$conduction - k\left[W/m\cdot K\right]$ $\quad$ $convection - h\left[W/m^2\cdot K\right] \cong \mathrm{Re}^{0.8}$

q" - heat flux $\quad$ q - heat (transfer) rate

עבודה שנעשית על המערכת – **שלילית**
עבודה שהמערכת מבצעת על הסביבה – **חיובית**

Conduction	Convection
$q'' = h\left(T_s - T_\infty\right)\left[W/m^2\right]$ $q' = hL\left(T_s - T_\infty\right)\left[W/m\right]$ $q = hA\left(T_s - T_\infty\right)\left[W\right]$	$q''_x = -k\frac{dT}{dx}\left[W/m^2\right]$ $q'_x = -kL\frac{dT}{dx}\left[W/m\right]$ $q_x = -kA\frac{dT}{dx}\left[W\right]$

דימוי מעב"ח בקרינה למעב"ח בהסעה –

$$h_r \cong \varepsilon\sigma\left(T_s + T_{sur}\right)\left(T_s^2 + T_{sur}^2\right)$$

$$q_{rad} = h_r A\left(T_s - T_{sur}\right)$$

$\square_s - surface$

$\square_{sur} - surrounding$

משוואת האנרגיה – $\dot{E}_{st} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g$

פורייה –

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q}_g = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

α – דיפוסיביות תרמית – התקדמות גל תרמי בחומר $\quad \alpha = \frac{k}{\rho c_p}$

$\varepsilon = 0 \Rightarrow white\ body$

$\varepsilon = 1 \Rightarrow black\ body$

$$q'' = \sigma\varepsilon T_s^4\left[W/m^2\right]$$

$$\sigma = 5.67\cdot 10^{-8}\left[W/m^2\cdot K^4\right]$$

1st kind (Dirichlet) const surf temp: $\quad T(0,t) = T_s$

const surf heat flux:

a) 2nd kind (Newmann) Finite heat flux: $-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q''_s$

b) 3rd kind Adiabatic or insulated surface: $-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$

Convection surf condition: $\quad -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = h\left(T_\infty - T(0,t)\right)$

הולכה תמידית חד מימדית

	קרטזי	גלילי	ספירי
משוואת החום	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$	$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0$
צורת משוואה	$T(x) = C_1x + C_2$	$T(r) = C_1\ln r + C_2$	$T(r) = \frac{C_1}{r} + C_2$
פילוג טמפרטורה	$T(x) = T_{s,1} + \left(T_{s,2} - T_{s,1}\right)\frac{x}{L}$	$T(r) = T_{s,2} + \left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)\frac{\ln\left(\frac{r}{r_2}\right)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$	$T(r) = T_{s,1} - \left(\frac{1 - r_1/r}{1 - r_1/r_2}\right)\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$
שטף חום (q'')	$q'' = \frac{k}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$	$q'' = \frac{k}{r}\frac{\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$	$q'' = \frac{k}{r^2}\frac{\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}{\left[\left(\frac{1}{r_1}\right) - \left(\frac{1}{r_2}\right)\right]}$
קצב מעבר חום (q)	$q = \frac{kA}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$	$q = \frac{2\pi Lk}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$	$q = 4\pi k\frac{\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}{\left(\frac{1}{r_1}\right) - \left(\frac{1}{r_2}\right)}$
התנגדות תרמית בהולכה	$R_{t,cond} = \frac{L}{kA}$	$R_{t,cond} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi Lk}$	$R_{t,cond} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$
רדיוס אופטימלי לבידוד	---	$R_{cr} = \frac{k}{h}$	$R_{cr} = \frac{2k}{h}$

<u>אנלוגית נגדים</u>

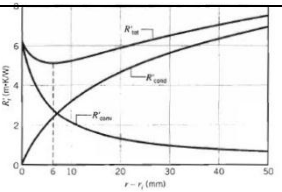
$$R_e = \frac{\Delta V}{I} = \frac{V_{s,1} - V_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma A}$$

$$R_{t,cond} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{kA}$$

$$R_{t,conv} = \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA}$$

$$R_{t,rad} = \frac{T_s - T_{sur}}{q_{rad}} = \frac{1}{h_r A} = \frac{1}{\varepsilon\sigma A\left(T_s + T_{sur}\right)\left(T_s^2 + T_{sur}^2\right)}$$

