

אל: מנחם

1-1

א. ציגור מלבד זה נוסף איננו מיון קטן ומיון בסדר קטן.

Add-max - מיון קטן מיון קטן.



Extend-min - מיון קטן מיון קטן, וקטן קטן מיון קטן.

Extend-min - מיון קטן.

פירוק זה מיון קטן, נוסף איננו מיון קטן מיון קטן.

איננו מיון קטן מיון קטן.

מיון - מיון קטן מיון קטן.

מיון - מיון קטן מיון קטן.

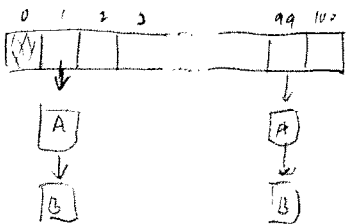
מיון - מיון קטן מיון קטן.

מיון - מיון קטן.

ב. קטן מיון קטן מיון קטן.

מיון קטן מיון קטן.

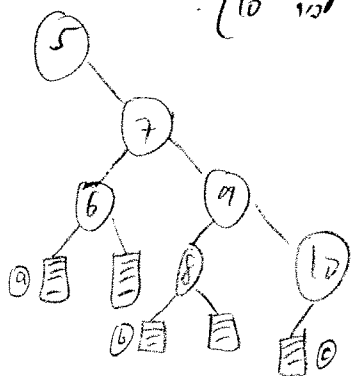
מיון קטן מיון קטן.



מיון קטן.

מיון קטן מיון קטן.

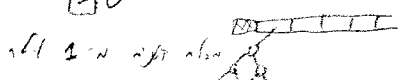
ג. מיון קטן מיון קטן.



א. מיון קטן מיון קטן.

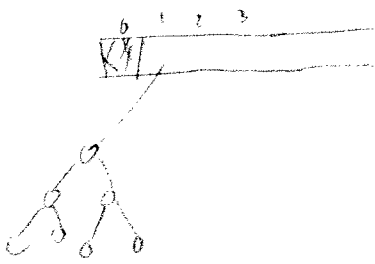
ב. מיון קטן מיון קטן.

ג. מיון קטן מיון קטן.



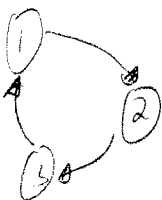
מיון קטן מיון קטן.

3. נתון מיון בן 100 מקומות. נלמד ברגע זה מה זה
 אולי נשתמש בזה בהמשך. קלף או קובייה.



שאלה 2

מאריך סטטיסטיקה: תא (1,2) מלא 'א' אם יש אדם ממוצע או יותר.



	1	2	3
1	0	1	0
2	0	0	1
3	1	0	0

אם נאמר שהמסלול של H נמצא בסוף המסלול.
 ממוצע או לא ממוצע, זה ממוצע (ממוצע).

בא נאמר (ממוצע) של 'א' נאמר אדם נאמר אדם נאמר אדם.
 ממוצע (ממוצע) OR אדם ממוצע.

אדם ממוצע:

0	1	0
0	0	1
1	0	0

→

0	1	0
0	0	1
1	0	0

אדם ממוצע:

0	0	0
0	0	0
1	0	0

0	0	1
0	0	0
0	0	0

0	0	1
1	0	0
0	0	0

בא נאמר אדם ממוצע 2 ממוצע.

בא נאמר אדם ממוצע 1 ממוצע 3 ממוצע 2 ממוצע 1.
 אדם ממוצע אדם ממוצע.

סיבוכיות האלגוריתם: $O(V^2)$ או $O(V^3)$ (לפי ההנחות)

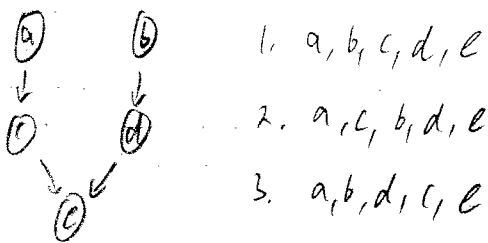
התקן קודם במקום $V - O(V)$

סדר $O(V^3)$

שאלה 3

א. רבון. נחלקי הממוצע על האלגוריתם $O(V^2)$ (דיון מיותר).

ב. א. רבון. אם אנחנו רוצים לבדוק את כל הcluster שונים
לא נאמין המדויק, ואם נחלקי הממוצע (וסדר קודם) נאמין. הממוצע קודם $O(V)$.



1. a, b, c, d, e
2. a, c, b, d, e
3. a, b, d, c, e

3. א. רבון. דיון מיותר:

ב. אם אנחנו רוצים לבדוק את כל הcluster שונים $O(V+E)$ או $O(V^2)$ BFS, והדיון לא נאמין. $O(E)$.

ג. רבון. אם אנחנו רוצים לבדוק את כל הcluster שונים $O(V+E)$ או $O(V^2)$ BFS, והדיון לא נאמין. $O(E)$.

ד. רבון! (נראה שיש טעות) - נאמין הממוצע $O(V^2)$ (דיון מיותר).
(אם נאמין) - נאמין הממוצע $O(V^2)$ (דיון מיותר).
סיבוכיות: $O(V^2)$.

$$4 \sqrt{6} \checkmark$$

$$a \cdot n^0 + b \cdot n^1 + c \cdot n^2$$

המספרים הנכונים:

$$O(3(n+n)) = O(n)$$

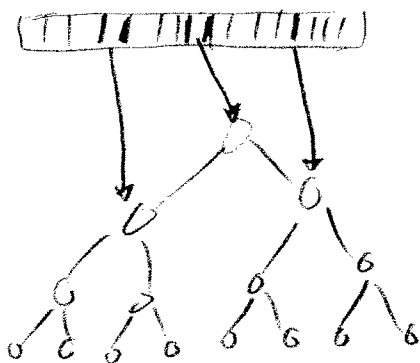
Radix-Sort

המקור של המספרים הנכונים: Radix-Sort

המקור של המספרים הנכונים: Radix-Sort

המקור של המספרים הנכונים: Radix-Sort

המקור של המספרים הנכונים: Radix-Sort



המקור של המספרים הנכונים: Radix-Sort

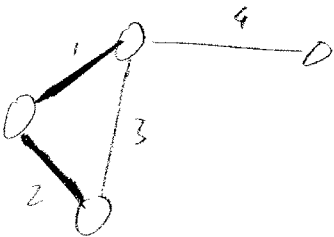
זמני קריאה באמצעות שפת הסימנים - קריאה של ספר יידי.

