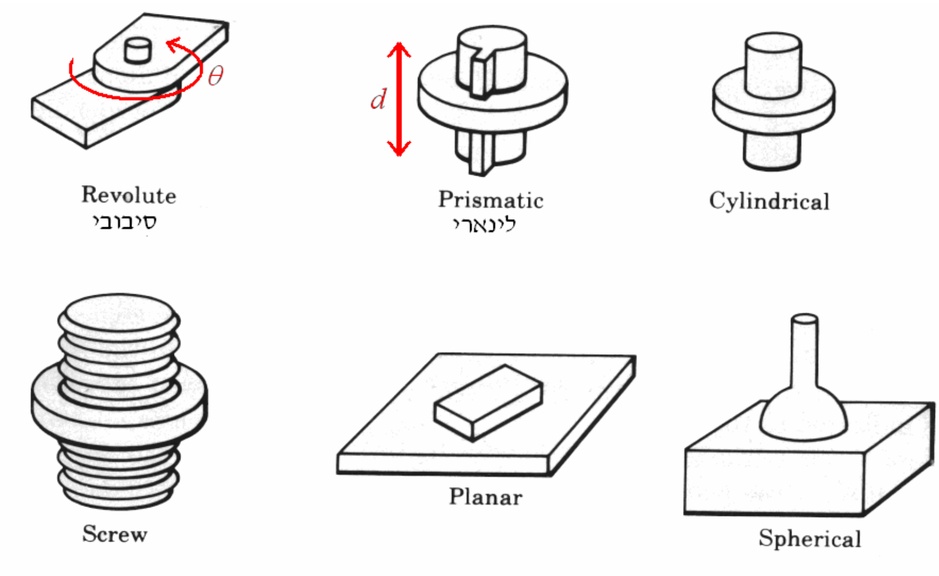
מבוא לרובוטיקה - 035001

<u>הגדרת הרובוט</u>

מניפולטור רב-תכליתי הניתן לתכנות ומיועד להזיז חומרים, חלקים, כלים או מתקנים מיוחדים בעזרת מגוון תנועות מתוכננות לצורך ביצוע מגוון מטלות.
או בקצרה: מכניזם בעל מפרקים ממונעים.

<u>מפרקים ודרגות חופש</u>

להלן סוגי המפרקים הנפוצים:



נעבוד בעיקר עם מפרק סיבובי וליניארי.

דרגת חופש של רובוט: אילו הפרמטרים המתארים חד ערכית את קונפיגורצית המכניזם בעולם הפיסיקלי, כך שמספר פרמטרים מינימאלי.

שתי דרגות חופש – הרמה והזזה קווית – לקיחה ,העברה והנחה של חומר ממקום למקום. לדוגמה, הרמת מכסה, הזזה למקום בו מונח הכלי והנחת המכסה על הכלי.
שלוש דרגות חופש - הרכבה של מארז למוצר – על ידי רובוט SCARA – זרוע אופקית בעלת יכולת סיבוב במישור האופקי, זרוע הממשיכה אותה עם אותה יכולת וזרוע טלסקופית אנכית המאפשרת עליה וירידה.
ארבע דרגות חופש – צביעה של משטח אנכי – תנועת גוף הרובוט מעלה-מטה, זרוע טלסקופית שיוצאת ונכנסת לקביעת מרחק התזת הצבע מהמשטח,תזוזת הגוף לאורך מסילה לשם כיסוי כל המשטח הנצבע.
חמש דרגות חופש – הברגה – 3 דרגות חופש למיקום כלי הקצה, זרוע טלסקופית ופרק יד מסתובב להברגה.
שש דרגות חופש – פעולה מורכבת הדורשת נגישות גבוהה: לקיחת חומרי גלם בגדלים שונים ממחסן מסתובב והנחה ב – Pallet. נדרש סיבוב הבסיס, כיפוף קדימה ואחורה של הגוף, סיבוב הזרוע סביב ציר אנכי ,סיבוב פרק היד סביב ציר אופקי וכיפוף מעלה-מטה וסיבוב כלי קצה.