רדיוס בידוד אופטימלי



הולכה תמידית חד מימדית עם מקורות חום

	קרטזי	גלילי
משוואת החום	$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q}{k}=0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot q}{k}=0$
צורת משוואה	$T(x)=-\frac{\dot q}{2k}x^2+C_1x+C_2$	$T(r)=-\frac{\dot q}{4k}r^2+C_1\ln r+C_2$
פילוג טמפרטורה	$T(x)=\frac{\dot qL^2}{2k}\left(1-\frac{x^2}{L^2}\right)+\frac{T_{s,2}-T_{s,1}}{2}\frac{x}{L}+\frac{T_{s,2}+T_{s,1}}{2}$	
פילוג טמפרטורה סביב מישור סימטריה	$T(x)=\frac{\dot qL^2}{2k}\left(1-\frac{x^2}{L^2}\right)+T_s$ $T(0)\equiv T_0=\frac{\dot qL^2}{2k}+T_s$ $\frac{T(x)-T_0}{T_s-T_0}=\left(\frac{x}{L}\right)^2$	$T(r)=\frac{\dot q r_0^2}{4k}\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)+T_s$ $T(0)\equiv T_0=\frac{\dot q r_0^2}{4k}+T_s$ $\frac{T(r)-T_s}{T_0-T_s}=1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$
טמפרטורת קצה	$T_w=T_\infty+\frac{\dot qL}{h}$	$T_w=T_\infty+\frac{\dot q r_0}{2h}$

חיבור נגדים:

$$\text{Series:}\quad R_{tot}=\sum_{i=1}^{N}R_i$$

$$\text{Parallel:}\quad R_{tot}=\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{R_i}\right)^{-1}$$

$$\dot q=\frac{q}{Vol}=\frac{I^2R_e}{Vol}$$

התנגדות מגע – הצמדה לא מושלמת של חומרים.
מעבר חום בהולכה ברווחים בשל סדר-הגודל הקטן של המרווחים
גורמים משפיעים: לחץ הצמדה, חספוס פני השטח, תווך בין החומרים (נוזלי), לחץ חיצוני

$$q''=-k\frac{dT}{dx}=-k\frac{T_A-T_B}{\delta}$$

$$h_{eff}=-\frac{k}{\delta}$$

$$q''=h_{eff}\left(T_A-T_B\right)$$

נצילות צלע – יעילות הצלע לעומת מצב אסימפטוטי בו הצלע בטמפרטורה אינסופית

$$\eta_f\equiv\frac{q_f}{q_{\max/theoretical}}=\frac{q_f}{hA_f\theta_b}\eta_f$$

A_f - surface area of the fin

לצלע אדיאבטית

$$=\frac{M\tanh(mL)}{hPL\theta_b}=\frac{\tanh(mL)}{mL}$$

סנפירים – פיתוח נוסחאות עבור שטח חתך משתנה

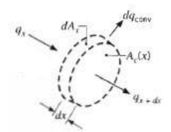
$$q_x=q_{x+dx}+dq_{conv}$$

$$q_x=-kA_c\frac{dT}{dx}\qquad q_{x+dx}=q_x+\frac{dq_x}{dx}dx=-kA_c\frac{dT}{dx}-k\frac{d}{dx}\left(A_c\frac{dT}{dx}\right)dx$$

$$q_{conv}=hdA_s\left(T-T_\infty\right)\Rightarrow$$

$$\frac{d}{dx}\left(A_c\frac{dT}{dx}\right)-\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\left(T-T_\infty\right)=0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\left(\frac{1}{A_c}\frac{dA_c}{dx}\right)\frac{dT}{dx}-\left(\frac{1}{A_c}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)\left(T-T_\infty\right)=0$$



$$M\equiv\sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$$

כמות החום שכל צלע מפנה

$$q_f=q_b=-kA_c\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0}$$

עבור שטח חתך קבוע

$$\frac{dA_c}{dx}=0\qquad A_s=Px$$

$$\frac{d^2T}{dx^2}-\frac{hP}{kA_c}\left(T-T_\infty\right)=0$$

החלפת משתנים

$$\theta(x)\equiv T(x)-T_\infty$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}-m^2\theta=0$$

$$m^2=\frac{hP}{kA_c}$$

$$\theta(x)=C_1e^{mx}+C_2e^{-mx}$$

$$\theta(0)\equiv\theta_b=T_b-T_\infty$$

יעילות צלע – יעילות פינוי חום עם צלע לעומת בלי

$$\varepsilon_f=\frac{q_f}{hA_{c_b}\theta_b}\geq 2$$

A_{c_b} - fin cross sectional area at the base

עבור צלע אינסופית

$$\varepsilon_f=\left(\frac{kP}{hA_c}\right)^{\frac{1}{2}}$$

נגדיר שקול התנגדות תרמית לסנפיר

$$R_{t,f}=\frac{\theta_b}{q_f}$$

שקול התנגדות תרמית לשטח הבסיס החשוף (ללא סנפיר)

