מל"מ

תרגיל רטוב 2

סמסטר אביב תשס"ו

<u>מציאת מתח פריצה בצומת:</u>

נתונים התחלתיים:

$$N_D = 1.4\times10^{14}\left[cm^{-3}\right]$$

$$N_A = 10^{19}\left[cm^{-3}\right]$$

$$t_N = 200\left[\mu m\right]$$

$$E_{BD} = 10^5\left[\frac{V}{cm}\right]$$

1. ע"מ למצוא את השדה נפתור את חוק גאוס:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_s}$$

נבצע אינטגרציה לפי x בכל צד של הצומת בנפרד:

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{N_A q}{\varepsilon\ \varepsilon_0}(x+d_p) & -d_p < x < 0 \\ \frac{N_D q}{\varepsilon\ \varepsilon_0}(x-d_n) & 0 < x < d_n \end{cases}$$

הערה:השפעת הממתח האחורי באה לידי ביטוי בביטויים של dn , dp (קצוות שכבת המחסור)

$$d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon\ \varepsilon_0\left(V_b - V_a\right)N_A}{qN_D\left(N_A+N_D\right)}}\ ;\ d_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\left(V_b - V_a\right)N_D}{qN_A\left(N_A+N_D\right)}}$$

השדה המקסימאלי בערך מוחלט יתקבל עבור E(0):

$$|E(0)| = \frac{qN_D d_n}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{qN_A d_p}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

2.חישוב הפוטנציאל לפי פואסון – הפרדנו שוב לשני מקרים לפי שני צידי אזור המחסור:

$$V = -\int E(x)dx = \begin{cases} -\frac{qN_d}{2\varepsilon\varepsilon_0}(x^2 - 2d_n x) & 0 < x < d_n \\ \frac{qN_A}{2\varepsilon\varepsilon_0}(x^2 + 2d_p x) & -d_p < x < 0 \end{cases}$$

ולכן סך המתח על הצומת הינו

$$V(d_n) - V(-d_p) = \frac{qN_d}{2\varepsilon\varepsilon_0}d_n^{\ 2} + \frac{qN_A}{2\varepsilon\varepsilon_0}d_p^{\ 2} = \frac{qN_D}{2\varepsilon\varepsilon_0}d_n^{\ 2} + \frac{qN_A}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{N_D}{N_A}d_n\right)^2$$

חישוב המתח על הצומת לפי כיפוף הפסים:

$$qV_b = (E_F - E_{Fi})|_{x=d_n} - (E_F - E_{Fi})|_{x=-d_p} = kT\ln(\frac{N_D}{n_i}) + kT\ln(\frac{N_A}{n_i}) = kT\ln(\frac{N_D N_A}{n_i})$$

כלומר המתח הבנוי בצומת הוא:

$$V_b = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

לכן סך המתח בצומת (כולל המתח המאולץ):

$$V_j = V_b + |V_A| = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_A|$$

נשווה את הביטויים ונקבל:

$$\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_A| = \frac{qN_D}{2\varepsilon\varepsilon_0}d_n^2 + \frac{qN_A}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{N_D}{N_A}d_n\right)^2$$

מכאן נקבל את אורכי אזור המחסור בתלות במתח:

$$d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_a|\right)N_A}{qN_D\left(N_A + N_D\right)}}$$

$$d_p = \frac{N_D}{N_A}d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_a|\right)N_D}{qN_A\left(N_A + N_D\right)}}$$

3. ננוון את הביטוי של שני הסעיפים הנ"ל לפי ההנחה של צומת חד צדדית $(N_A >> N_D)$, בצומת חד צדדית P^+N מניחים כי:

$$d_p = 0 \rightarrow W_{dep} = d_n$$

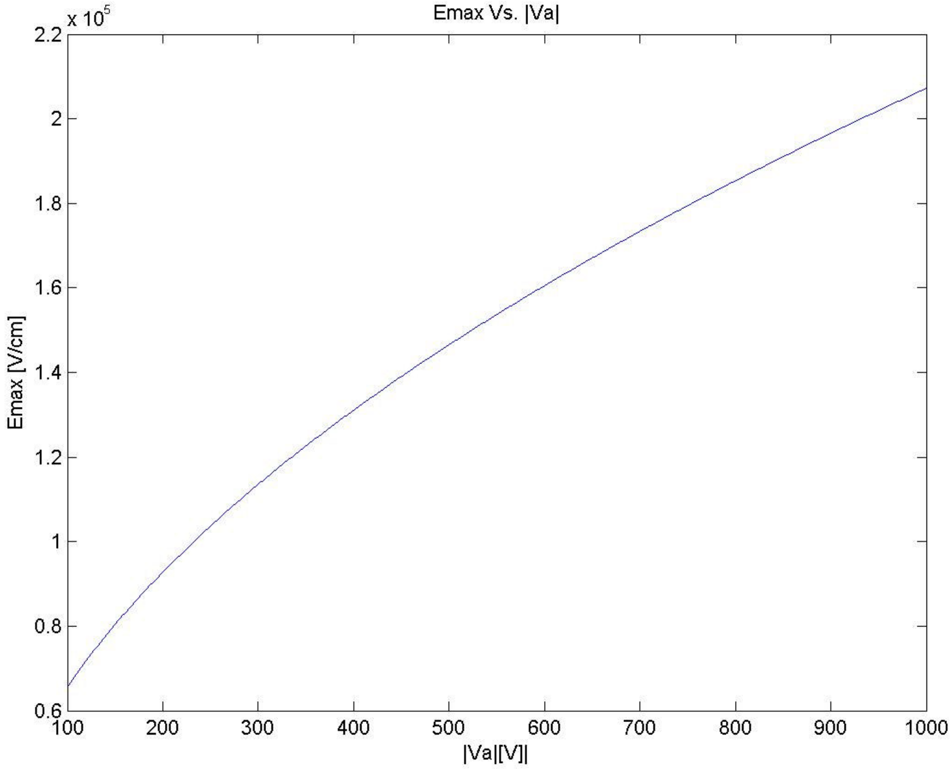
$$d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon\, N_A}{qN_D\left(N_D + N_A\right)}\left(\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_A|\right)} \underset{N_A >> N_D}{=} \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon}{qN_D}\left(\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_A|\right)}$$

$$V_b = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

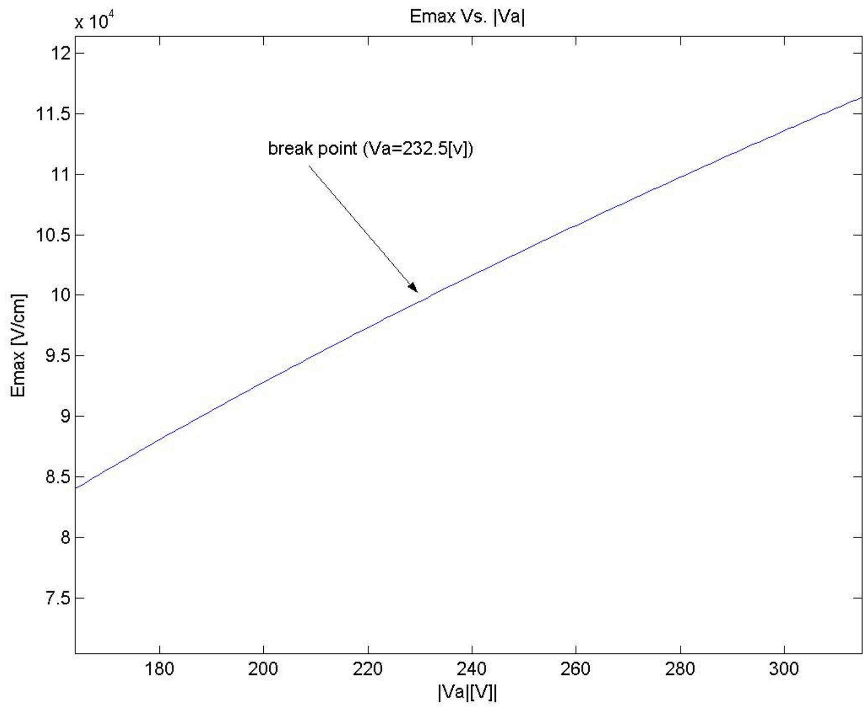
$$|E_{MAX}| = \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}d_N \Rightarrow |E_{MAX}| = \sqrt{\frac{2qN_D}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\left(\frac{KT}{q}\ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) + |V_A|\right)}$$

הביטוי למתח הבנוי נשאר ללא שינוי.