<u>טרנספורמציית גוף קשיח</u>

$$\vec{y}=T\left(\vec{x}\right)=R_{3\times3}\left(\hat{n},\theta\right)\cdot\vec{x}+\vec{d}_{3\times1}$$

$\vec{x}$ - נקי קבועה במערכת הגוף
$\vec{y}$ - קואורדינטות $\vec{x}$ במערכת העולם
$\hat{n}$ - ציר הסיבוב במערכת העולם
θ - זווית הסיבוב סביב ציר $\hat{n}$

אליחי מאיקס - 2008 Email: elihai.maicas@gmail.com

שרשור טרנס' גוף קשיח ע"י מכפלת מטריצות 4×4

$$\begin{bmatrix} \vec{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & R_{3\times3} & & \vec{d}_{3\times1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4\times4} \cdot \begin{bmatrix} \vec{x} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2\left(T_1\left(\vec{x}\right)\right) = \begin{bmatrix} & R_2 & & \vec{d}_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} & R_1 & & \vec{d}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{x} \\ 1 \end{bmatrix}$$

מטריצות רוטציה בסיסיות

$$R(X,\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \qquad R(Y,\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$R(Z,\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

מטריצת רוטציה כללית

$$R(\hat{n},\theta) = \begin{bmatrix} n_x^2\left(1-\cos(\theta)\right)+\cos(\theta) & n_x n_y\left(1-\cos(\theta)\right)-n_z\sin(\theta) & n_x n_z\left(1-\cos(\theta)\right)+n_y\sin(\theta) \\ n_x n_y\left(1-\cos(\theta)\right)+n_z\sin(\theta) & n_y^2\left(1-\cos(\theta)\right)+\cos(\theta) & n_y n_z\left(1-\cos(\theta)\right)-n_x\sin(\theta) \\ n_x n_y\left(1-\cos(\theta)\right)-n_y\sin(\theta) & n_y n_z\left(1-\cos(\theta)\right)+n_x\sin(\theta) & n_z^2\left(1-\cos(\theta)\right)+\cos(\theta) \end{bmatrix}$$

כוון שני :

$$R(\hat{n},\theta) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad \rightleftarrows \quad \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sin(\theta)} \begin{bmatrix} r_{32}-r_{23} \\ r_{13}-r_{31} \\ r_{21}-r_{12} \end{bmatrix} ; \quad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\left(tr(R)-1\right)\right)$$

תכונות מטריצת רוטציה

יוניטרית : $R^{-1} = R^t \quad \Rightarrow \quad \det(R) = 1$

משמרת מכפלה פנימית : $\forall \vec{x},\vec{y} \quad (R\vec{x})\cdot(R\vec{y}) = \vec{x}\cdot\vec{y}$

משמרת אורך וקטורים : $\forall \vec{x} \quad \|R\vec{x}\| = \|\vec{x}\|$

משמרת מרחק בין נקי' : $\forall \vec{x},\vec{y} \quad \|R\vec{x}-R\vec{y}\| = \|\vec{x}-\vec{y}\|$

Email: elihai.maicas@gmail.com

קינמטיקה ישירה

עבור רובוט בצורת שרשרת קינמטית פתוחה :

- קיימות $n+1$ חוליות, כאשר חולייה n היא האחרונה ואליה מחוברת התפסנית, וחולייה 0 היא חוליית הבסיס – "אדמה".
- לכל חולייה מודבקת מערכת צירים, כך שמערכת i דבוקה לחולייה i וקואורדינטות של נקי על חולייה i נשארות קבועות ביחס למערכת i כאשר הרובוט נע.
- קיימים n מפרקים (סיבובי או לינארי) : מפרק q_1 הוא בין חוליית הבסיס לחולייה 1.
  מפרק q_n הוא בין חולייה $n-1$ לחולייה n.

נרצה למצוא כפונקציה של ערכי המפרקים $q_n,...,q_1$ את מיקום ואוריינטציית מערכת התפסנית ביחס למערכת הבסיס.