$$R_{t,b}=\frac{1}{hA_{c,b}}$$

$$\varepsilon_f=\frac{R_{t,b}}{R_{t,f}}$$

תנאי קצה x=L	פילוג טמפרטורה $\dfrac{\theta(x)}{\theta_b}$	כמות חום שהצלע מפנה q_f
מעבר חום בהסעה בקצה הסנפיר $h\theta(L) = -k\left.\dfrac{d\theta}{dx}\right\|_{x=L}$	$\dfrac{\cosh\left[m(L-x)\right]+\dfrac{h}{mk}\sinh\left[m(L-x)\right]}{\cosh\left[mL\right]+\dfrac{h}{mk}\sinh\left[mL\right]}$	$M\dfrac{\sinh(mL)+\dfrac{h}{mk}\cosh(mL)}{\cosh(mL)+\dfrac{h}{mk}\sinh(mL)}$
מעבר חום בהסעה בקצה הסנפיר זניח. קצה אדיאבטי $\left.\dfrac{d\theta}{dx}\right\|_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh\left[m(L-x)\right]}{\cosh\left[mL\right]}$	$M\tanh(mL)$
טמפרטורה נתונה בקצה הסנפיר $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{\dfrac{\theta_L}{\theta_b}\sinh(mx)+\sinh\left[m(L-x)\right]}{\sinh(mL)}$	$M\dfrac{\cosh(mL)-\dfrac{\theta_L}{\theta_b}}{\sinh(mL)}$
צלע אינסופית $(L\to\infty)$ $\theta(L) = 0$	e^{-mx}	M

הולכה 2D –

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$\theta \equiv \frac{T-T_1}{T_2-T_1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$$

$$\theta(x,y) = X(x)\cdot Y(y)$$

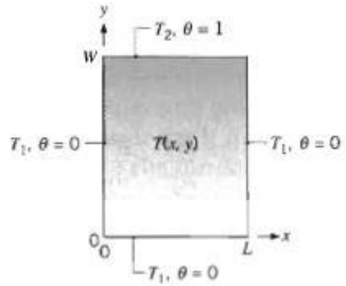
$$\lambda = \frac{n\pi}{L}, n = 1,2,3,\ldots$$

$$X = C_1\cos(\lambda x)+C_2\sin(\lambda x)$$

$$Y = C_3 e^{-\lambda y}+C_4 e^{\lambda y}$$

$$\Rightarrow \theta(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\sinh\left(\frac{n\pi y}{L}\right)$$

$$C_n = \frac{2\left[(-1)^{n+1}+1\right]}{n\pi\sinh\left(\dfrac{n\pi W}{L}\right)}$$



הולכה טרנזיאנטית –

הנחת מסות מקובצות Lumped Capacitance

טמפ׳ בכדור קבועה (הולכה אינסופית)

$$\dot{E}_{st} = -\dot{E}_{out}$$

$$\rho Vc\frac{dT}{dt} = -hA_s\left(T-T_\infty\right)$$

$$\theta \equiv \mathrm{T}-\mathrm{T}_\infty$$

$$\theta_i \equiv \mathrm{T}_i-\mathrm{T}_\infty$$

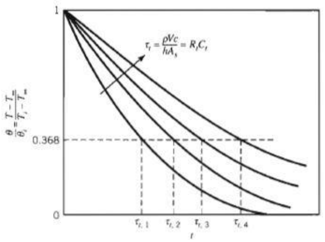
$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

$$\tau \equiv \frac{\rho Vc}{hA_s} = R_t C_t \quad \text{thermal time constant}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Q = \int_0^t q\,dt = \rho Vc\theta_i\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



נצילות כוללת –

$$A_t = NA_f + A_b$$

$$q_t = N\eta_f hA_f\theta_b + hA_b\theta_b =$$

$$= h\left[N\eta_f A_f + \left(A_t - NA_f\right)\right]\theta_b = hA_t\theta_b\left[1-\frac{NA_f}{A_t}\left(1-\eta_f\right)\right]$$

$$\eta_0 = \frac{q_t}{q_{\max.theoretical}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b} = 1-\frac{NA_f}{A_t}\left(1-\eta_f\right)$$

$$R_{t,0} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_0 hA_t}$$

הצדקת שימוש בהנחת מסות מקובצות –

$$Bi \equiv \frac{hL_c}{k} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{\dfrac{L}{kA}}{\dfrac{1}{hA}} = \frac{T_{s,1}-T_{s,2}}{T_{s,2}-T_\infty} < 0.1 \quad \text{Biot number}$$