4. בסעיף הקודם קיבלנו ביטוי אנליטי לשדה המקסימלי כביטוי לשדה המאולץ. להלן הגרף המתאר את הקשר ביניהם בתחום המתחים 100-1000 וולט.



מתח הפריצה הינו המתח בנקודה בה מתקיים $|E_{\max}|> E_{BD}$. מתח הפריצה שקיבלנו הינו 232.5 וולט. להלן גרף נוסף עם תקריב של האזור הרלונטי.



5. נרצה לחשב את רוחב אזור המחסור בצד n עבור מתח הפריצה שמצאנו בסעיף הקודם, נקבל כי

$$d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon}{qN_D}\left(\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + |V_A|\right)} = 0.0047[\mathrm{cm}]$$

בצד n נתון כי רוחב המל"מ הוא 0.02 ס"מ, כלומר ארוך יותר מאזור המחסור המתקבל בצד זה עבור מתח הפריצה, לכן שכבת המחסור לא תספיק להתפשט למגעים והמנגון שמגדיר את מתח הפריצה הוא פריצת מפולת.

משימה שניה: מציאת מתח פריצה בצומת P^+N^-N **:**

$$N_D = 1.4\times 10^{16}\left[cm^{-3}\right]$$

$$N_A = 10^{19}\left[cm^{-3}\right]$$

$$t_N = 200\left[\mu m\right]$$

$$E_{BD} = 10^5\left[\frac{V}{cm}\right]$$

1. נניח כי אזור N^- אין סיגים וכי השדה באזור זה קבוע. לפי חישוב קודם:

$$|E_{MAX}| = \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}d_n \Rightarrow d_n = \frac{|E_{MAX}|\varepsilon_0\varepsilon}{qN_D}$$

$$V_b = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

המתח בצומת ניתן לחישוב כשטח טרפז, לכן המתח הוא:

$$V_j = V_b + |V_A| = \frac{(t_I + t_I + d_n)|E_{MAX}|}{2}$$

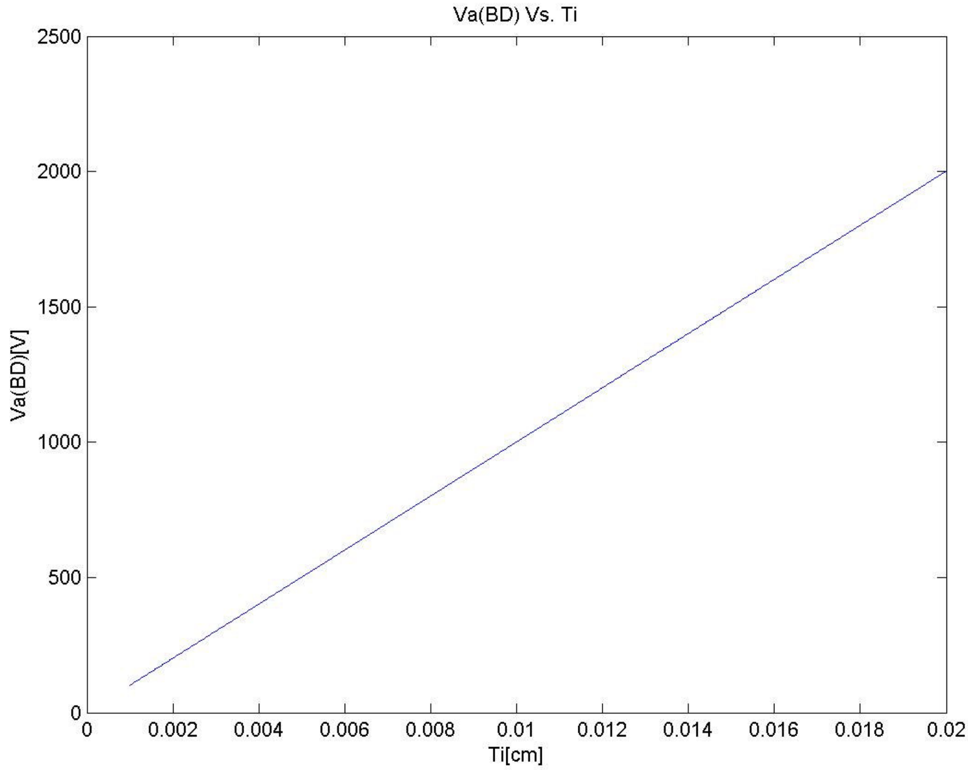
נציב את d_n בנוסחא הנ"ל.