מטריצת מעבר ממערכת i למערכת j : $${}^jA_i=\begin{bmatrix} & {}^jR_i & & {}^j\vec{P}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

נשים לב שהטרנסי ${}^jA_i$ אינה יוניטרית $\left(A^{-1}\neq A^t\right)$, ומתקיים : $$\left[{}^jA_i\right]^{-1}={}^iA_j=\begin{bmatrix} & {}^jR_i^t & & -{}^jR_i^t\cdot{}^j\vec{P}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

כעת נוכל להרכיב את מטריצת הטרנספורמציה ההומוגנית ממערכת התפסנית למערכת הבסיס :

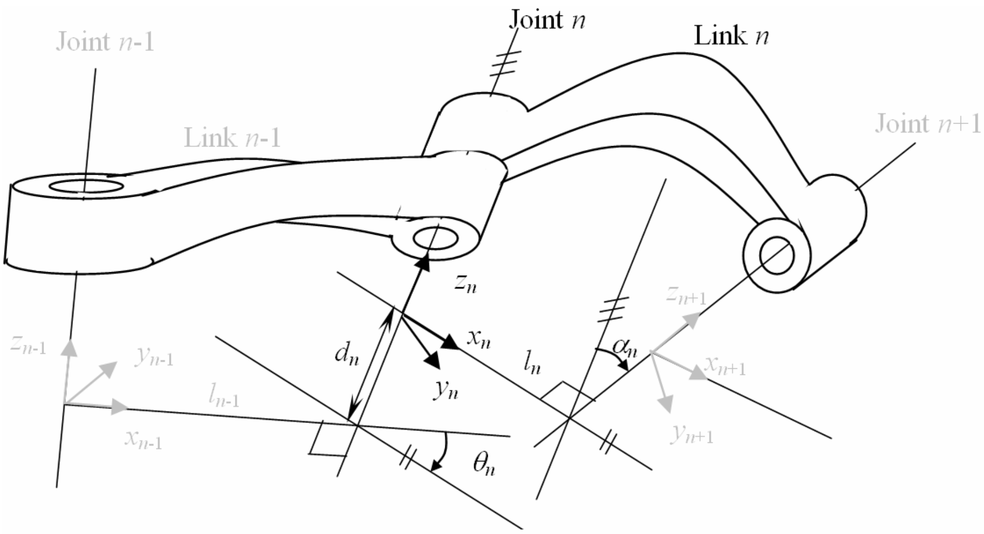
$${}^0A_n\left(q_n,...,q_1\right)=\begin{bmatrix} & {}^0R_n & & {}^0\vec{d}_n \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}={}^0A_1\left(q_1\right)\cdot{}^1A_2\left(q_2\right)\ \cdots\ {}^{n-1}A_n\left(q_n\right)$$

${}^{i-1}A_i\left(q_i\right)$ - מטריצת טרנספורמציה הומוגנית ממערכת i למערכת $i-1$.

שיטת דנביט-הרטנברג לייצוג $^{i-1}A_i\left(q_i\right)$.

1. סמן ב- z_i את ציר המפרק ה- $i+1$.
2. בחר את ראשית מערכת הבסיס במרכז הבסיס ואת $x_0 y_0$ לקבלת מערכת צירים ימנית.
3. נניח שמערכות הצירים עד $i-1$ סומנו. נסמן את המערכת ה- i .

מקרה I – צירים z_i ו- z_{i-1} אינם מקבילים



קיים קו l המאונך לצירים z_i ו- z_{i-1} וחותך אותם.

4. I. בחר את ראשית מערכת i בנקי החיתוך של l עם ציר z_i .
5. I. בחר את ציר x_i לאורך l פונה החוצה.

או : x_i הוא לאורך הניצב המשותף l_i בין z_{i-1} ל- z_i וכיוונו מ- z_{i-1} ל- z_i (x_i בכיוון $z_{i-1}\times z_i$).

6. I. השלם את ציר y_i למערכת צירים ימנית.

מקרה II – צירים z_i ו- z_{i-1} מקבילים

4. II. בחר את ראשית מערכת i על ציר z_i במרכז מפרק q_{i+1} .

או : ראשית מערכת i תבחר כך שהמרחק מראשית מערכת $i-1$ לאורך הציר המשותף יהיה מיני'

5. II. כנ"ל.
6. II. כנ"ל.

7. קבע את ראשית מערכת התפסנית במרכזה כך שציר z_n מקביל לציר z_{i-1} וציר x_n מקביל לקו l.