$$L_c = \frac{V}{A_s} \quad \text{Characteristic length}$$

$$\text{for cylinder } L_c = \frac{r_0}{2}$$

$$\text{for sphere } L_c = \frac{r_0}{3}$$

$$Fo \equiv \frac{\alpha t}{L_c^2} \quad \text{Fourier number - dimensionless time}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c}$$

$$\Rightarrow Bi\cdot Fo = \frac{hA_s t}{\rho Vc}$$

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty} = e^{-Bi\cdot Fo} \Rightarrow t = -\tau\ln\left(\theta/\theta_i\right)$$

ניתוח כללי באמצעות הנחת מסות מקובצות. בקרינה לעבוד עם מעלות קלווין!!!1

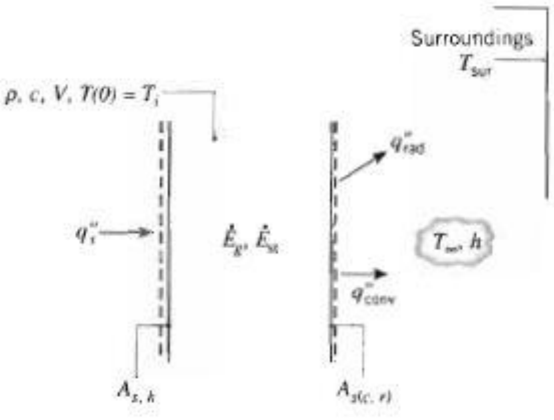
$$q''_s A_{s,h} + \dot{E}_g - \left(q''_{conv} + q''_{rad}\right) A_{s(c,r)} = \rho V c \frac{dT}{dt}$$

1. only radiation

$$t = \frac{\rho V c}{4\varepsilon\sigma T_{sur}^3 A_{s,r}} \left\{ \ln\left|\frac{T_{sur}+T}{T_{sur}-T}\right| - \ln\left|\frac{T_{sur}+T_i}{T_{sur}-T_i}\right| + 2\left[\tan^{-1}\left(\frac{T}{T_{sur}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{T_i}{T_{sur}}\right)\right]\right\}$$

assumption - $T_{sur} = 0K$

$$t = \frac{\rho V c}{3\varepsilon\sigma A_{s,r}}\left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_i^3}\right)$$



2. neglet radiation

$$\frac{d\theta}{dt} + a\theta - b = 0$$

$$a \equiv \frac{hA_{s,c}}{\rho V c}, b \equiv \frac{q''_s A_{s,h} + \dot{E}_g}{\rho V c}$$

$$\theta' \equiv \theta - b/a$$

$$\frac{\theta'}{\theta'_i} = \frac{T - T_\infty - b/a}{T_i - T_\infty - b/a} = e^{-at}$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-at} + \frac{b/a}{T_i - T_\infty}\left(1 - e^{-at}\right)$$

פתרון ללא הנחת מסות מקובצות (Bi>0.1)

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{dT}{dt}$$

nondimensionalizing equations:

$$\theta^* \equiv \frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \qquad x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad t^* = Fo \equiv \frac{\alpha t}{L^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\theta^*}{dx^{*2}} = \frac{\partial\theta^*}{\partial Fo}$$

B.C.+I.C.

1) $T(x,0) = T_i \to \theta^*(x^*,0) = 1$

2) $\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \to \left.\frac{\partial\theta^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = 0$

3) $-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h\left[T(L,t) - T_\infty\right] \to \left.\frac{\partial\theta^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=1} = -Bi\theta^*(1,t^*)$

אם יש רק הולכה אז מתקיים :

$$h \to \infty \Rightarrow Bi \to \infty$$

טמפרטורה בנקודת מגע בין משטחים חצי אינסופיים –

$$T_s = \frac{\sqrt{(k\rho c)_A}T_{A,i} + \sqrt{(k\rho c)_B}T_{B,i}}{\sqrt{(k\rho c)_A} + \sqrt{(k\rho c)_B}}$$

קיר עם הסעה (יש איורים בעמוד הבא!!!!)