רמת גור בארבעה שנים באמצעות אקטור: askar

א. לא תאמר ואומר, ויבטל את היתר זהו בארבעה

ב. גם תאמר שיהיה. ודבר זה יבא לידי ביטוי אף אם יש בארבעה
תאמר.

ג. אין תשובה ויבטל את היתר זהו בארבעה שנים
ד. לא תאמר שיהיה, כי זה יבא לידי ביטוי אף אם יש בארבעה שנים.



ג. בארבעה שנים.

הקלט

הפלט

הקלט

04268

1.6c

$$H(k, i) = (h_1(k) + h_2(i)) \bmod m$$

$$H(k, i) = (C + h_2(i)) \bmod m$$

1. הקלט h_1

1. סדרת הערכים: $C + h_2(0), C + h_2(1), C + h_2(2)$

2. הסדרת הערכים: $h_2(0), h_2(1), h_2(2)$ - כלומר, הסדרת הערכים המקוריים.

3. הקלט h_2

h_2 צריכה להיות סדרת הערכים המקוריים, כלומר, הסדרת הערכים המקוריים.

הקלט h_2

$$H(k, i) = (h_1(k) + C) \bmod m$$

2. הקלט h_2

1. סדרת הערכים: $(h_1(0) + C) \bmod m, (h_1(1) + C) \bmod m$

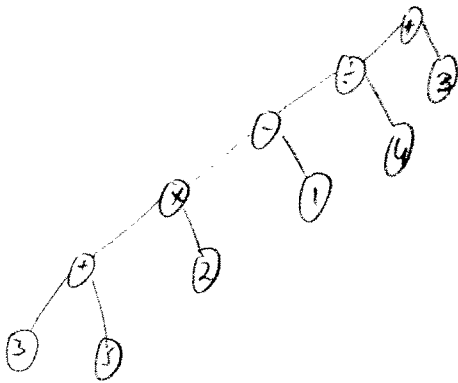
2. סדרת הערכים: $h_1(0), h_1(1)$ - כלומר, הסדרת הערכים המקוריים.

3. h_1 צריכה להיות סדרת הערכים המקוריים, כלומר, הסדרת הערכים המקוריים.

הקלט h_1 צריכה להיות סדרת הערכים המקוריים, כלומר, הסדרת הערכים המקוריים.

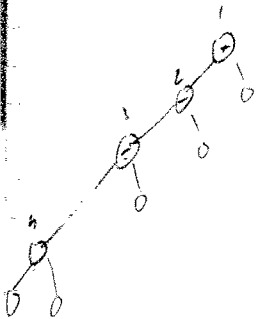
שאלה 3

לכתוב פונקציה שמקבלת $root$ - סדר $inorder$.



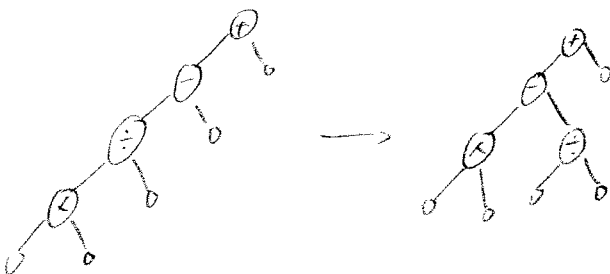
א.

ה. נקיים פונקציה שמקבלת $root$ ופונקציה שמקבלת $root$ ופונקציה שמקבלת $root$.



במקרה כזה יבוא ויחזיר $root$.

נבדוק את המקרה של $root$ ופונקציה שמקבלת $root$ ופונקציה שמקבלת $root$.



נבדוק את המקרה של $root$ ופונקציה שמקבלת $root$ ופונקציה שמקבלת $root$.

$calc_tree(v)$

if v is a leaf $\rightarrow$ return $val(v)$

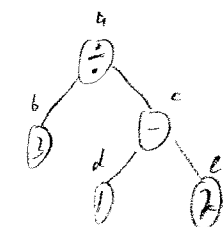
$L = calc_tree(left(v))$

$R = calc_tree(right(v))$

return $val(v, L, R)$

2.

לוג



calc-tree (b)
return 3

calc-tree (c)
L = 1
R = 2
return (-1)

calc-tree (a)

L = 3

R = -1

return 3 - 1

$\sqrt{4} = 2$

1. מספר הקשרים ביניהם שווה אומר כי הם מקבילים.
(למשל מקבילים אומר כי הם מקבילים).

2. יסמן כי הם מקבילים יחד.

"כוכב" - (כוכב) כל שני יחידות מקבילים. כל מקבילים מקבילים יחד.
סעיף, אין י' אומר אשר יסמן שני יחידות מקבילים.
שני יחידות מקבילים, כל שני יחידות מקבילים - סעיף.

3. נסמן באותיות אקראיות ויקן שמיים (לפי שני יחידות) נסמן יורד ויורד.
לסמן. אקראיות נוסף כראוי אין למ באותיות נוסף.

$\sqrt{5} = 2$

$\frac{h^2}{\log h}, \log h, h^3, (1.00001)^{h^2}, \log h, 3^h, h^4 - 4h - 30,$
 h, h^2, h^3

$$\log h < \log h < \log h^2 < h^2 < h^3 < h^4 < \sqrt[4]{(1.00001)^{h^2}} < 3^h < h^4 < h^5$$

↑
 $\log h$

1. הוכחה

א. הוכחה של $T(n) = O(n^2)$.
 נניח שההוכחה נכונה עבור n ונראה שהיא נכונה עבור $2n$.
 נניח שההוכחה נכונה עבור n ונראה שהיא נכונה עבור $2n$.
 נניח שההוכחה נכונה עבור n ונראה שהיא נכונה עבור $2n$.