Email: elihai.maicas@gmail.com

כעת נוכל לרשום :

$$
{}^{i-1}A_i=\begin{bmatrix}\cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i)\cdot\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cdot\sin(\theta_i) & a_i\cdot\cos(\theta_i)\\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cdot\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cdot\cos(\theta_i) & a_i\cdot\sin(\theta_i)\\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}
$$

θ_i - הזווית בין x_{i-1} ל- x_i ביחס ל- z_{i-1} לפי חוק יד ימין .
אם מפרק i סיבובי אזי θ_i תהיה פרמטר המפרק.

α_i - הזווית בין z_{i-1} ל- z_i ביחס ל- x_i לפי חוק יד ימין .
בד״כ $\pi k/2$.

a_i - מרחק לאורך x_i מחיתוך x_i עם ציר z_{i-1} לראשית מערכת i .
אם הצירים נחתכים/מתלכדים אזי $a_i=0$.

d_i - מרחק לאורך z_{i-1} מראשית מערכת $i-1$ לחיתוך הקו l עם ציר z_{i-1} .
או : מרחק מ- x_{i-1} ל- x_i לאורך ציר z_{i-1} .
אם מפרק i סיבובי אזי d_i קבוע.
אם מפרק i קווי אזי d_i יהיה פרמטר המפרק.

Email: elihai.maicas@gmail.com

קינמטיקה הפוכה

בהינתן מיקום ואוריינטציה של מערכת התפסנית נרצה לחשב את כל ערכי המפרקים המביאים אותנו לתוצאה הרצוייה.

נדרש לפתור 6 משוואות לא לינאריות ב- n משתנים $\left(q_n,...,q_1\right)$:

$$\begin{cases} {}^0\vec{d}_n\left(q_n,...,q_1\right)=\vec{d}_{given} \\ {}^0R_n\left(q_n,...,q_1\right)=R_{given}\end{cases} \xrightarrow[\vec{n}=\theta\cdot\hat{n}]{} \begin{cases} {}^0\vec{d}_n\left(q_n,...,q_1\right)=\vec{d}_{given} \\ {}^0\vec{n}_n\left(q_n,...,q_1\right)=\vec{n}_{given}\end{cases}$$

עובדות מתמטיות : לרובוט בעל 6 מפרקים קיים מסי סופי של פתרונות למערכת הנ"ל.

לרובוט בעל יותר מ- 6 מפרקים, קבוצת הפתרונות ריקה או משטח רציף שממדיו $n-6$ במרחב המפרקים $\left(q_n,...,q_1\right)$.

הערות : לרובוט $6R$ (6 ד"ח סיבוביות) מסי הפתרונות ≤ 16.

קינמטיקה הפוכה לרובוטים מישוריים :

$${}^0\vec{d}_n\left(q_n,...,q_1\right)=\begin{bmatrix} {}^0x_n \\ {}^0y_n \\ 0\end{bmatrix},\qquad {}^0\vec{n}_n\left(q_n,...,q_1\right)={}^0\theta_n\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} {}^0x_n\left(q_n,...,q_1\right)&=x_{given} \\ {}^0y_n\left(q_n,...,q_1\right)&=y_{given} \\ {}^0\theta_n\left(q_n,...,q_1\right)&=\theta_{given}\end{aligned}}$$

עבור מערכת המשוואות האחרונה ו- $n=3$ נקבל מסי סופי של פתרונות.

flow כללי למציאת פתרון :

- בודקים נגישות ראשונית – האם הרובוט מסוגל להגיע לנקי המבוקשת.
- מחשבים את כל הפתרונות המערכת :

$$\begin{cases} {}^0\vec{d}_n\left(q_n,...,q_1\right)=\vec{d}_{given} \\ {}^0R_n\left(q_n,...,q_1\right)=R_{given}\end{cases}$$

בד"כ נדרש לחשב רק עבור ${}^0\vec{d}_n\left(q_n,...,q_1\right)=\vec{d}_{given}$.