$$\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) + V_A = t_I\cdot|E_{MAX}| + \frac{|E_{MAX}|^2\cdot\varepsilon_0\varepsilon}{2qN_D}$$

כאשר נציב את $|E\max| = E_{BD}$ שזה ערך קבוע, נקבל את V_a שהוא מתח הפריצה, כפונקציה של t_I.

$$V_{a(BD)} = t_I\cdot E_{BD} + \frac{E_{BD}^{\ 2}\cdot\varepsilon_0\varepsilon}{2qN_D} - \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

להלן גרף המתאר את הביטוי הנ"ל:



ניתן לראות שעבור $t_I = 0.009968[\mathrm{cm}]$ מתח הפריצה מגיע ל1000 וולט (תחום העבודה הרצוי).

2. מהסעיף הקודם קיבלנו שעבור $t_{I(\min)} = 0.009968[\mathrm{cm}]$ ניתן לעבוד בתחום מתחים של עד 1000 וולט, מבלי להגיע לפריצת מפולת. ערך זה קטן ביחס ל- $100[\mu m]$ וההפרש ביניהם הוא :

$$100[\mu m] = 0.01[cm] \rightarrow 0.01 - 0.009968 = 3.2e - 5[cm]$$

ניתן לראות שמדובר בהפרש מאוד קטן, כלומר $t_I \approx 100[\mu m]$.

3.נגדיר את הגודל $W = t_I + d_N$. ונרשום ביטוי למתח פריצת המפולת כפונקציה של W.

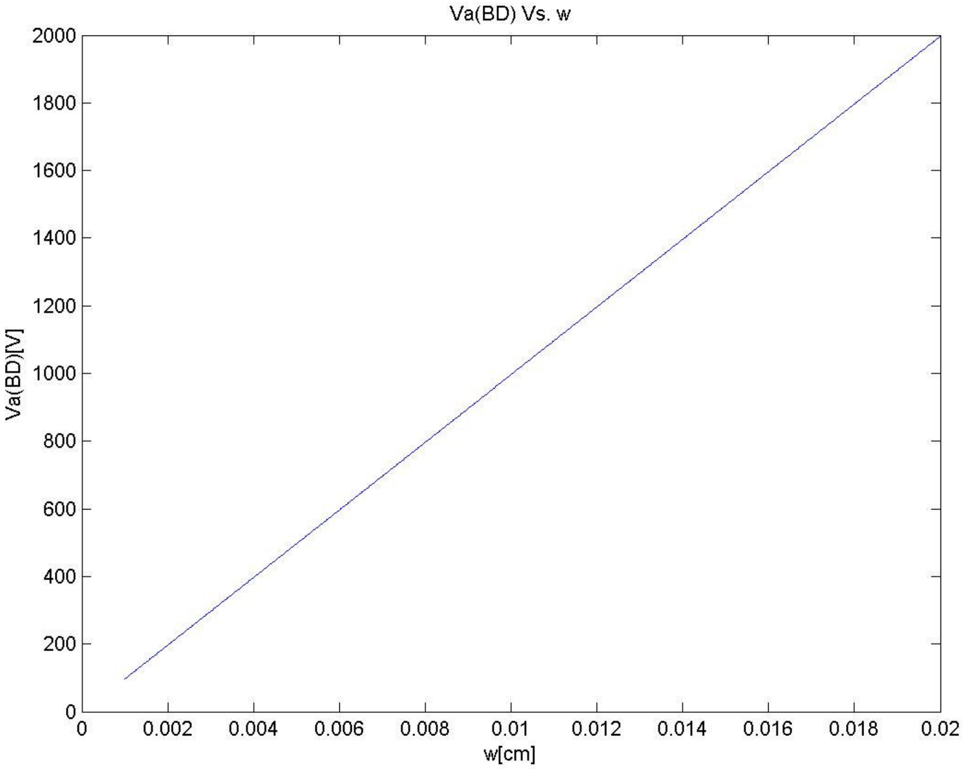
$$W = t_I + d_N = t_I + \frac{E_{BD} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon}{qN_D}$$

$$t_I = W - \frac{E_{BD} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon}{qN_D}$$

נציב את הביטוי שיצא לתוך המשוואה מסעיף 1:

$$V_{a(BD)} = \left(W - \frac{E_{BD} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon}{qN_D} \right) \cdot E_{BD} + \frac{{E_{BD}}^2 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon}{2qN_D} - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

להלן הגרף המתאר את מתח פריצת המפולת כתלות של W בתחום הנשאל:



המתח המקסימלי שאליו ניתן להגיע מבלי לקבל פריצה (בקיעה או מפולת), מתקבל כאשר W מקבל את ערכו המקסימלי ($W = 200[\mu m]$) ערך זה הוא $V_{a(BD)}$ =1996.8[v] .