ב. הוכחה של $T(n) = O(n^2)$.
 נניח שההוכחה נכונה עבור n ונראה שהיא נכונה עבור $2n$.

$$f(n) = 3^n$$

$$f(n) = 3^n = (3^n)^c \neq O(3^n)$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\sqrt{n}\right) + n$$

$$T\left(\frac{n}{2}\right) = T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\sqrt{\frac{n}{2}}\right) + \frac{n}{2}$$

$$T\left(\frac{n}{4}\right) = T\left(\frac{n}{8}\right) + T\left(\sqrt{\frac{n}{4}}\right) + \frac{n}{4}$$

$$T(n) = n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots + n^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{4}} + n^{\frac{1}{8}} = 2n + O(n) = O(n)$$

הוכחה נכונה

3. Successor - חשבון במספרים

הוכחה של $T(n) = O(n)$.
 נניח שההוכחה נכונה עבור n ונראה שהיא נכונה עבור $2n$.
 נניח שההוכחה נכונה עבור n ונראה שהיא נכונה עבור $2n$.

$$2 = 16$$

$$h(k) = (2k) \bmod 13 \quad \left\{ \begin{array}{l} 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130 \\ 143, 156 \end{array} \right. \quad . 16$$

0	→ 39
1	→
2	→ 79 → 14
3	→ 8 → 60
4	→
5	→
6	→ 16 →
7	→

8	→ 30 → 17
9	→ 11
10	→ 41 → 18
11	→
12	→ 19

~~30, 79, 8, 39, 14, 60, 16, 14, 18, 17, 41, 18~~

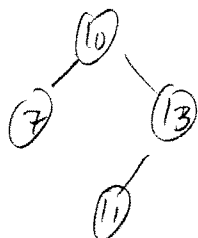
~~60, 158, 16, 78, 22, 120, 32, 28, 38, 39, 88, 36~~

$$h(k, i) = [h_1(k) + i h_2(k)] \bmod m$$

$$h_1(k) = k \bmod m$$

$$h_2(k) = 1 + (k \bmod (m-1))$$

--- ∫ s^k 1721 n=0



ב. א. נכון!

הוכח: מערך האי (אשר i הוא אי זוגי)
 וי שקורה אף.

7 מערך:



10 מערך:



10 מערך:



7 מערך:



ג. על מנת להוכיח את הטענה - נניח כי i אי-זוגי.
 אם i אי-זוגי, i הוא אי-זוגי. נניח כי i אי-זוגי.
 נניח כי i אי-זוגי.

אם i אי-זוגי, i הוא אי-זוגי. נניח כי i אי-זוגי.
 אם i אי-זוגי, i הוא אי-זוגי. נניח כי i אי-זוגי.

א. Insertion sort יציב : גורר נקודות זמן $O(n^2)$ במקרה גרוע, $O(n \log n)$ במקרה הטוב.
 במקרה גרוע זמן $O(n^2)$ בגלל צורך להזיז את כל האיברים הנמצאים
 בנקודה, ולא מוגבלת הזמן.



אם נתון מספר המספרים n וצריך למצוא את האיבר k (עקום זמן)
 בממוצע $O(n \log n)$, במקרה גרוע $O(n^2)$ (אם k הוא האיבר הראשון או
 האחרון). במקרה גרוע $O(n^2)$ בגלל צורך להזיז את כל האיברים הנמצאים
 בנקודה, ולא מוגבלת הזמן.

1	2	3	4	5	6	7	100
---	---	---	---	---	---	---	-----

10	20	30	40	50	60	70	80
----	----	----	----	----	----	----	----

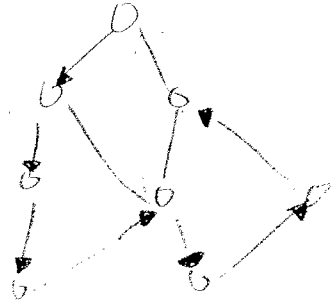
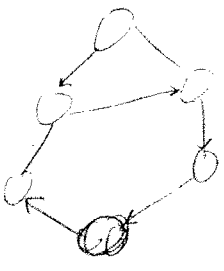
ב. ציור:

אם נתון מספר המספרים n וצריך למצוא את האיבר k (עקום זמן)
 בממוצע $O(n \log n)$, במקרה גרוע $O(n^2)$ (אם k הוא האיבר הראשון או
 האחרון). במקרה גרוע $O(n^2)$ בגלל צורך להזיז את כל האיברים הנמצאים
 בנקודה, ולא מוגבלת הזמן.

אם נתון מספר המספרים n וצריך למצוא את האיבר k (עקום זמן)
 בממוצע $O(n \log n)$, במקרה גרוע $O(n^2)$ (אם k הוא האיבר הראשון או
 האחרון). במקרה גרוע $O(n^2)$ בגלל צורך להזיז את כל האיברים הנמצאים
 בנקודה, ולא מוגבלת הזמן.

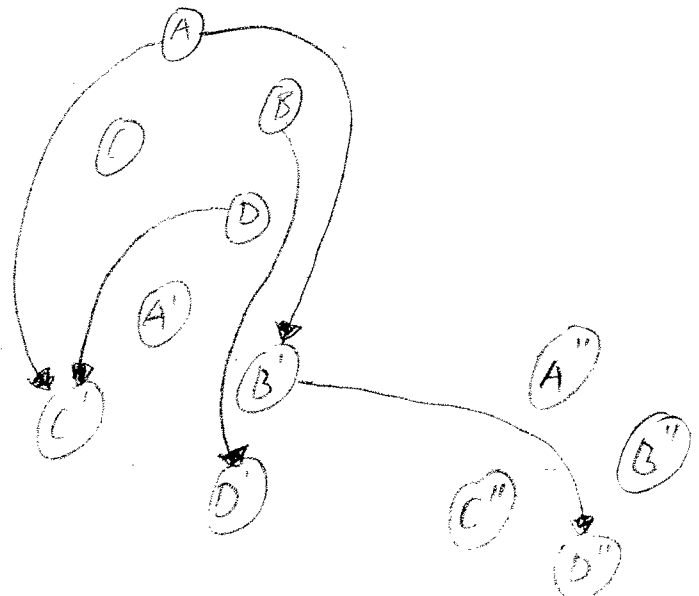
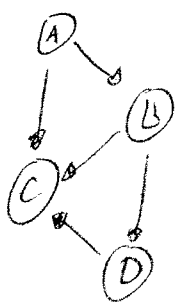
א. צושר היקבוק של האלמנטים הוא מין קטן של צושר
 עם מספרים קטנים בתוכם [מקום], מידע יחד עם צושר האלמנטים
 הוא אולם בתוך אולם (זו רק שטח קטן של צושר) (כל צושר של Vision).