פתרון מדויק

$$\theta^* = X(x)T(t)$$

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 Fo}\cos\left(\lambda_n x^*\right)$$

$$C_n = \frac{4\sin\lambda_n}{2\lambda_n + \sin(2\lambda_n)}$$

$$\lambda_n \tan(\lambda_n) = Bi$$

פתרון מקורב (Fo>0.2) ניתן להשתמש באיבר הראשון בטור בלבד

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_1 e^{-\lambda_1^2 Fo}\cos\left(\lambda_1 x^*\right)$$

$$\theta^* = \theta_0^*\cos\left(\lambda_1 x^*\right)$$

$$\theta_0^* = C_1 e^{-\lambda_1^2 Fo}$$

$$Q_{tot} = c_p\Delta T$$

$$Q = -\int \rho c\left[T(x,t) - T_i\right]dV$$

$$Q_0 = \rho V c\left(T_i - T_\infty\right)$$

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{\sin\lambda_1}{\lambda_1}\theta_0^*$$

גוף חצי אינסופי –

similarity solution:

$$\eta \equiv \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial\eta}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}}\frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d}{d\eta}\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]\frac{\partial\eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t}\frac{d^2T}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{x}{2t\sqrt{4\alpha t}}\frac{dT}{d\eta}$$

Heat Equation: $\frac{d^2T}{d\eta^2} = -2\eta\frac{dT}{d\eta}$

$$q''_t = k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{k\left(T_s - T_i\right)}{\sqrt{\pi\alpha t}}$$

B.C.+I.C.

$T(\eta = 0) = T_i$

$T(\eta \to \infty) = T_i$

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\eta e^{-u^2}du = erf(\eta)$$

מקדמי צורה – פתרון בעיה דו-מימדית בעזרת קירוב לבעיה חד-מימדית

S - Shape Factor

$q = Sk\Delta T$

חימום מחזורי –

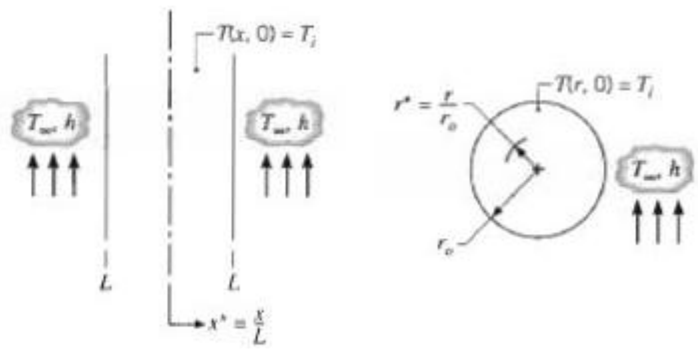
$$T(0,t) = T_i + \Delta T\sin(\omega t)$$

$$\frac{T - T_i}{\Delta T} = e^{-x\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}}\sin\left(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{\alpha t}}\right)$$

$$q''_s(t) = k\Delta T\sqrt{\omega/\alpha}\sin\left(\omega t + \pi/4\right)$$

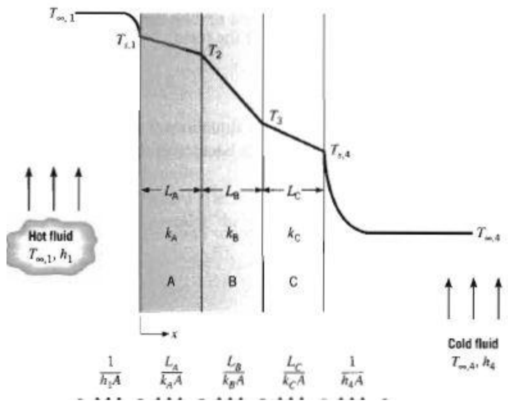
$$\delta_p \equiv 4\sqrt{\frac{\alpha}{\omega}} \quad \text{thermal penetration depth}$$

איורים עבור קיר עם הסעה –



Case	B.C.	Temperature Dist.
Const. surface temp.	$T(0,t)=T_s$	$\frac{T-T_s}{T_i-T_s}=erf\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
Const. surface heat flux	$q''_s=q''_0$	$T-T_i=\frac{2q''_0\sqrt{\frac{\alpha t}{\pi}}}{k}e^{-\frac{x^2}{4\alpha t}}-\frac{q''_0 x}{k}erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
Surface convection	$-k\frac{\partial T}{\partial x}\Big\vert_{x=0}=h\left[T_\infty-T(0,t)\right]$	$\frac{T-T_i}{T_\infty-T_i}=erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)-e^{\frac{hx}{k}+\frac{h^2\alpha t}{k^2}}erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)$

ככל ש-k גדול יותר השיפוע קטן יותר



בנק הנחות:

Usual shit : תכונות קבועות, מצב מתמיד, הולכה חד/דו מימדית בכיוון X\r, ייצור חום פנימי $\dot{q}$ אחיד, התנגדות מגע תרמית בין המשטחים זניחה, אין מעבר חום בקרינה\הסעה, בספיר - $L >> D$.