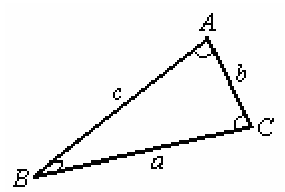
כדאי לנסות להגיע ל- ${}^0\vec{d}_n$ כפונקציה של המפרקים קודם בצורה גאומטרית ורק אז לגשת להכפלת מטריצות ההעתקה :

$${}^0A_n\left(q_n,...,q_1\right)={}^0A_1\left(q_1\right)\cdot{}^1A_2\left(q_2\right)\cdots{}^{n-1}A_n\left(q_n\right)=\begin{bmatrix} & {}^0R_n & & {}^0\vec{\mathbf{d}}_\mathbf{n} \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

נוסחאות עזר מהתיכון :

<u>משפט הסינוסים</u> : $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$

<u>משפט הקוסינוסים</u> : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(C)$



בנוסף : נגדיר $s = \frac{1}{2}(a+b+c)c^2$

$$\sin A = \frac{2}{bc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

שטח משולש (נוסחת הרון) : $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

הצבה לפולינום :

$$u = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right); \quad \cos(\theta) = \frac{1-u^2}{1+u^2}; \quad \sin(\theta) = \frac{2u}{1+u^2}$$

- למציאת זוויות, למשל עבור θ_1 , נחלץ את $\sin(\theta_1)$ ואת $\cos(\theta_1)$, ואז :

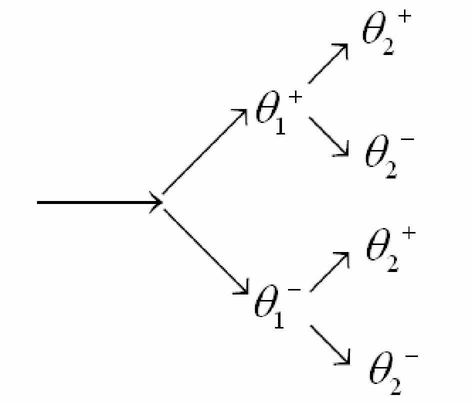
$$\theta_1 = atan2(\sin(\theta_1), \cos(\theta_1))$$

נק׳ נוספת – כדאי להעלות בריבוע משוואות כמו הנ״ל על מנת להעלים זווית :

$$\left.\begin{array}{l}\sin(\theta_1) = f_1 \\ \cos(\theta_1) = f_2\end{array}\right\} \sin^2(\theta_1) + \cos^2(\theta_1) = f_1^2 + f_2^2 = 1$$

- מנפים פתרונות שאינם עומדים במגבלות המפרקים (במבחן יש לספק את כל הפתרונות המתמטים).
- בוחרים את הפתרון הקרוב ביותר במרחב המפרקים למיקום ול׳אופייו׳ העכשוי של הרובוט.
- בגלל השימוש בפונקציה $atan2$, לפעמים יהיו מסי׳ פתרונות אפשריים.

התשובה תינתן כעץ החלטה :



Email: elihai.maicas@gmail.com

מהירות הרובוט

מהירות הקווית והזוויתית של גוף התפסנית כתלות במהירות המפרקים:

$$\left[J\left(q_n,\ldots,q_1\right)\right]_{6\times n}=\begin{bmatrix} J_{L_1} & J_{L_2}\cdots & J_{L_n} \\ J_{A_1} & J_{A_2}\cdots & J_{A_n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^0\vec{v}_n \\ {}^0\vec{\omega}_n \end{bmatrix}_{6\times 1}=\left[J\left(q_n,\ldots,q_1\right)\right]_{6\times n}\cdot\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}=\dot{q}_1\begin{bmatrix} J_{L1} \\ J_{A1} \end{bmatrix}+\ \cdots\ +\dot{q}_n\begin{bmatrix} J_{Ln} \\ J_{An} \end{bmatrix}$$

J - מטריצת היעקוביאן של הרובוט. מייצג את היחס האינפינטסמלי בין תזוזת הפרקים ומיקום אלמנט הקצה בקונפיגורציה רגעית.

J_{Li} - המהירות <u>הקווית</u> של גוף התפסנית הנגרמת מתנועת מפרק q_i.

J_{Ai} - המהירות <u>הזוויתית</u> של גוף התפסנית הנגרמת מתנועת מפרק q_i.

עבור מפרק קווי - $$\begin{bmatrix} J_{Li} \\ J_{Ai} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \hat{b}_{i-1} \\ \vec{0} \end{bmatrix}$$

עבור מפרק סיבובי - $$\begin{bmatrix} J_{Li} \\ J_{Ai} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \hat{b}_{i-1}\times r_{i-1,e} \\ \hat{b}_{i-1} \end{bmatrix}$$

$\hat{b}_{i-1}$ - כיוון ציר מפרק i מתואר במערכת הבסיס.