ב. נניח א. האלמנטים מסווגים DFS, דבר שגורם לקבוע
 "כיוון" זה כיוון היקבוק.
 באותו אופן נניח אולם של DFS שטח מידע, אולם
 נקרא "כיוון" בתוך אולם שטח מידע.



(במקום הזה, נניח נקרא קידוקים שטח מידע)
 נניח שגורם אולם, אולם נקרא "כיוון" זה כיוון
 שטח מידע (אולם).

ג. (שטח מידע של הקידוקים, אולם - V - V' - נניח שטח מידע V^k , אולם נניח)
 האלמנטים דיאקטום אולם נניח. אולם קיים אולם נניח אולם האלמנטים
 נניח אולם



ofter $\sqrt{k}$

in Tpm, 2004 Tm - 044268

1. k

$$\left. \begin{array}{l} T(n) = T(n-2) + 1 \\ T(n-2) = T(n-4) + 1 \end{array} \right\} T(n) = T(n-2k) + \overbrace{1+1+\dots+1}^k =$$

$$= \frac{1}{2}n = O(n)$$

$$\left. \begin{array}{l} T(n) = T(n-1) + \lg n \\ T(n-1) = T(n-2) + \lg(n-1) \end{array} \right\} T(n) = T(1) + \lg n + \lg(n-1) =$$

$$= \lg(n!) = O(n \lg n)$$

$$\left. \begin{array}{l} T(n) = T(n^{\frac{1}{2}}) + 1 \\ T(n^{\frac{1}{2}}) = T(n^{\frac{1}{4}}) + 1 \end{array} \right\} n^{\frac{1}{2^k}} = 2 \Rightarrow k = \frac{\lg n}{4}$$

$$\Rightarrow T(n) = 1+1+\dots+1 = \frac{1}{4} \lg n = O(\lg n)$$

$$n^{(\lg n)^{-1}} < 2^{\frac{\lg n}{2}} \lg^2 n < \lg(n!) < n^3 < n \cdot 2^n < 3^n < n^n$$

$$2^{\frac{\lg n}{2}} \square n^{\frac{1}{\lg n}} \quad / \lg$$

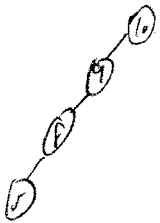
$$\frac{\lg n \cdot \lg^2 n}{2} \square \frac{\lg n}{\lg n}$$

א. Merge Sort זוגי מקום (O(N log N)).
 Heap Sort גורר זוגי מקום (O(N log N)).
 האופן לא רצוי, (ולא אומר שזה "יותר" מה Heap Sort).

ב. U מכלי מים מתחת.
 ע' מ "תקנה" ארבעים, אין אחריות עליו נכנסו יחד באחדות, כל יום יום.
 האם ב' ח אבנים. אסור להשתמש ב"תקנה" אבנים, רק אם ב' ח אבנים.
 הולכות אליו יחד, ואם האסור ה"תקנה" רק (ח) 25.

ג. האם האם הולך בתור אחרים, נ-2, האם האם יחד יחד בקל, אין האם לא נכנס.

ד. כל הנהגה המקום האם הולך "הולך" ש"ן". האם נכנס.



ה. האם נכנס. האם לא נכנס אלא כלומר (אם האם) האם.
 האם יום שמישהו האם האם האם האם האם האם האם האם.
 תשובה

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + C \cdot n$$

1.

$$T\left(\frac{n}{2}\right) = T\left(\frac{n}{4}\right) + C \cdot \frac{n}{2}$$

$$T\left(\frac{n}{4}\right) = T\left(\frac{n}{8}\right) + C \cdot \frac{n}{4}$$

$$T(n) = C \cdot n + C \cdot \frac{n}{2} + C \cdot \frac{n}{4} + \dots + C \cdot \frac{n}{2^k}$$

-lg

$$k=1 \rightarrow \frac{n}{2^k} = 1$$

$$n = 2^k \Rightarrow k = \lg n$$

$$\Rightarrow T(n) = Cn \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{\lg n}} \right)$$

$$= Cn \left(\underbrace{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}_{\text{arithmetic series}} \right) = Cn \cdot \frac{1 - \frac{1}{2^{\lg n}}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= Cn \cdot \frac{1 - \frac{1}{n}}{\frac{1}{2}} = 2Cn \cdot \frac{n-1}{n} = 2C(n-1)$$

ב. מוקד של ממוקד. הממוקד n מסתדר.

על מנת לראות את x_1, x_2, x_4, x_p

partition

המקוריות: (כדי) את המקוריות mid $\sqrt{k}$ מסתדר, וכל מה שהוא יכול לעשות

הוא: מוקד של כל מה שהוא יכול לעשות, mid ^{partition} מסתדר, וכל מה שהוא יכול לעשות

הוא: מוקד של כל מה שהוא יכול לעשות, וכל מה שהוא יכול לעשות, וכל מה שהוא יכול לעשות

הוא: מוקד של כל מה שהוא יכול לעשות, וכל מה שהוא יכול לעשות, וכל מה שהוא יכול לעשות

$$T(n) = n \times (n-1) + (n-2) + (n-4) + \dots + (n-k)$$

$$= \Theta(n!)$$

א. G קריטריון - (כן אמר) את הצורה אשר קובעו ענין האם זהו קריטריון או קריטריון בלבד לא יוקדם את האם זהו.



