a'|\alpha\rangle|^2=1$ או $\int|\langle\xi'|\alpha\rangle|^2 d\xi'=1$

וקטור $|\alpha\rangle$ מנורמל: $|\tilde{\alpha}\rangle=\frac{|\alpha\rangle}{\sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle}}$

תכונות של Bra and Ket: $\langle\beta|\alpha\rangle=\langle\alpha|\beta\rangle^*$, $\langle\alpha|\alpha\rangle\ge 0$, $(|\beta\rangle\langle\alpha|)|\gamma\rangle=|\beta\rangle(\langle\alpha|\gamma\rangle)$, אמ"מ $|\alpha\rangle$ ו-$|\beta\rangle$ אורתוגונלים: $\langle\beta|\alpha\rangle=\langle\alpha|\beta\rangle=0$

אופרטורים:

$X(c_\alpha|\alpha\rangle+c_\beta|\beta\rangle)=c_\alpha X|\alpha\rangle+c_\beta X|\beta\rangle$

$(X+Y)c_\alpha|\alpha\rangle=c_\alpha Y|\alpha\rangle+c_\alpha X|\alpha\rangle$

$(XY)^\dagger=Y^\dagger X^\dagger \quad \langle\beta|X|\alpha\rangle=\langle\alpha|X^\dagger|\beta\rangle^*$

$[A^m,B]=mA^{m-1}[A,B]$

$e^Ae^B=e^{A+B}e^{\frac{1}{2}[A,B]}$

הצגה מטריצית:

$$X \doteq \begin{pmatrix} \langle a^{(1)}|X|a^{(1)}\rangle & \langle a^{(1)}|X|a^{(2)}\rangle & \cdots \\ \langle a^{(2)}|X|a^{(1)}\rangle & \langle a^{(2)}|X|a^{(2)}\rangle & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

$[A+B,C]=[A,C]+[B,C]$

$[A,BC]=[A,B]C+B[A,C]$

$[A,[B,C]]+[B,[C,A]]+[C,[A,B]]=0$

אופרטור הרמיטי: $X=X^\dagger$

אופרטור אוניטרי: $UU^\dagger=U^\dagger U=1$

אם $X=|\beta\rangle\langle\alpha|$ אז $X^\dagger=|\alpha\rangle\langle\beta|$

* עבור אופרטור הרמיטי, המטריצה היא סימטרית צמודה.

* עבור בסיס של וקטורים עצמיים של X, המטריצה היא אלכסונית.

Compatible Observables: במידה ולשני המדידים יש סט שלם של וקטורים עצמיים משותפים.

אופרטור טנספורמציה: $U=\sum_k|b^{(k)}\rangle\langle a^{(k)}|$

תכונות: $U|a^{(l)}\rangle=|b^{(l)}\rangle$, $X'=U^\dagger XU$

עקבה: $\mathrm{tr}(X)=\sum_{a'}\langle a'|X|a'\rangle$

תכונות: $\mathrm{tr}(XY)=\mathrm{tr}(YX)$, $\mathrm{tr}(X)=\mathrm{tr}(U^\dagger XU)$

אם B,A מוגדרים חיוביים: $\mathrm{tr}(X,Y)\ge 0$

אופרטור הזזה

$\mathrm{T}^\dagger(d\mathbf{x}')\mathrm{T}(d\mathbf{x}')=1$

$\mathrm{T}(-d\mathbf{x}')=\mathrm{T}^{-1}(d\mathbf{x}')$

אופרטור התפתחות בזמן:

$\mathrm{U}^\dagger(t,t_0)\mathrm{U}(t,t_0)=1$

$\mathrm{U}(t_2,t_0)=\mathrm{U}(t_2,t_1)\mathrm{U}(t_1,t_0)$

$\mathrm{U}(t,t_0=0)\equiv\mathrm{U}(t)=\exp\left(\frac{-iHt}{\hbar}\right)$

משוואת שרדינגר:

$i\hbar\frac{d}{dt}\mathrm{U}(t,t_0)|\alpha,t_0\rangle=H\mathrm{U}(t,t_0)|\alpha,t_0\rangle$

$\rightarrow i\hbar\frac{d}{dt}|\alpha,t_0;t\rangle=H|\alpha,t_0;t\rangle$

משוואת התנועה של היזנברג:

$A^{(H)}(t)\equiv\mathrm{U}^\dagger(t)A^{(S)}\mathrm{U}(t)$

$A^{(H)}(0)=A^{(S)}$

מעבר מהצגת היזנברג להצגת שרדינגר:

$\frac{dA^{(H)}}{dt}=\frac{1}{i\hbar}[A^{(H)},H]$, $\quad H^{(H)}=H \quad \frac{dx_i}{dt}=\frac{p_i}{m}$, $\quad \frac{dp_i}{dt}=\frac{\partial}{\partial x_i}V(\mathbf{x})$

תנע בהצגת מקום\מקום בהצגת תנע:

$p=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}$, $x=i\hbar\frac{d}{dp}$

$[p_i,p_j]=[x_i,x_j]=0$, $[x_i,p_j]=i\hbar\delta_{ij}$, $[p_i,x_j]=-i\hbar\delta_{ij}$, $[p,x^n]=-ni\hbar x^{n-1}$

$[p,A(x)]=\frac{\hbar}{i}\frac{dA}{dx}$, $[p,B(x)]=\frac{\hbar}{i}\frac{dB}{dx}$

עקרון אי הוודאות:

$\langle(\Delta x)^2\rangle\langle(\Delta p_x)^2\rangle\ge\hbar^2/4$

$\langle x'|p|\alpha\rangle=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x'}\langle x'|\alpha\rangle$

פונקציית הגל:

$\langle x'|\alpha\rangle=\psi_\alpha(x'), \int|\psi|^2=1$

$\langle\beta|\alpha\rangle=\int\psi_\beta^*(x')\psi_\alpha(x')dx'$

$\langle x'|p'\rangle=\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\exp\left(\frac{-ip'x'}{\hbar}\right)$

מעבר ממקום לתנע:

$\psi_\alpha(x')=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\right)\int\exp\left(\frac{i}{\hbar}p'x'\right)\phi_\alpha(p')dp'$

$\phi_\alpha(p')=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\right)\int\exp\left(-\frac{i}{\hbar}p'x'\right)\psi_\alpha(p')dx'$

$(\mathbf{J}=\text{probability current}) \quad \frac{\partial}{\partial t}\rho+\nabla\cdot\mathbf{J}=0 \quad \mathbf{J}=\frac{1}{m}\mathrm{Re}\left(\psi^*(-i\hbar\nabla\psi)\right)$

ערך תוחלת:

$\langle A\rangle=\langle A\rangle_\alpha\equiv\langle\alpha|A|\alpha\rangle=$

$=\sum_{a'}\sum_{a''}\langle\alpha|a''\rangle\langle a''|A|a'\rangle\langle a'|\alpha\rangle=$

$=\sum_{a'}a'|\langle a'|\alpha\rangle|^2\rightarrow\int|x'\rangle\langle x'|\alpha\rangle dx'$

$\frac{d}{dt}\langle A\rangle=\frac{1}{i\hbar}\langle[A,H]\rangle+\langle\frac{\partial}{\partial t}A\rangle$

הסתברות $P(a')=|\langle a'|\alpha\rangle|^2$

לכל B,A מתקיים: $\langle(\Delta A)^2\rangle\langle(\Delta B)^2\rangle\ge\frac{1}{4}|\langle[A,B]\rangle|^2$

$\Delta A_{(sakurai)}\equiv A-\langle A\rangle$

$\langle\Delta A\rangle=\langle A^2\rangle-\langle A\rangle^2$

קורלציה:

$C(t)\equiv\langle\alpha|\alpha,t_0=0;t\rangle=\langle\alpha|\mathrm{U}(t,0)|\alpha\rangle$

אם $|\alpha\rangle$ ו"ע של H: $C(t)=\langle a'|a',t_0=0;t\rangle=\exp\left(\frac{-iE_{a'}t}{\hbar}\right)$

ועבור וקטור $|\alpha\rangle$ כללי:

$$C(t)=\sum_{a'}|c_{a'}|^2\exp\left(\frac{-iE_{a'}t}{\hbar}\right)\to\int|g(E)|^2\rho(E)\exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)dE$$

כאשר:

$$\int|g(E)|^2\rho(E)dE=1$$

מערכות ספין 1/2:

אופרטורים:

$$1=|+\rangle\langle+|+|-\rangle\langle-|$$

$$S_z=\hbar/2\left(|+\rangle\langle+|-|-\rangle\langle-|\right)$$

$$S_x=\hbar/2\left(|+\rangle\langle-|+|-\rangle\langle+|\right)$$

$$S_y=\hbar/2\left(-i|+\rangle\langle-|+i|-\rangle\langle+|\right)$$

$$S_+\equiv\hbar|+\rangle\langle-|,\quad S_-\equiv\hbar|+\rangle\langle-|$$

בהצגה מטריצית:

$$S_z\doteq\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix},S_x\doteq\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},S_x\doteq\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$$

$$\exp\left(-\tfrac{1}{2}i\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{n}}\phi\right)\doteq\exp\left(-\tfrac{1}{2}i\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{n}}\phi\right),\text{ in }2\times2\text{ form:}$$

$$\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)-in_z\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) & \left(-in_x-n_y\right)\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\\ \left(-in_x+n_y\right)\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)+in_z\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\end{pmatrix}$$