4. מסעיף אחד ניתן לקבל את הביטוי הבא:

$$V_{a(BD)} = t_I \cdot |E_{MAX}| + \frac{|E_{MAX}|^2 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon}{2qN_D} - \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

ניתן לראות כי עבור מתח $V_{a(BD)}$ מסויים, כאשר t_I גדל $E\max$ חייב לקטון ע"מ לקבל את אותו ערך.

משימה שלישית: מציאת מתח פריצה בצומת P^+N^-N מעשית:

1. הנתונים שלנו להלן:

$$N_D = 1.4\times10^{16}\left[cm^{-3}\right]$$
$$N_A = 10^{19}\left[cm^{-3}\right]$$
$$t_N = 200\left[\mu m\right]$$
$$E_{BD} = 10^5\left[\frac{V}{cm}\right]$$

$$\rho(x)=\begin{cases} qN_D & x\in(t_I,dn) \\ qN_D e^{\frac{x-t_I}{L_I}} & x\in(0,t_I) \\ -qN_A & x\in(-dp,0) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

ע"מ למצוא את השדה המקסימאלי בהתקן, נחשב מתוך חוק גאוס את השדה בכל אחד מחלקיו.

חלק ראשון - $-d_p < x < 0$:

$$\frac{dE}{dX} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{-qN_A}{\varepsilon_0\varepsilon}$$
$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\int -qN_A dx = \frac{-qN_A}{\varepsilon_0\varepsilon}x + c_1$$

חלק שני- $0 < x < t_I$:

$$\frac{dE}{dX} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}e^{\frac{x-t_I}{L_I}}$$

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\int qN_D e^{\frac{x-t_I}{L_I}}dx = \frac{qN_D L_I e^{\frac{x-t_I}{L_I}}}{\varepsilon_0\varepsilon} + c_2$$

חלק שלישי - $t_I < x < d_n$:

$$\frac{dE}{dX} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}$$
$$E(x) = \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}x + c_3$$

את הקבועים נמצא מתוך שלושה תנאי שפה:

א- רציפות השדה ב $x=t_I$.

ב- התאפסות השדה ב- $x=-d_p$

ג- התאפסות השדה ב- $x=d_n$.

לאחר דרישת תנאי השפה נקבל את השדה הסופי:

$$E(x)=\begin{cases} -\frac{qN_A}{\varepsilon_0\varepsilon}(x+dp) & x\in(-dp,0) \\ \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}\left(L_1 e^{\frac{x-t_I}{L_I}}+t_1-d_n-L_1\right) & x\in(0,t_I) \\ \frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}(x-dn) & x\in(t_I,dn) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

את השדה המקסימלי נקבל בנקודה $x=0^+$.

$$|E_{\max}|=\left|\frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}\left(L_I e^{\frac{-t_I}{L_I}}+t_I-d_n-L_I\right)\right|$$

2. נחשב את המתח הכולל על הצומת ע"פ פואסון:

$$V_{tot}=V_b+|V_a|=-\int_{-d_p}^{d_n}E(x)dx=-\left(\int_{-d_p}^{0}-\frac{qN_A}{\varepsilon_0\varepsilon}(x+dp)dx+\int_0^{t_I}\frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}\left(L_1 e^{\frac{x-t_1}{L_1}}+t_1-d_n-L_1\right)dx+\int_{t_I}^{dn}\frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}(x-dn)dx\right)$$

$$V_{tot}=V_b+|Va|=\frac{qN_A d_p^{\,2}}{2\varepsilon_0\varepsilon}-\frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}\left[L_I^{\,2}+(t_I-d_n-L_I)t_I-L_I^{\,2}e^{\frac{-t_I}{L_I}}-\frac{d_n^{\,2}}{2}-\frac{t_I^{\,2}}{2}+d_n\cdot t_I\right]$$