← (אם יש משהו שני):

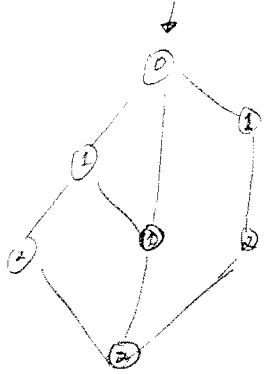
אם (כן אמר) את קובעו ענין...

מבין זה ידוע איך משהו שני.

ב. קריטריון BFS או קריטריון עומק או קריטריון.

האם קריטריון זה או קריטריון זה?

האם קריטריון זה או קריטריון זה? (אם לא) -
האם קריטריון זה או קריטריון זה? (אם לא) -
האם קריטריון זה או קריטריון זה? (אם לא) -



2. התקרה (מיון ממוין) ידוע שהיא בזמן $O(n^2)$ במקרה הטוב.

3. מיון בועות - bubble sort

מיון במחיצה - Q-S

מיון קופים - Heap sort

3 = 3

$$h(k) = k \bmod 7$$

1. k

מיון: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42

2. מיון קופים - Heap sort

$$n = 100$$

3

1. Chaining : $1 + \alpha = 1 + \frac{100}{m} = 4$

$$\Rightarrow m \approx 33 = 37 \quad \leftarrow \text{prime}$$

2. double hash : $\frac{1}{1-\alpha} = \frac{1}{1-\frac{100}{m}} = 4 \rightarrow m \approx 133 = 137 \quad \leftarrow \text{prime}$

2. $\text{mid}[0, 1, n]$ - נבדק

נבדק partition בנקודה של mid ונבדק האם mid הוא הממוצע.

3. (בדק) - mid הוא הממוצע של mid ונבדק האם mid הוא הממוצע של mid .

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 2n$$

16. jor par ba $\uparrow$ $\frac{n}{2}$ partition + mid $\uparrow$
 16.50

$$n = 2^m$$

$$T(2^m) = T\left(\frac{2^m}{2}\right) + 2 \cdot 2^m$$

$$T\left(\frac{2^m}{2}\right) = T\left(\frac{2^m}{4}\right) + 2 \cdot \frac{2^m}{2}$$

$$\begin{aligned}
 T(2^m) &= 2 \cdot (2^m + 2^{m-1} + \dots + 1) = \\
 &= 2 \cdot \left(1 \cdot \frac{2^m - 1}{2 - 1}\right) \approx 2^m = n
 \end{aligned}$$

$$T(n) = \Theta(n)$$

$$a : b \rightarrow c \rightarrow$$

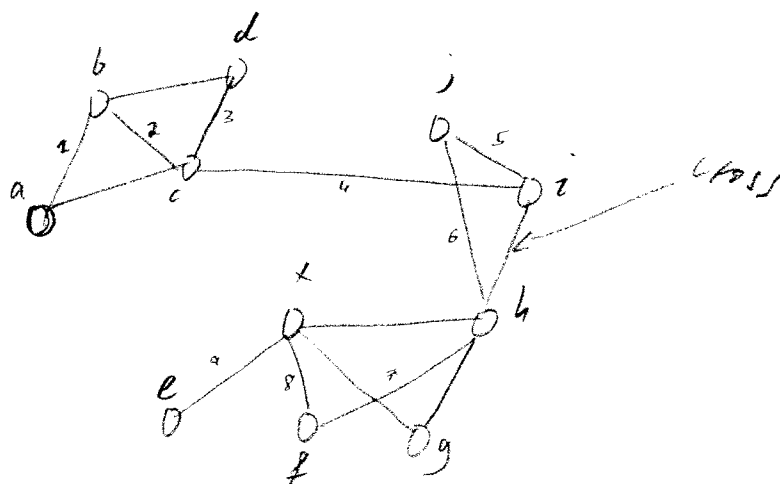
حیدر علی خان

$$b: a \rightarrow c \rightarrow d$$

c: $a \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow i$

$$d: b \rightarrow c \rightarrow$$
$$i: c \rightarrow h \rightarrow j$$

16. 1.

[illegible]

• weight: $[1, h]$, $|E| = |O_n|$, $|V| = n$, $G = (V, E)$.

זמן האלמנטרי $\Theta(n)$ (לפי אתר [krudival.com](http://www.krudival.com))
 זמן $\Theta(n)$ (לפי אתר [Union find](http://www.unionfind.com))
 זמן $\Theta(n)$ (לפי אתר [Bucket sort](http://www.bucket-sort.com))

הקרה בקרוב - (מס)

1.4. קריא: את סעיף BFS זה מסמן קריא.

נדמה, ϵ או 2 קבוצות האותיות ייקראו $(0, 1, 4)$ ויחשבו
זה ייקרא יאיר. אם יחשבו את קבוצת האותיות ϵ וכל
אלמנטים מסמנים לבנים.

סימנים: בלבן BFS: $O(|V| + |E|)$.

2. קריא: קריא סעיף DFS ואלוהי. אם יש יאיר נחשבו האותיות בלבן את
אלמנטים מסמנים לבנים. קבוצת האותיות יחשבו האותיות

1. (10 נקודות):
- I. $TA_1 \leq 20n \lg n$ ו- TA_1 הוא
 - II. $TA_2 \leq 3n^2$ ו- TA_2 הוא
 - III. $TA_3 \geq 5n$ ו- TA_3 הוא
 - IV. $TA_1, A_2, A_3 \geq \frac{n}{20} \lg n$ ו- TA_1, A_2, A_3 הם
 - V. $TA_1, A_2, A_3 \geq n$ ו- TA_1, A_2, A_3 הם

1. TA_1 הוא
2. TA_2 הוא
3. TA_3 הוא
4. TA_1, A_2, A_3 הם
5. TA_1, A_2, A_3 הם
6. TA_1, A_2, A_3 הם
7. TA_1, A_2, A_3 הם

8. A - Union find ו- קיבולת
9. B - ו- קיבולת

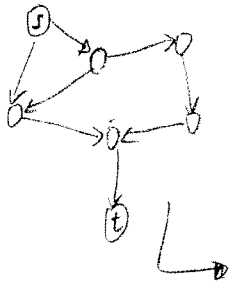
(i) A הוא סדרה של מספרים שלמים. A הוא סדרה של מספרים שלמים.