וקטורים:

$$|S_x;\pm\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle\pm\frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$$

$$|S_y;\pm\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle\pm\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$$

המילטוניאן: (B_z נתון עבור ω)

$$H=-\left(\frac{e}{m_ec}\right)\mathbf{S}\bullet\mathbf{B},\quad\omega\equiv\frac{|e|B}{m_ec}$$

אנרגיות עצמיות:

$$E_\pm=\mp\frac{\hbar\omega}{2}$$

אופרטור סיבוב:

$$\mathcal{D}_z(\phi)=\exp\left(\frac{-iS_z\phi}{\hbar}\right)=e^{-i\frac{\phi}{2}}|+\rangle\langle+|+e^{i\frac{\phi}{2}}|-\rangle\langle-|$$

מטריצות פאולי: $\sigma_i\sigma_j+\sigma_j\sigma_i=2\delta_{ij}$, $[\sigma_i,\sigma_j]=2i\varepsilon_{i,j,k}\sigma_k$, $(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{b})=\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+i\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$

אוסילטור הרמוני:

אופרטורים:

$$a=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x+\frac{ip}{m\omega}\right),\quad a|n\rangle=\sqrt{n}|n-1\rangle$$

$$a^\dagger=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x-\frac{ip}{m\omega}\right),\quad a^\dagger|n\rangle=\sqrt{n+1}|n+1\rangle$$

$$N=a^\dagger a=\frac{H}{\hbar\omega}-\frac{1}{2},\quad N|n\rangle=n|n\rangle$$

$$x=\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\left(a^\dagger+a\right),\quad p=i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}\left(a^\dagger-a\right)$$

המילטוניאן:

$$H=\tfrac{1}{2m}p^2+\tfrac{1}{2}m\omega^2x^2=\hbar\omega\left(N+\tfrac{1}{2}\right)$$

אנרגיות עצמיות:

$$E_n=\hbar\omega\left(n+\tfrac{1}{2}\right)$$

יחסי חילוף: $[a,a^\dagger]=1$, $aa^\dagger=a^\dagger a+1$, $|n\rangle=\left(\left(a^\dagger\right)^n/\sqrt{n!}\right)|0\rangle$

מצבים קוהרנטים: $a|\alpha\rangle=\alpha|\alpha\rangle$, $D(\alpha)|0\rangle=|\alpha\rangle$

$$\langle H\rangle_\alpha=\hbar\omega\left(|\alpha|^2+\tfrac{1}{2}\right),\quad\langle H^2\rangle_\alpha=\hbar^2\omega^2\left(|\alpha|^4+2|\alpha|^2+\tfrac{1}{4}\right)$$

$$\Delta H_\alpha=\hbar\omega|\alpha|,\quad\langle x\rangle_\alpha=\sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}}\mathrm{Re}(\alpha),\quad\langle x\rangle_\alpha=\sqrt{2\hbar m\omega}\,\mathrm{Im}(\alpha)$$

$$|\alpha\rangle=\exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\cdot\sum\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle,\quad\Delta p_\alpha=\sqrt{\tfrac{1}{2}\hbar m\omega},\quad\Delta x_\alpha=\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$$

$$D(\alpha)\equiv\exp\left(\alpha a^\dagger-\alpha^*a\right)=\exp\left(-|\alpha|^2/2\right)\exp\left(\alpha a^\dagger\right)\exp\left(-\alpha^*a\right)$$

פונקציית גל מצב 0:

$$x_0=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}},\quad\langle x'|0\rangle=\frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}\sqrt{x_0}}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x'}{x_0}\right)^2\right)$$

פולינומי הרמיט:

$$\tfrac{d}{dz}H_n(z)=2nH_{n-1}(z),\qquad H_n(z)=\left(2z-\tfrac{d}{dz}\right)^n\cdot1$$

מערכות חד מימדיות:

משוואת שרדינגר: $\psi_n''+\frac{1}{\hbar^2}(E_n-V)\psi_n=0$

חלקיק חופשי: $H=\frac{1}{2m}p^2+V(\vec{r})$

תנע זוויתי:

אופרטור סיבוב (ציר Z):

$$\mathcal{D}_z(\phi)=\exp\left(\frac{-iJ_z\phi}{\hbar}\right)$$

יחסי חילוף:

$$[J_i,J_j]=i\hbar\varepsilon_{ijk}J_k$$

מטריצות סיבוב:

$$R_z(\phi)=\begin{pmatrix}\cos\phi&-\sin\phi&0\\\sin\phi&\cos\phi&0\\0&0&1\end{pmatrix},R_x(\phi)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\phi&-\sin\phi\\0&\sin\phi&\cos\phi\end{pmatrix},R_y(\phi)=\begin{pmatrix}\cos\phi&0&\sin\phi\\0&1&0\\-\sin\phi&0&\cos\phi\end{pmatrix}$$

יחסי חילוף נוספים:

$$\mathbf{J}^2|a,b\rangle=a|a,b\rangle,J_z|a,b\rangle=b|a,b\rangle\quad\mathbf{J}^2=J_xJ_x+J_yJ_y+J_zJ_z,\quad\left[\mathbf{J}^2,J_k\right]=0,\quad(k=1,2,3)$$

אופרטור סולם:

$$J_\pm=J_x\pm iJ_y,\quad[J_+,J_-]=2\hbar J_z$$

$$[J_z,J_\pm]=\pm\hbar J_\pm,\quad\left[\mathbf{J}^2,J_\pm\right]=0$$

$$J_z\left(J_\pm|a,b\rangle\right)=(b\pm\hbar)\left(J_\pm|a,b\rangle\right)$$

$$\mathbf{J}^2\left(J_\pm|a,b\rangle\right)=a\left(J_\pm|a,b\rangle\right)$$

גבולות:

$$J_+|a,b_{\max}\rangle=0,\quad b_{\max}=b_{\min}+n\hbar=\frac{n\hbar}{2}$$

$$a=b_{\min}(b_{\min}-\hbar)\quad j=\tfrac{1}{2},1,\tfrac{3}{2},\ldots\quad,m=-j,-j+1,\ldots,j-1,j\quad j\equiv\tfrac{b_{\max}}{\hbar}\quad m\equiv\tfrac{b}{\hbar}$$

$$\langle j',m'|J_\pm|j,m\rangle = \hbar\sqrt{(j\mp m)(j\pm m+1)}\delta_{j,j'}\delta_{m',m+1}$$

$$J_+|j,m\rangle = \hbar\sqrt{(j-m)(j+m+1)}|j,m+1\rangle,\quad J_-|j,m\rangle = \hbar\sqrt{(j+m)(j-m+1)}|j,m-1\rangle$$

$$\mathbf{J}^2|j,m\rangle = j(j+1)\hbar^2|j,m\rangle,\quad J_z|j,m\rangle = m\hbar|j,m\rangle$$

אופרטור סיבוב: $\mathbf{J}^2\mathcal{D}(R)|j,m\rangle = \mathcal{D}(R)\mathbf{J}^2|j,m\rangle = j(j+1)\hbar^2[\mathcal{D}(R)|j,m\rangle]$

תנע זוויתי מסלולי:

$$\mathbf{L} = \mathbf{x}\times\mathbf{p},\quad [L_i,L_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}L_k,\quad L_z = xp_y - yp_x$$

$$\mathbf{L}^2 = \mathbf{x}^2\mathbf{p}^2 - (\mathbf{x}\cdot\mathbf{p})^2 + i\hbar\mathbf{x}\cdot\mathbf{p}$$

$$\frac{1}{2m}\langle x'|\mathbf{p}^2|\alpha\rangle = -\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r\langle x'|\alpha\rangle\right) - \frac{1}{\hbar^2 r^2}\langle x'|\mathbf{L}^2|\alpha\rangle$$

$$\left[1-i\left(\frac{\delta\phi}{\hbar}\right)L_z\right]|x',y',z'\rangle = |x'-y'\delta\phi, y'+x'\delta\phi, z'\rangle$$

$$\langle r,\theta,\phi|\left[1-i\left(\frac{\delta\phi}{\hbar}\right)L_z\right]|\alpha\rangle = \langle r,\theta,\phi-\delta\phi|\alpha\rangle$$

$$\langle x',y',z'|\left[1-i\left(\frac{\delta\phi}{\hbar}\right)L_z\right]|\alpha\rangle = \langle x'+y'\delta\phi, y'-x'\delta\phi, z'|\alpha\rangle$$

$$\langle x'|L_z|\alpha\rangle = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\langle x'|\alpha\rangle$$

חלקיק בפוטנציאל מרכזי:

ערכים עצמיים ← אופרטור

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + V(r)\qquad \varphi_{l,k,m}(r) = \tfrac{1}{r}U_{k,l}(r)\cdot Y_l^m(\theta,\phi)\qquad H\to E_{k,l},\quad \mathbf{L}^2\to l(l+1)\hbar^2,\quad L_z\to m\hbar$$

פונקציות גל:

$$\varphi_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}e^{-\frac{r}{a}},\quad \varphi_{2,0,0} = \frac{1}{\sqrt{8\pi a_0^3}}\left(1-\tfrac{r}{2a_0}\right)e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

$$\varphi_{2,1,\pm1} = \mp\frac{1}{\sqrt{8\pi a_0^3}}\frac{r}{a_0}e^{-\frac{r}{2a_0}}\sin\theta e^{\pm i\phi}$$

$$\varphi_{2,1,0} = \mp\frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}}\frac{r}{a_0}e^{-\frac{r}{2a_0}}\cos\theta$$

פונקציות רדיאליות בלבד:

$$R_{1,0} = 2\left(\tfrac{z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{zr}{a_0}}$$

$$R_{2,0} = \left(\tfrac{z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(2-\tfrac{zr}{a_0}\right)e^{-\frac{zr}{2a_0}}$$

$$R_{2,1} = \left(\tfrac{z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\tfrac{zr}{\sqrt{3}a_0}\right)e^{-\frac{zr}{2a_0}}$$

צברים:

אופרטור צפיפות: (שוויון מתקיים בצבר טהור)

$$\rho \equiv \sum_i w_i|\alpha^{(i)}\rangle\langle\alpha^{(i)}|,\quad \sum_i w_i = 1,\quad \mathrm{tr}(\rho)=1,\quad \mathrm{tr}(\rho^2)\le 1$$

ממוצע צבר:

$$[A] \equiv \sum_i w_i\langle\alpha^{(i)}|A|\alpha^{(i)}\rangle = \sum_i\sum_{a'} w_i\left|\langle a'|\alpha^{(i)}\rangle\right|^2 a' = \mathrm{tr}(\rho A)$$

התפתחות בזמן:

$$i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t} = -[\rho,H]$$

מכניקה קוונטית סטטיסטית:

$$Z = \sum_k^N \exp(-\beta E_k) = \mathrm{tr}\left(e^{-\beta H}\right),\quad w_l = \tfrac{1}{Z}e^{-\beta E_l},\quad \beta = -\frac{1}{kT},\quad \rho_{kk} = \frac{e^{-\beta E_k}}{Z},\quad \rho = \frac{e^{-\beta H}}{Z}$$

אנרגיה פנימית:

$$U = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln(Z)$$

תורת ההפרעות הבלתי תלויה בזמן: עבור מצב בלתי מנוון $|\varphi_n\rangle$ נקבל:

$$H(\lambda) = H_0 + \lambda\hat{W},\quad H(\lambda)|\psi(\lambda)\rangle = E(\lambda)|\psi(\lambda)\rangle$$

$$E_n(\lambda) = E_n^0 + \underbrace{\langle\varphi_n|W|\varphi_n\rangle}_{\text{(תיקון מסדר ראשון)}} + \underbrace{\sum_{p\ne n}\sum_i\frac{\left|\langle\varphi_p^i|W|\varphi_n\rangle\right|^2}{E_n^0 - E_p^0}}_{\text{(תיקון מסדר שני)}} + \underbrace{O(\lambda^3)}_{\text{(תיקונים מסדר גבוה)}}$$

$$|\varphi_n(\lambda)\rangle = |\varphi_n\rangle + \sum_{p\ne n}\sum_i\frac{\langle\varphi_p^i|W|\varphi_n\rangle}{E_n^0 - E_p^0} + O(\lambda^2)$$

מכניקה קלאסית:

משוואת לגרנז':

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

כוח, במקרה הכללי:

$$F_i = \frac{d}{dt}\frac{\partial U}{\partial\dot{q}_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i}$$

משוואות המילטון-יעקובי:

$$\dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j},\quad -\dot{p}_i = \frac{\partial H}{\partial q_j}$$

המילטוניאן:

$$H = \sum_i p_i\dot{q}_i - L$$

$$[A,B]_{(classical)} = \tfrac{1}{i\hbar}[A,B]\qquad [A(q,p),B(q,p)]_{classical} = \sum_s\left(\frac{\partial A}{\partial q_s}\frac{\partial B}{\partial p_s} - \frac{\partial A}{\partial p_s}\frac{\partial B}{\partial q_s}\right)$$