חישבנו תלות בין dn ובין dp ע"י השוואה בין סך המטען הכולל בכל איזור של הצומת וקיבלנו את הקשר הבא:

$$d_p=\frac{N_D}{N_a}\left(L_I-L_I e^{\frac{-t_I}{L_I}}+d_n-t_I\right)$$

כמו כן הביטוי לVb ידוע לנו:

$$V_b=\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

בהצבת הביטויים נקבל משוואה המבטאת את התלות בין Va לבין dn:

$$Va=\frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{N_D^{\,2}}{N_A}\left(L_I-L_I e^{\frac{-t_I}{L_I}}+d_n-t_I\right)^2-\frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}\left[L_I^{\,2}+(t_I-d_n-L_I)t_I-L_I^{\,2}e^{\frac{-t_I}{L_I}}-\frac{d_n^{\,2}}{2}-\frac{t_I^{\,2}}{2}+d_n\cdot t_I\right]-\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

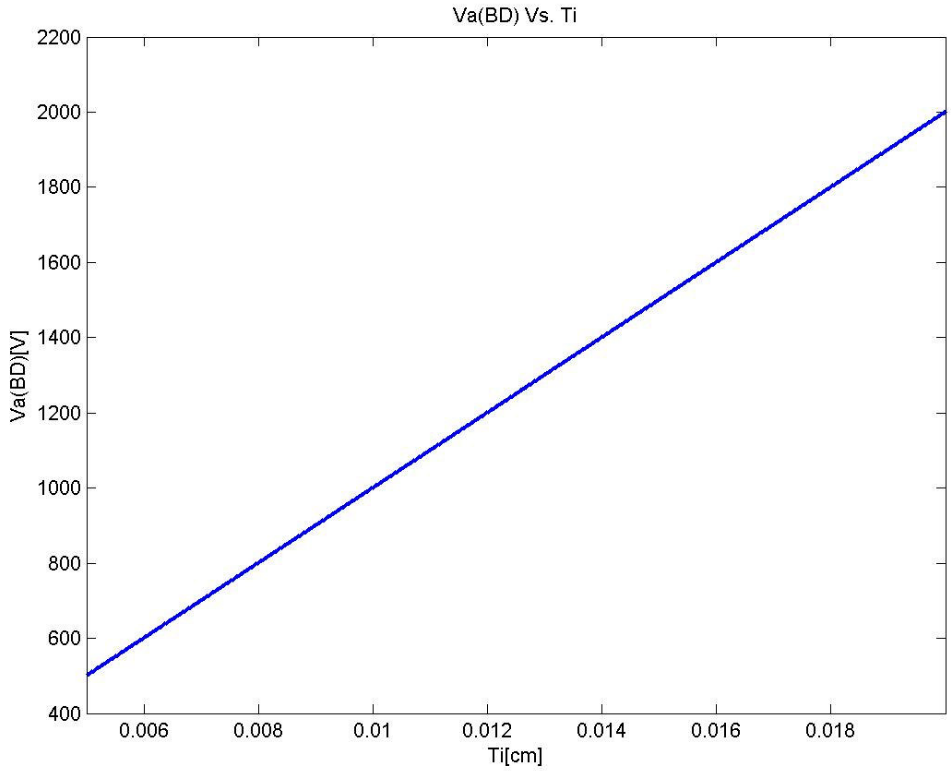
3. נבטא את dn כפונקציה של t_I ונתייחס לשדה הפריצה הנתון בשאלה:

$$E_{BD}=|E_{\max}|=\left|\frac{\mathrm{qN_D}}{\varepsilon_0\varepsilon}\left(L_I e^{\frac{-\mathrm{t_I}}{\mathrm{L_I}}}+\mathrm{t_I}-\mathrm{d_n}-\mathrm{L_I}\right)\right|\Rightarrow d_n=L_I e^{\frac{-\mathrm{t_I}}{\mathrm{L_I}}}-\frac{\varepsilon_0\varepsilon E_{BD}}{\mathrm{qN_D}}+t_I-L_I$$