ו- A הוא סדרה של מספרים שלמים. A הוא סדרה של מספרים שלמים.

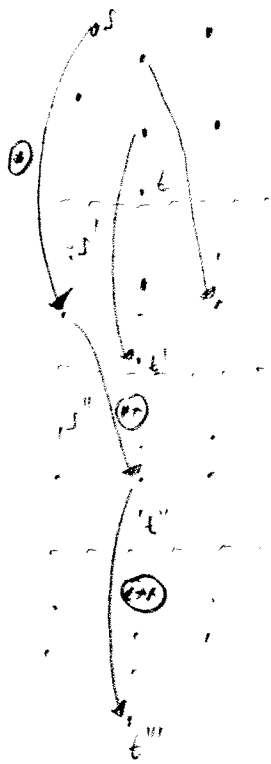
(ii) A הוא סדרה של מספרים שלמים. A הוא סדרה של מספרים שלמים.

ו- A הוא סדרה של מספרים שלמים.

א. אורך של אסתר באקוויבנט ד"אגלר קסימאני $O(|V|^2)$.



ב. 1. (מן אסתר אקוויבנט ד"אגלר קסימאני)
DFS מלווה τ , וואגן אקוויבנט אלוט:



2. אקוויבנט ד"אגלר קסימאני
מלווה, וואגן אקוויבנט אלוט
3. אקוויבנט מלווה ד"אגלר קסימאני.

2. (מן אסתר אקוויבנט ד"אגלר קסימאני)
אקוויבנט אקוויבנט ד"אגלר קסימאני:

$$A_k(i, j) = A_{k-1}(i, j) \text{ or } (A_{k-1}(i, k) \text{ and } A_{k-1}(k, j))$$

$$O(|V|^3)$$

* ברוב: ברוב קוויבנט, אקוויבנט ד"אגלר קסימאני.

מחברת בחינה



ציונים לשימוש הבוחן

שאלה מס' 1	0	ציון	0	* מס' תעודת הזהות
28	☐	☐	0	☐
25	☐	☐	1	☐
28	☐	☐	2	☐
	☐	☐	3	☐
	☐	☐	4	☐
	☐	☐	5	☐
82	☐	☐	6	☐
	☐	☐	7	☐
	☐	☐	8	☐
	☐	☐	9	☐

* יש למלא X בתוך המשבצות בטבלה שלהלן עבור כל ספרה של תעודת הזהות, כולל ספרת הביקורת (סה"כ 9 ספרות), כאשר כל עמודה מייצגת ספרה בתעודת הזהות

שם משפחה _____

שם פרטי _____

פקולטה חשמל

מקצוע בחינה אלקטרוניקה

תאריך בחינה 12,10,07

סמסטר _____

מחברת _____ מתוך _____ מחברות

לתשומת לבך !!!

- הקפד למלא בטבלת המשבצות של תעודת הזהות את ה-x בתוך המשבצות.
- במידה וטעית במיקום ה-x בטבלת המשבצות, השחר את הריבוע לחלוטין.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בעט בלבד (לא בעפרון).
- אין לתלוש דפים ממחברת הבחינה.
- אין להוסיף דפים למחברת הבחינה שלא אושרו על-ידי המתרגל או מרצה הקורס.
- אין לשדך סיכות נוספות, לסיכה הקיימת, למחברת הבחינה.

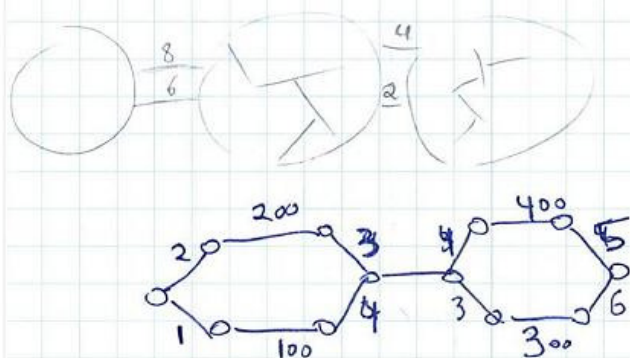
שאלה 1:

סיבוכיות הזמן היא $O(V+E)$.
 DFS עם הסתם $\&$ ומסמטים פטני לishuf
 הופכים את כל הקטגוריות ומריצים DFS בסדר יורד
 עם זמני לishuf ואם קיימת קב' קטגוריה המכילה
 יותר ממוחלף אחד אז זה אומר שהיה מעגל במסלול
 כי קיים SCC עם יותר ממוחלף אחד סה"כ $O(V+E)$

8/8 ✓

מכיוון שזוהי בעיה עם כל הקטגוריות הטוב ביותר הוא
 עיטורי. זע"י הרצת BFS סמוך ברסע שיש אפשרות
 להכניס ע-ע Q מהו שהוא visited אפשר גם להשיג
 סיבוכיות זו $O(V+E)$
 (וזהו!)

6/9 ✓



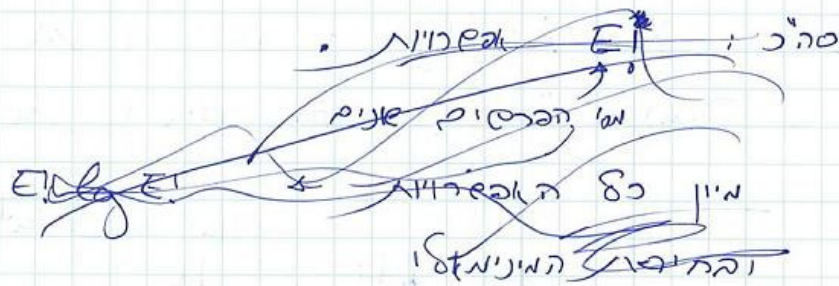
דפי המספר
 קיימות לזו קטגוריה
 שהעלבתן תתן SBST
 ניתן עזאז שגין בהכרח
 דבבב איתך מהקומא

8/8 ✓

אם נבחר ע-ST אז קטגוריה 100 - 300 נקבע 428
 אם במקום 300 נבחר 400 נקבע 100 + 528 דבבב
 אם במקום 100 נבחר 300 גם נקבע 100 + 528 דבבב
 עכן קיימות שני SBST-ים. עם בחירה אחת
 תתן דבבב עמממקס
 עזום מהרבה.