תרמוקאפל: הטמפ' בצומת אחידה בכל רגע, הפסדים כתוצאה מהולכה דרך החיבורים זניחים.

בהולכה טרנזיאנטית: עבור צילינדר ניתן לקרב גליל לקיר אם $t << D$.

הסעה : זורם ניוטוני, פלטה איזותרמית, הנחת גז אידיאלי, בלד"ח, דיסיפציה זניחה, מעב"ח בהולכה בכיוון X זניח.

קואט : זרימה מפותחת $\frac{\partial}{\partial x}=0$, לחץ קבוע בכל הכיוונים, $t << R$, ניתן לקרב לקיר, אין כוחות גוף, $u >> v$.

קרינה: משטח דיפוסיבי, משטח אטום (τ=0), הסעה זניחה, שטח הגוף בתוך חלל שחור קטן מאוד ביחס לחלל ואין תלות בזוית, מרחק גדול ממשטח קורן- אנלוגיה לגוף שחור.

שמש : פילוג ספקטרלי של G_{sun} פרופ' לזו שנפלטת מגוף שחור ב $5200K$.

חימום א"ד : זרימה מציפה למינרית, הזנחת ריאקציות כימיות, מעב"ח בהסעה, גז אידיאלי עבור $T < 2000K$ (לבדוק), בלד"ח לאחר גל הלם, לאחר הגל אנתלפית ההחזר שווה לאנתלפיה בקצה שכב"ג. הלחץ קבוע בעובי השכבה.

<u>**הסעה:**</u>

מקדם חיכוך - $C_f = \dfrac{\tau_s}{0.5\cdot\rho\cdot u_\infty^2}$

מאמץ גזירה – $\tau = \mu \dfrac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$

הגדרה לשכב״ג תרמי - $\dfrac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0.99$

פרופיל מהירות : טורב – לוגי, למינרי – פרבולי. $\dfrac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} lam < \dfrac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} turb$

שטף חום -

$$q_s" = -k_f \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} \qquad h = \frac{q_s"}{T_s - T_\infty}$$

$$q = \bar{h}\left(T_s - T_\infty\right)$$

equivalent h coeff - $\bar{h} = \dfrac{1}{A_s}\displaystyle\int_A h\,dA$

flow over a flat plate - $\bar{h} = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int_L h\,dx$

מש׳ שכב״ג מנורמלות–

הנחות :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{\partial P_\infty}{\partial x}$$

נרמול טמפרטורה : $T^* = \dfrac{T - T_s}{T_\infty - T_s}$

גדלים מתוך המשוואות :

$$C_f = \frac{2}{\mathrm{Re}}\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} \qquad h = \frac{K_f}{L}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}$$

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{\mu V}{L}\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}$$

אנלוגיית ריינולדס – כאשר Pr=1

$$St = \frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} = \frac{C_f}{2} \qquad N_u = C_f \frac{\mathrm{Re}\,L}{2}$$

אנלוגית ריינולדס מורחבת –

$$C_f = 2St\cdot \mathrm{Pr}^{2/3}\left(0.6 < \mathrm{Pr} < 60\right)$$

בלזיוס – זרימה על פלטה באמצעות פתרון דמיות

מספרים :

מספר ריינולדס – יחס בין כוחות אינרציה לצמיגות .

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu} = \frac{u_\infty x}{\nu} \qquad \rho\nu = \mu$$

$$\mathrm{Re}_{cr}(pipe) = 2300 \qquad \mathrm{Re}_{cr}(plate) = 5\cdot 10^5$$

מספר נוסלט – היחס בין הסעה להולכה טהורה <u>של הזורם</u>

$$Nu = \frac{hL}{K_f} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} = f\left(x^*, \mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}\right)$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right)$$

מספר פרנטל – היחס בין שכב״ג מהירות לשכב״ג תרמי, היחס בין מומנטום דיפוסיבי ν לדיפוסיביות תרמית α.