$r_{i-1,e}$ - ווקטור מראשית מערכת $i-1$ לראשית מערכת התפסנית, מתואר במערכת הבסיס.

חישוב הערכים הדרושים עבור היעקוביאן:

$${}^0\hat{b}_{i-1}={}^0R_1\left(q_1\right)\ \cdots\ {}^{i-2}R_{i-1}\left(q_{i-1}\right)\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}={}^0R_{i-1}\left(q_1,\ldots,q_{i-1}\right)\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$or:\quad {}^0A_1\cdot{}^1A_2\ \cdots\ ={}^0A_{i-1}=\begin{bmatrix} n_x & s_x & \overbrace{\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}}^{b_{i-1}} & \overbrace{\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}}^{{}^0P_{i-1}} \\ n_y & s_y & & \\ n_z & s_z & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\qquad b_0=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ {}^0P_0=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_{i-1,e} \\ 1 \end{bmatrix}=\underbrace{{}^0A_n\left(q_1,\ldots,q_n\right)\begin{bmatrix} \vec{0} \\ 1 \end{bmatrix}}_{{}^0\vec{d}_n}-\underbrace{{}^0A_{i-1}\left(q_1,\ldots,q_{i-1}\right)\begin{bmatrix} \vec{0} \\ 1 \end{bmatrix}}_{{}^0\vec{d}_{i-1}}$$

$$or:\quad r_{i-1,e}={}^0P_n-{}^0P_{i-1}$$

דרך נוספת לחישוב עמודות היעקוביאן

$$J_L = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\, {}^0\vec{P}_n}{\partial q_1} & \dfrac{\partial\, {}^0\vec{P}_n}{\partial q_2} & \cdots & \dfrac{\partial\, {}^0\vec{P}_n}{\partial q_n} \end{bmatrix}_{3\times n}$$

נקי׳ סינגולריות של היעקוביאן

עבור החלק העליון של היעקוביאן :

$${}^0\vec{v}_n = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{J}_{L1} & \cdots & \vec{J}_{Ln} \end{bmatrix}}_{J_L(\vec{q})} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

הנקי׳ הסינגולריות של הרובוט הן ערכי $\vec{q}$ בהן המטריצה $J_L(\vec{q})$ מאבדת דרגה, ואז לא קיים J^{-1}.
בנקי׳ זו, קיים לפחות כיוון אחד שאליו אלמנט הקצה אינו יכול לנוע – עבור כל קונפיגורציית מהירות המפרקים.

המחשה : רובוט $3R$ מרחבי. בנקי׳ סינגולרית המהירות הרגעית של ראשית התפסנית פורשת מישור דו-ממדי.

חישוב סינגולריות

$n=3$: $\det\left(J_L(\vec{q})_{3\times 3}\right)=0$

$n>3$: $\det\left(J_L(\vec{q})_{3\times n}\cdot J_L^{T}(\vec{q})_{n\times 3}\right)=0$

<u>סטטיקה של זרוע רובוטית</u>

כח חיצוני $\vec{f}_{3\times1}$ פועל על גוף התפסנית בנק' קבועה $\vec{x}_0$.
נרצה למצוא את מומנטי (כוחות) המפרקים $\vec{\tau}=\begin{bmatrix}\tau_1 & \cdots & \tau_n\end{bmatrix}$ הנגרמים ע"י $\vec{f}_{3\times1}$.

$$total: \qquad \tau_{n\times1}=J(q)^t_{\ n\times6}\cdot\begin{pmatrix}F\\T\end{pmatrix}_{6\times1}$$

$$linear\ only: \qquad \tau_{n\times1}=J_L(q)^t_{\ n\times3}\cdot\vec{f}_{3\times1}$$

T,F - כוחות ומומנטים על גוף התפסנית.
τ - כוחות ומומנטים במפרקים השונים.
J - היעקוביאן.

בנוסף, קיים קשר בין הכוחות במערכת הרובוט לכוחות במערכת העולם:

$$Q=J^t\cdot P$$

Q - כוחות ומומנטים במערכת העולם.
P - כוחות ומומנטים במערכת הרובוט.