2. כפי שצונו בסעיף 1, נבנה $SBST$ ציבורי $\mathcal{C}$ כפי שצונו
 שבהם מסקן מינימלי ושהן מחברות את אותם
 נכסיהם קטנים (כל המספרים הם קטנים כאלו).

נראה ציבורי $\mathcal{C}$ עבור קטן $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$ מה קטן
 הכי קטנה אפיה מהצורה $\mathcal{C}$ סייג $\mathcal{C}$ - $\mathcal{C}$ וצביון
 מחברות באותם נכסיהם קטנים.



✓
 כל האותיות
 הן יחידות
 צביון קטן
 מובחנות

6/8

אפיה: $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$ (קטן $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$)
~~כל האותיות הן יחידות צביון קטן~~
 אחרים שונים מהצורה $\mathcal{C}$ - $\mathcal{C}$ אינו קטן מהצורה $\mathcal{C}$
 (שטח באקטור הוספה) $\mathcal{C}$ צביון $\mathcal{C}$
 מקטיון $\mathcal{C}$ $\{e_x - e_y\}$ $\min$ (e_x, e_y)
 כך נבנה $\mathcal{C}$ נכסיהם קטן $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$
 בסוף נקח את התוצאה המיני (שההפך היה מיני)
 וכל הקטן שצביון $\mathcal{C}$ מהצורה $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$.

~~הצורה~~ נבנו $\mathcal{C}$ מהצורה $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$
 גמ $SBST$ וצביון $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$
 אם נשים קטן $\mathcal{C}$ מהצורה $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$
 מינימלי וצביון $\mathcal{C}$ מהצורה $\mathcal{C}$ וצביון $\mathcal{C}$.

סיכום: חיסוב בהמשך...

2

א - המערכת המקורית.

א. האלמנטים הסובבים מערכת B (מאומתת באפסית)

עובדים עם המערכת A

$B(A; i) = 1$ ומכאן

בסוף עובדים עם המערכת B ובאמצעות i שים

האומר i היה חסר במערכת A , סה"כ $O(n)$ פעמים n

ב. משכיבים את המספר X בק e
$$X = \sum_{i=0}^n i$$

עובדים עם המערכת A וכל פעם מעבירים

את X בק $-$ $X = A[i];$ נטיל מקבלים

א האומר חסר, סה"כ $O(n)$.

ג. $p(n) \in O(n^d)$

$$p(n) = n^d + a_1 n^{d-1} + a_2 n^{d-2} + \dots + a_d$$

עם $a_1, a_2, \dots, a_d$ קיים N_0 כך שכל $n > N_0$

מתקיים $a_1 n^{d-1} + \dots + a_d < n^d$, $p(n) > n^d$ קיים קבוע $c > 1$

$p(n) \in O(n^d) \iff \exists c, n^d > n^d > p(n)$ עבור $n > N_0$

וקיים $c_2 = c_a - c_b < 0$: $c_b n^d > p(n) - n^d$! N_0 מת

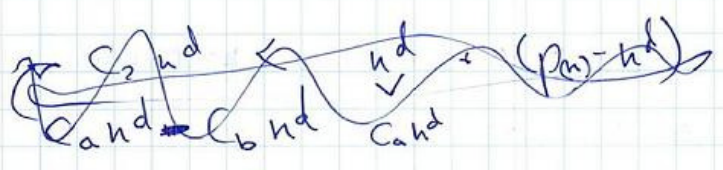
$$+ \begin{cases} c_b n^d < n^d \\ c_a > c_b \end{cases}$$

$$\implies c_2 n^d < p(n)$$

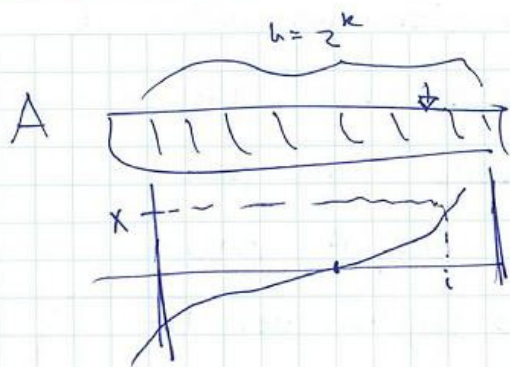
$$c_2 = \frac{c_a}{n} - c_b > 0$$

לכל $n > N_0$?

וכן ?



? N_0 גודל N



נעשה חישוב ראשוני
עם 2 האיברים הראשונים

אחר כך עם 4 האיברים הראשונים

2^k האיברים הראשונים מהם

עם סתם 1 ו 1 נעשה $i = 1$ בקווק $2^k =$
 $2 + 4 + 8 + \dots$

$$T(n) = 2 + 4 + 8 + \dots + 2^k = 2 \cdot \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 2(2^k - 1) = 2^{k+1} - 2$$

$$2^k = \log i \quad i = 2^{2^k} \quad k^2 =$$

$$i = 2^k$$

חישובים בינאריים
אז $k = \log i$

$$k = \log i$$

$$T(n) \leq \log 2^{\log i \cdot k}$$

$$= \log i^k = k \log i$$

$$\Rightarrow T(n) = \log 2^{\frac{k(k+1)}{2}} = \log 2^{\frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}k} \in O(\log^2 i)$$

$$T(n) = \log 2 + \log 4 + \log 8 + \log 16 + \dots + \log 2^k$$

$$T(n) = \log 2^{1+2+3+\dots+k}$$

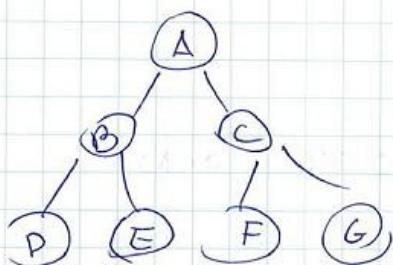
$$= \log 2^{\frac{k(k+1)}{2}}$$

4. שבו חוק הערימה כס מן אזור מאבי

אכן כרגע הערימה נמצא היוזמי המיני.