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{C_p\mu}{k}$$

מספר סטנטון – מספר נוסלט מתוקן.

$$St = \frac{h}{\rho u_\infty C_p} = \frac{Nu}{\mathrm{Re}\cdot \mathrm{Pr}}$$

מספר אקרט – אנרגיה קינטית של הזרימה ביחס להפרש האנתלפיה של שכב״ג תרמי

$$Ec = \frac{u_\infty^{\ 2}}{C_p\left(T_s - T_\infty\right)}$$

שכב״ג תרמי – בזרימה מפותחת h=const ולא תלוי ב-x

$$q = \dot{m}C_p\left(T_{out} - T_{in}\right)$$

$$T_m = \frac{2}{u_m r_0^{\ 2}}\int_0^{r_0} u\cdot T_r\,dr$$

$$q" = h\left(T_s - T_m\right)$$

$$q_s" = -k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = k\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0}$$

$$q_{conv} = \dot{m}c_p\left(T_{m,0} - T_{m,i}\right)$$

$$\frac{d\dot{m}}{dt} = \frac{q_s"P}{\dot{m}c_p} = \frac{Ph}{\dot{m}c_p}\left(T_s - T_m\right)$$

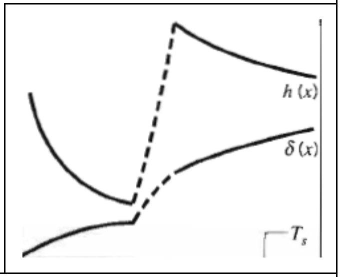
זרימת Couette – t<<R. ניתן לפתור בעיה 2D קרטזית ולא גלילית

$$-\pi L R t\cdot K\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{K\cdot\pi t^2}{r}\frac{\left(T_1 - T_2\right)}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$u\left(y\right) = \frac{y}{L}u_\infty$$

$$k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}_{dissipation} = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_\infty}{L}$$

טמפ׳ מקסימלית גבוהה יותר מאשר בקצוות בשל דיסיפציה



זרימה על גליל $C_D = \dfrac{2F_D}{A_f\left(\rho V^2\right)}$

זרימה על כדור $C_D = \dfrac{24}{\mathrm{Re}_D}$

קרינה:

תחום תרמי $\lambda = 0.1-100\mu m$ $\quad \lambda = c/\nu$

רדיוסיטי – $J = E + \rho G$

חוק ההזזה של ווין – $\lambda_{\max} T = 2898K$

הספק פליטה חלקי:

$$F_{(0\to\lambda)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{E_b} = f(\lambda, T) \qquad F_{(\lambda_1\to\lambda_2)} = F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}$$

$$\eta = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon\lambda E_\lambda d\lambda}{\varepsilon} \qquad E = \eta q''$$

עצמת הקרינה Intensity - $I_{\lambda,e}$ הקצב בו אנרגיה נפלטת באורך גל λ בכיוון (ϕ,θ).

$$I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos\theta\, d\omega\, d\lambda} \qquad d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{A\cos\theta}{r^2} = \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$\frac{dq}{d\lambda} = dq_\lambda \left[\frac{W}{\mu m}\right] \Rightarrow q_\lambda'' = \int I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta \underbrace{\sin\theta\, d\phi}_{d\omega} dA$$

$$\phi = 0 \div 2\pi \qquad \theta = -\pi/2 \div \pi/2$$

גוף שחור:

1. סופג את כל **G** ללא תלות באורך גל וכיוון
2. עבור טמפ' ואורך גל נתונים אף משטח לא פולט יותר אנרגיה מגוף שחור
3. גוף שחור הינו גוף דיפוסיבי

פילוג פלאנק:

$$I_{\lambda,b}(\lambda,T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5\left(e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1\right)}$$

שטפן בולצמן: הספק הפליטה של גוף שחור

$$E_b = \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5\left(e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1\right)} d\lambda = \sigma T^4 \qquad I_b = \frac{E_b}{\pi}$$

הספק הפליטה – **E** (פליטה טבעית של המשטח), **הקרנה** Irradiation – **G** (קרינה שפוגעת במשטח), **רדיוסיטי** Radiosity – **J** (קרינה כוללת שמוחזרת מהמשטח)

ניתן להציב **E,G,J** :

$$X_\lambda(\lambda) = q''_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,x}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\phi \left[W/m^2\mu m\right]$$

$$X = \int_0^\infty X_\lambda(\lambda) d\lambda \left[W/m^2\right]$$

במשטח **דיפוסיבי** (פליטה לא תלויה בזווית) :

$$I_{\lambda,x}(\lambda,\theta,\phi) = I_{\lambda,x}(\lambda)$$

$$X_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,x}(\lambda)$$

$$X = \pi I_x$$

אמיסיביות ε : למשטח דיפוסיבי אין תלות ב-θ

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi,T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi,T)}{I_{\lambda,b}(\lambda,T)}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E_b}\sum \varepsilon_i \int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i} E_{\lambda,b} d\lambda = \frac{1}{E_b}\sum \varepsilon_i \left(F_{(0\to\lambda_i)} - F_{(0\to\lambda_{i-1})}\right)$$

$$\varepsilon_\lambda(\lambda,T) = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,T)\cos\theta\sin\theta\, d\theta$$

תמיד נכון	למשטחים דיפוסיביים	לגוף אפור
$\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta}$	$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$	$\varepsilon = \alpha$

$$G_\lambda = G_{\lambda,ref} + G_{\lambda,abs} + G_{\lambda,tr}$$

$$\rho + \alpha + \tau = 1,$$

$$q'' = \alpha G - E = \alpha G - \varepsilon\sigma T_s^4$$

$q'' > 0$ temp rises with time

$q'' < 0$ temp drops with time

גוף אפור –

$$\varepsilon = \frac{\int \varepsilon_\lambda E_{\lambda,b}(\lambda,T) d\lambda}{E_b(T)} = \varepsilon_\lambda = \alpha$$

חוקי קירכהוף –

$$G = E_b(T)$$

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \dots = E_b(T_s)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = \dots = 1 \Rightarrow \varepsilon = \alpha$$

מקדם ראייה – מספר המשטחים שצריך לחשב

$$q_{i\to j} = J_i \iint_{A_i A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

$$F_{ij} = \frac{q_{i\to j}}{A_i J_i}, \quad A_i F_{ij} = A_j F_{ji}, \quad \sum_{j=1} F_{ij} = 1$$

מעבר חום בגוף שחור –

$$q_i = \sum_{j=1} A_i F_{ij} \sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)$$

מעבר חום בין משטחים אפורים –

$$q_i = \frac{E_{b,i} - J_i}{\underbrace{(1-\varepsilon_i)/(\varepsilon_i A_i)}_{R}} = \sum_{j=1} \frac{(J_i - J_j)}{\underbrace{(A_i F_{ij})^{-1}}_{R}}$$

ספיגות – Absorptivity – **α** (החלק מ-**G** שנספג במשטח), לא תלוי ב-**T**

מקדם החזרה – Reflectivity – ρ, **מקדם מעבר** – Transmissivity – τ

$$G \cdot Y = G_X \qquad Y = \alpha, \rho, \tau$$

$$X = ref, tr, absorb$$

$$Y_{\lambda,\theta} = \frac{I_{\lambda,X}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,t}(\lambda,\theta,\phi)}$$

$$Y_\lambda = \frac{G_{\lambda,X}(\lambda)}{G_{\lambda,t}(\lambda)} = 2\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta)\cos\theta\sin\theta\, d\theta$$

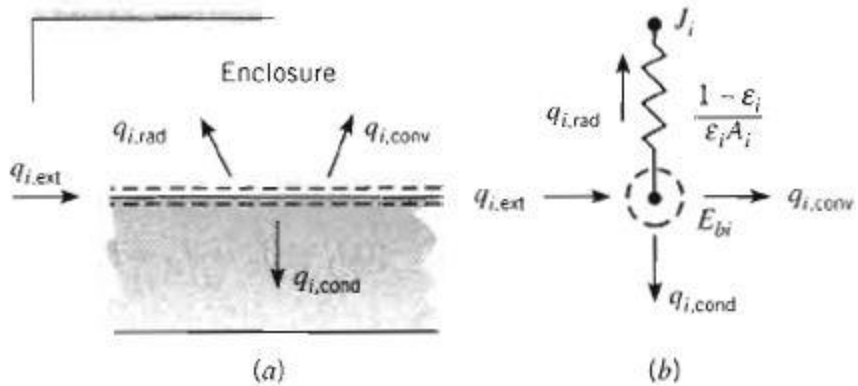
$$Y = \frac{G_X}{G} = \frac{\int_0^\infty Y_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

מעבר חום בין 2 משטחים סגורים –

$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{(1-\varepsilon_1)/(\varepsilon_1 A_1) + (1-\varepsilon_2)/(\varepsilon_2 A_2) + (A_1 F_{12})^{-1}}$$

הגנות קרינה -

$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{(1-\varepsilon_{3,1})/\varepsilon_{3,1} + (1-\varepsilon_{3,2})/\varepsilon_{3,2} + 1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2}$$


Enclosure
$q_{i,\text{ext}}$
$q_{i,\text{rad}}$
$q_{i,\text{conv}}$
$q_{i,\text{cond}}$
(a)
J_i
$q_{i,\text{rad}}$
$\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}$
$q_{i,\text{ext}}$
$q_{i,\text{conv}}$
E_{bi}
$q_{i,\text{cond}}$
(b)