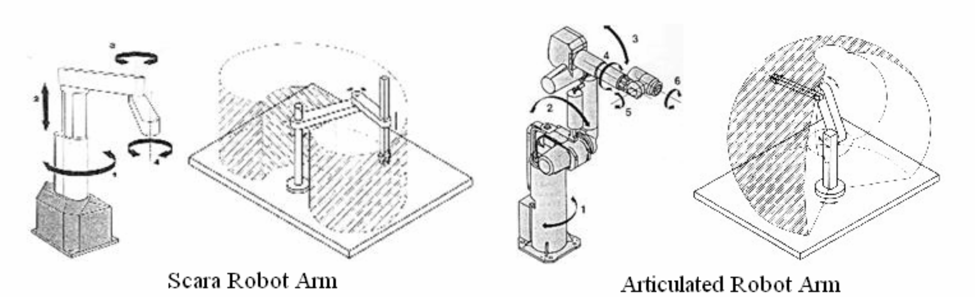
תרומת המפרקים השונים לווקטור $\vec{\tau}$:

$$\vec{\tau}_i=\begin{cases}\hat{b}_{i-1}\cdot\vec{f} & :liniar\ joint\\ \left(\hat{b}_{i-1}\times r_{i-1,e}\right)\cdot\vec{f}+\hat{b}_{i-1}\cdot\left(R\cdot\vec{x}_0+\vec{f}\right) & :revolute\ joint\end{cases}$$

<u>מרחב עבודה</u>

נפח פעיל: האזור אליו יכול קצה הרובוט להגיע.
נפח $Dextrous$: האזור אליו יכול קצה הרובוט להגיע בכל אוריינטציה שהיא.

כללי אצבע ליצירת נפח עבודה:
- צייר קו/מעגל ע"י גישה לכל איזור העבודה של המפרק הקיצוני ביותר (יחי' הקצה) כאשר השאר נייחים.
- התקדם למפרק הבא בכיוון הבסיס ו'מרח' את הקו שנוצר מהמפרק הקודם ע"י גישה לכל איזור העבודה של מפרק זה.
  יש להתחשב במגבלות מפרקים אם קיימות.
- המשך עד לבסיס הרובוט.



Scara Robot Arm　　　Articulated Robot Arm

המשך יבוא...

Email: elihai.maicas@gmail.com

$$ {}^{i}A_{i-1} = \left[{}^{i-1}A_i \right]^{-1} = \begin{bmatrix} {}^{i-1}R_i^t & -{}^{i-1}R_i^t \cdot {}^{i-1}P_i \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

$\sin(90-\alpha) = \cos\alpha$

$\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$

$\tan(90-\alpha) = \cot\alpha$

$\cot(90-\alpha) = \tan\alpha$

$\sin(180-\alpha) = \sin\alpha$

$\cos(180-\alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(180-\alpha) = -\tan\alpha$

$\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$

$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$1 + \tan^2\alpha = 1/\cos^2\alpha$

$1 + \cot^2\alpha = 1/\sin^2\alpha$

$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\tan(2\alpha) = 2\tan\alpha/(1-\tan^2\alpha)$

$\sin(3\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin(a/2+\beta/2)\cos(a/2-\beta/2)$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin(a/2-\beta/2)\cos(a/2+\beta/2)$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos(a/2+\beta/2)\cos(a/2-\beta/2)$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin(a/2+\beta/2)\sin(a/2-\beta/2)$

$\sin\alpha\cos\beta = 1/2\left(\sin(a+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right)$

$\sin\alpha\sin\beta = 1/2\left(\cos(a-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right)$

$\cos\alpha\cos\beta = 1/2\left(\cos(a+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right)$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta) = (\tan\alpha + \tan\beta)/(1-\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan(\alpha-\beta) = (\tan\alpha - \tan\beta)/(1+\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan(\alpha+\beta) - \tan\alpha - \tan\beta = \tan(\alpha+\beta)\tan\alpha\tan\beta$

$\arcsin\alpha + \arccos\alpha = \pi/2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$

$(a + b)^5 = a^5 \pm 5a^4b + 10a^3b^2 \pm 10a^2b^3 + 5ab^4 \pm b^5$