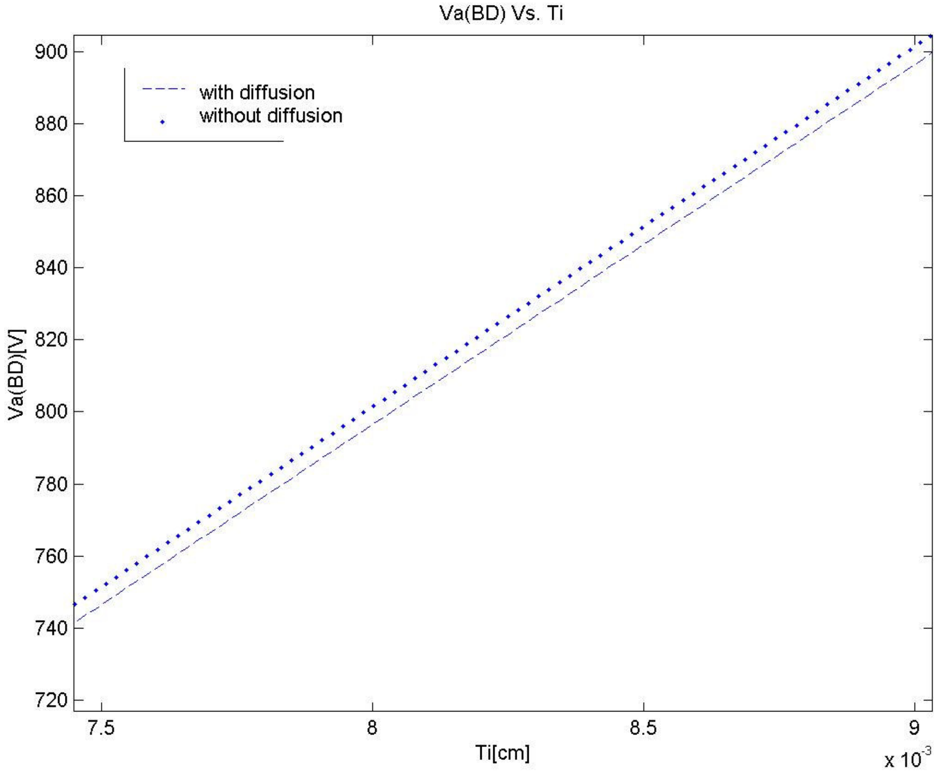
את הביטוי של dn נציב במשוואה של Va שקיבלנו בסעיף הקודם, ונקבל אנליטית את הביטוי למתח הפריצה בתלות ב- t_I.

$$Va=\frac{\mathrm{q}}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{{N_D}^2}{N_A}\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon E_{BD}}{\mathrm{qN_D}}\right)^2-\frac{qN_D}{\varepsilon_0\varepsilon}\left[{L_I}^2-{L_I}^2 e^{\frac{-\mathrm{t_I}}{\mathrm{L_I}}}-\frac{\left(L_I e^{\frac{-\mathrm{t_I}}{\mathrm{L_I}}}-\frac{\varepsilon_0\varepsilon E_{BD}}{\mathrm{qN_D}}+t_I-L_I\right)^2}{2}+\frac{{t_I}^2}{2}-L_I t_I\right]-\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_D}{{n_i}^2}\right)$$

להלן גרף המבטא את התלות הפונקציונלית של V_a ב- t_I, בהשוואה לתלות שהתקבלה במשימה הקודמת (ללא תופעת דיפוזיית סיגים).



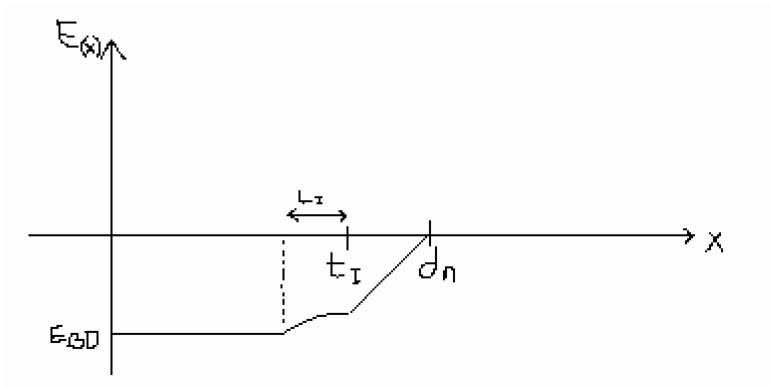
מכיוון שקשה להבחין בהבדל בסקאלה המבוקשת להלן גרף נוסף, הממוקד על אזור מצומצם בו רואים את ההבדל.