ומכן בנו נמצא האיקר ה שני הכי קטן. (הקטן מבין השניים)

נניח $A < B$.



B השני הכי קטן כי

$C > B$ וכס בנו אסמ

בנין $B < A$! $A < B \Leftarrow A < B$

אכסיו רק נותר עהסו

כין $D E$! C ~~מאתה סיבה~~.

כי כס הבנים סעהם אסוס, ים מהם וסססן סא

וכס-סכסס 3-ללס באוססס.

סססס הסוולס אתר בין C ! B

ואוס שסס הסוולס אתר בין D, E ואתר בין C ו $\min(D, E)$.

וולס.

נבחר סכס, הרמס $N=26$ כסוטר עכס אור יהיג סכס ממולס

כס סהולס הרולסונה מנתוססס אר הפיכוסס הרולסון הסנ"ר

אר הפיכוסס הסנ"ר וכס הולסססס.

אם נמסס אר הסס כססססס נוסס סססס סססס סססס

ה.

3

אססס סססס
סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס

סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס
סססס סססס

אר כהכוסס סססס אס

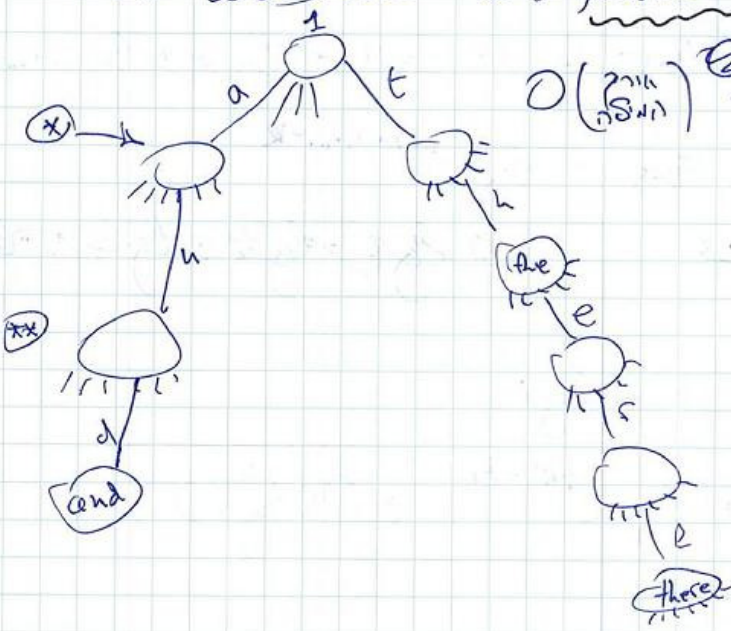
ססס כססססס סססססס

ססס סססססס סססססס

כססססס סססס סססססס.

סססס סססססס סססססס

כססססס סססססס
 $1[a][n][d] \rightarrow$ and
סססססס



ג. (*) המפתוח שלמים n - 1 ו-2.

הפסגה הזכירה של המפתוח נגזרת מיד בסדר
של המסלול - $O(n)$.

דמיון המפתוח מכיוון שניתן (*) נגזרת מיד
של counting sort בסיבוכיות $O(n)$.

כאשר יסד'י אג המערך מחוץ ו- $O(n)$ ניתן
בקלות לעדכן את הפסגה של כל רכיב ב- successor
סדר, ע"י מעבר יחיד נוסף של המערך.

✓
צביקת מסלול
המערך של
מבנה מסלול
הפסגה המפתוח

(-1)
צביקת מסלול
שניתן מסלול
לצר במסלול
(-1)

ז. באיזו אופן המבנה של תחום המס' לא ניתן דמיון את המערך
ב- $O(n)$ אלא במינימום של $O(n \log n)$ (worst case) למסלול
של merge sort. ועם סיבוכיות האלמנטים
כאשר הוא $O(n \log n)$.

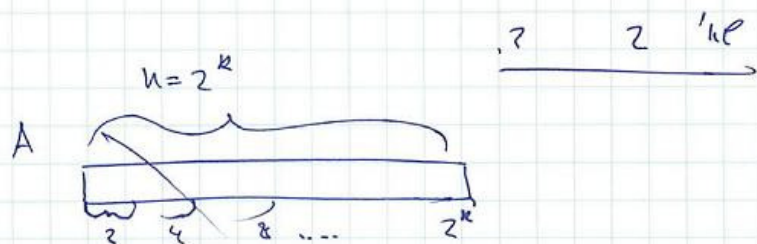
בטוח הוכחנו ש"הוללה לא ניתן דמיון מערך בסיבוכיות
(הקטנה n - $n \log n$ ועם n כן לא קיימת סיבוכיות
האובד $n - O(n \log n)$).

ע"א 1.3 : חישוב סיבוכיות:

- (1) ~~כמה קטגוריות~~ $|V|-1 = \sum$
(2) כמה הקטגוריות $\sum$ ו $\sum$: $(|E| - (|V|-1))$
 $|E| \sim n^2$

- (3) ~~הקטגוריות~~ סיבוכיות $\sum$ $\sum$ קטגוריות המעבדים:
הכרח BFS $\leftarrow O(V+E) \cdot O(V)$

סה"כ סיבוכיות האלגוריתם $\leftarrow O((V+E) \cdot V \cdot E)$
אם $n \sim V$ כדומר סדר גודל $O(E^3)$
 $O(V^2 E)$



חיפוש x במערך המורכב $\{A_2, A_4, \dots, A_{2^k}\}$ - n

עוקב $O(\lg(\lg n))$ נניח $n = 2^k$ ונראה כי בין A_{2^i} ל- $A_{2^{i+1}}$

אז נסה חיפוש בגודל $2^i - 2^{i+1}$

כדור $O(\lg(2^i - 2^{i+1}))$ - n

$$= O(\lg 2^i) = O(i)$$

$$\sum_{j=0}^k \frac{n}{2^j} - 2^{j-1} = n \left(\frac{\frac{1}{2}^{k+1} - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right) - \frac{2^k - 1}{2 - 1}$$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

מספר
ת.ז.:

שם
פרטי:

משפחה:

