הידרוסטאטיקה

$$-\nabla p+\rho\bar{g}=\rho\bar{a}$$

$$p=p_0+\rho gh$$

כח הציפה

$$\bar{F}=-\iint_A p\bar{n}da=-\rho\bar{g}V$$

משוואת הרציפות

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\rho dV+\int_{cs}\rho\bar{q}\cdot\bar{n}ds=0$$

ספיקה נפחית $Q=\bar{q}\cdot\bar{n}da$

ספיקה מסית $\dot{m}=Q\cdot\rho=\rho va$

משוואת המומנטום

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\rho\bar{v}dV+\int_{cs}\rho\bar{v}(\bar{q}\cdot\bar{n}da)+\int_{cv}\rho\bar{a}dV=\sum\bar{F}=\bar{F}_B+\bar{F}_S$$

זרימה פוטנציאלית

$$\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}+p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gz=C\qquad \bar{v}=\nabla\phi\qquad \nabla^2\phi=0$$

$$v_y=\frac{\partial\phi}{\partial y}\qquad v_x=\frac{\partial\phi}{\partial x}\qquad v_r=\frac{\partial\phi}{\partial r}\qquad v_\theta=\frac{\partial\phi}{r\partial\theta}$$

$$v_\theta=-\frac{\partial\psi}{\partial r}\qquad rv_r=\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\qquad v_y=-\frac{\partial\psi}{\partial x}\qquad v_x=\frac{\partial\psi}{\partial y}$$

ψ-פונקצית הזרם (קווי-זרם) ϕ- פוטנציאל המהירות

ניתן לבצע סופרפוזיציה על ϕ,ψ,v

הספיקה בין שני קווי זרם $\psi=C_2$ $\psi=C_1$ היא $Q=C_1-C_2$

צירקולציה $\Gamma=\oint_c\bar{v}\cdot d\bar{r}$

מקור/ בור $\phi=\frac{Q}{2\pi}\ln r\qquad v_r=\frac{Q}{2\pi r}\qquad \psi=\frac{Q}{2\pi}\theta$

זוגן $\phi=\frac{\Lambda}{r}\cos\theta\qquad \Lambda=\frac{Q}{2\pi}\qquad v_r=-\frac{\Lambda}{r^2}\cos\theta\quad v_\theta=-\frac{\Lambda}{r^2}\sin\theta$

ערבול $\phi=\frac{\Gamma}{2\pi}\theta\qquad A=\frac{\Gamma}{2\pi}\qquad v_\theta=\frac{A}{r}$

זרימה מציפה $\phi=Ux\qquad \psi=Uy$

קו מסלול- לגרנז'

$$v_i=\frac{dx_i}{dt}\qquad dt=\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w}$$

קו זרם- אויילר

$$v_i=\frac{dx_i}{ds}\qquad ds=\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w}$$

נגזרת מלווה

$$\frac{D\phi}{Dt}=\frac{\partial\phi}{\partial t}+\underbrace{\bar{v}}_{\text{של הנוסע יחסית למערכת אינרציאלית}}\cdot\nabla\phi$$

נאוויה סטוקס

משוואת הרציפות $\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho\bar{v}\right)=0$

משוואת המומנטום

$$\rho\left[\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}+\left(\bar{v}\cdot\nabla\right)\bar{v}\right]=-\nabla p+\mu\nabla^2\bar{v}+\frac{\mu}{3}\nabla\left(\nabla\cdot\bar{v}\right)+\rho\bar{g}$$

הנחות

1. נוזל ניוטוני (קשר לינארי בין מאמצים לקצב העיבור).
2. החומר איזוטרופי (בכל כיוון שמסתכלים רואים אותה תמונה).
3. החומר הומוגני (בכל מקום שנמצאים החומר בעל אותם תכונות).

משוואת ברנולי

$$p+\rho gh+\frac{1}{2}\rho v^2=const$$

הנחות

1. $\rho=const$
2. זרימה מתמדת $\frac{d\bar{v}}{dt}=0$
3. לאורך קו זרם
4. החיכוך זניח יחסית ללחץ

משוואת ברנולי השנייה

$$\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}+p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gz=C$$

הנחות

1. הזרימה אי רוטציונית $\nabla\times\bar{v}=0$
2. $\mathrm{Re}\gg1$
3. צפיפות קבועה $\rho=const$

ספיקה דרך צינור $Q = b\int u(y)dy = \frac{v}{2}\pi a^2 = \bar{v}A$

מהירות ממוצעת בצינור (למינרית) $\bar{v} = \frac{v}{2}$

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} = \frac{[Pa \cdot \sec]}{[Kg / m^3]} = \left[\frac{m^2}{\sec}\right]$$

משוואת ברנולי ההנדסית

$$p_1 + \frac{\beta}{2}\rho\bar{v}_1^2 + \rho g z_1 + \Delta p_{pump} = p_2 + \frac{\beta}{2}\rho\bar{v}_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_{loss}$$

$$\beta = \begin{cases} 2 & \text{למינרית} \\ 1 & \text{טורבולנטית} \end{cases} \quad \Delta p_{loss} = \frac{1}{2}\rho\bar{v}^2\left(\underbrace{\frac{L_e}{D}f}_{\text{כיפוף}} + \underbrace{\frac{L}{D}f}_{\text{חיכוך}} + \underbrace{K_{enter} + K_{exit}}_{\text{כניסה יציאה}}\right)$$

הספק משאבה/טורבינה $P = Q\Delta p$

קוטר הידראולי (בזרימה טורבולנטית)

$D_{eq} = 4\frac{s}{c}$ (s- שטח חתך, c- היקף מגע)

Coquette ($u \neq 0, \frac{dp}{dx} = 0$) $u(y) = U\frac{y}{h}$

Poiseuille ($u = 0, \frac{dp}{dx} \neq 0$) $u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left(y^2 - hy\right)$

דמיות

$$C_D = \frac{F}{\rho v^2 L^2} \quad \frac{1}{\text{Re}} = \frac{\mu}{\rho v L} \quad \text{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{vL}{\upsilon}$$

$$\frac{Q}{\omega D^3} \quad \frac{\mu}{\rho\omega D^2} \quad \frac{\Delta p}{\rho\omega^2 D^2} \quad \frac{L}{D} \quad \frac{\mu D^2}{\rho Q} \quad \frac{\Delta p D^4}{Q^2 \rho}$$

משפט בקינגהאם

n פרמטרים ממדיים, m מימדים

$n-m$ פרמטרים אל-ממדיים