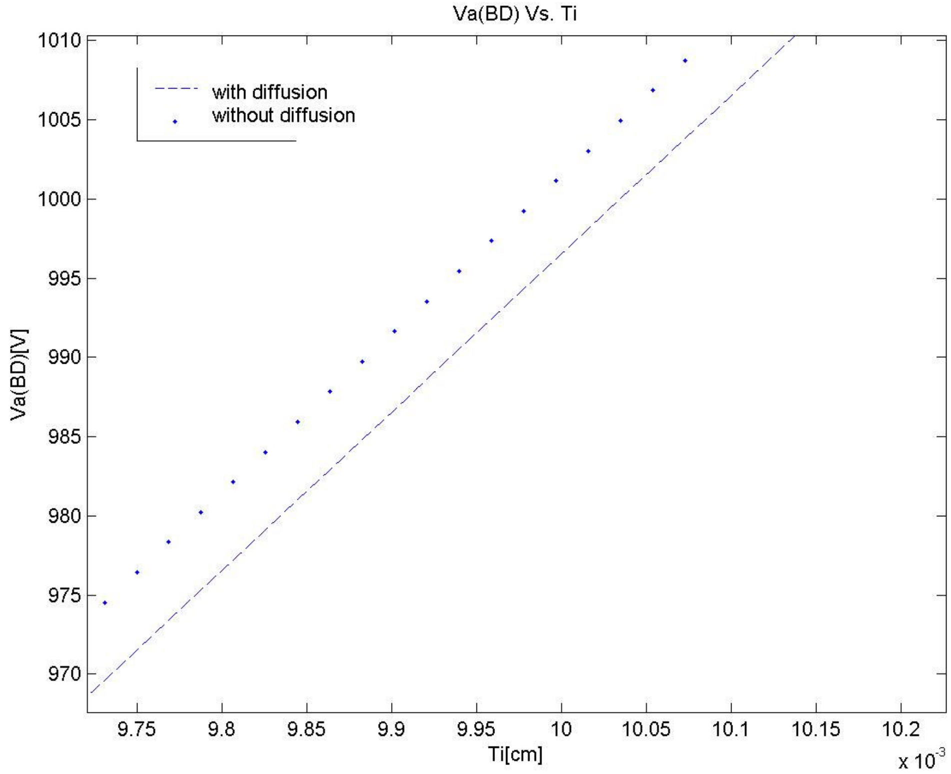
4. בשל דיפוזיית הסיגים בהתקן במשימה שלוש, מתח הפריצה שנאלץ ע"מ להגיעה לשדה E_{BD}, נמוך יותר מן המקרה שבו אין דיפוזיית סיגים. ניתן לראות זאת מכך שהשטח הכלוא תחת הגרף של השדה כתלות במקום במשימה 3 קטן יותר מאשר במשימה 2.

כאשר נקטין את Li השדה יישאר בערכו המכסימלי (Ebd) לאורך מרחק יותר גדול (עד Ti-Li). דעיכתו באזור אליו נדדו הסיגים תהיה מהירה יותר ובנקודה dn ערך השדה ירד לאפס.

כתוצאה מכך, מתח הפריצה יגדל (שוב, ניתן לראות זאת מתוך כך שהשטח תחת גרף השדה כתלות במיקום יגדל) בנוסף ניתן לראות זאת עקב כך שככל שדעיכת הסיגים שנדדו תהיה מהירה יותר (Li יותר קצר) אזי נתקרב למודל של משימה 2 שם מתח הפריצה יותר גדול.



5.להלן גרף שמתמקד באזור בו Va=1000 וולט.



בדקנו וקיבלנו שהערך $t_{I(MIN)} = 100.35[\mu\text{m}]$ מאפשר עבודה בתחום מתחים של 1000 וולט ללא פריצת מפולת.כמו כן חישבנו את רוחב שכבת המחסור וקיבלנו שערכה קטן מ- t_N – משמע, לא תהיה פריצת בקיעה.
מהחישובים רואים ש $t_{I(\min)}$ גדול ביחס ל-100 מיקרו מטר בהפרש מאוד קטן ($t_{I(\min)} \approx 100[\mu m]$)