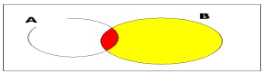
B,A מאורעות זרים $\Leftrightarrow A\cap B=\emptyset$ **P של איחוד מאורעות זרים:** $P(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$

כלל ההכלה וההפרדה על 2 מאורעות: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

על n מאורעות: $P(A_1\cup\ldots\cup A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_1)-\sum_{i<j}P(A_i\cap A_j)+\sum_{i<j<k}P(A_i\cap A_j\cap A_k)-\cdots+(-1)^{n+1}\cdot P(A_1\cap\ldots\cap A_n)$

ההסתברות המותנית של A בהינתן B (P(B)>0): $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

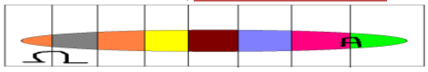


ואם B,A בת"ל: $P(A|B)=P(A)$

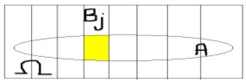
כלל הכפל ב2 משתנים: $P(A\cap B)=P(A|B)\cdot P(B)$

ב-n משתנים: $P(A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2|A_1)\cdot P(A_3|A_1\cap A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n|A_1\cap\ldots\cap A_{n-1})$

כלל ההסתברות השלמה, כאשר A מאורע ו- Bi חלוקה של Ω: $P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)\cdot P(B_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A\cap B_i)$



כלל בייס [A מאורע (P(A)>0), B= חלוקת Ω, Bj מאורע מהחלוקה: $P(B_j|A)=\frac{P(B_j\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A|B_j)\cdot P(B_j)}{P(A)}=\frac{P(A|B_i)\cdot P(B_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)\cdot P(B_i)}$

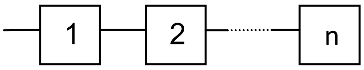


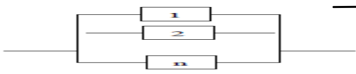
מאורעות B,A בת"ל $\Leftrightarrow$ $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ **הערה:** $\emptyset,\Omega$ תמיד בת"ל עם כל מאורע אחר.

בהינתן $A\neq\emptyset, B\neq\emptyset$**:** (1) אם $A\cap B=\emptyset$ ⇐ B,A תלויים. (2) אם $A\subseteq B$ או $B\subseteq A$ ⇐ B,A תלויים. (3) אם B,A בת"ל ⇐ $A\cap B\neq\emptyset$.

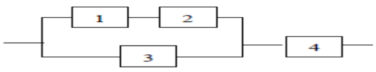
משפט על אי תלות: A,B בת"ל ⇐ (1) A ו- B^c בת"ל ; (2) B ו- A^c בת"ל ; (3) A^c ו- B^c בת"ל.

אמינות של מערכת (הרכיבים פועלים באופן ב"ת באחרים): (1) טורית – הרכיבים מחוברים בטור: $a=p_1\cdot p_2\cdot\cdots\cdot p_n$





(2) מקבילית – הרכיבים מחוברים במקביל: $a=1-(1-p_1)\cdot(1-p_2)\cdot\cdots\cdot(1-p_n)$



(3) דוגמא למעורבת – גם בטור וגם במקביל: $a=[1-(1-p_1\cdot p_2)\cdot(1-p_3)]\cdot p_4$

ניסוי ברנולי – ניסוי עם 2 תוצאות אפשריות (הצלחה=S / כשלון=F), כאשר: P(S)=p , P(F)=q=1-p. טבלת התפלגויות:

בינומית	$P(k)=\binom{n}{k}p^kq^{n-k}$	$\Omega=\{0,1,\ldots,n\}$	מבצעים סדרה של n נסויי ברנולי ב"ת בעלי P(S)=p. זו ההסתברות לקבל בדיוק k הצלחות.
בינומית שלילית	$P(k)=\begin{cases}\binom{k-1}{m-1}p^mq^{k-m}, & k\geq m\\ 0 & otherwise\end{cases}$	בן מניה: $\Omega=\{m,m+1,\ldots\}$	מבצעים סדרת ניסויי ברנולי עד ההצלחה ה-m-ית. זו ההסתברות שההצלחה ה-m-ית תהיה בדיוק בניסיון ה-k.
גיאומטרית	$P(k)=q^{k-1}p$	בן מניה: $\Omega=\{1,2,\ldots,n\}$	מבצעים סדרת ניסויי ברנולי ב"ת עד להצלחה הראשונה. זו ההסתברות שההצלחה הראשונה תהיה בניסוי ה-k (שיהיה k ניסויים בדיוק כי הצלחה זו תביא לעצירת הניסויים).
היפר גיאומטרית	$\frac{\binom{B}{f}\cdot\binom{N-B}{k-f}}{\binom{N}{k}}$	מדמה מצב של כד עם N כדורים בסה"כ. מתוכם: B שחורים ו- W=N-B לבנים. מוצאים k כדורים באקראי, ללא החזרה. זו ההסתברות שמבין k הכדורים שמוציאים יש בדיוק f שחורים.	
פואסונית עם λ	$P(k)=\begin{cases}\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^k}{k!} & k=0,1,2\ldots\\ 0 & otherwise\end{cases}$; $\lambda\geq 0$	משמש למצבים בהם λ נתונה או למצבים בהם מתואר מצב כמו התפלגות בינומית, אך עבור n גדול ו־p גדול דיו בסדר גודל של 1/n, ואז זו התפלגות פואסונית כאשר λ=np.	

עבור פונקצית הסתברות עם מ"מ בדיד, ובידיעה שהתפלגות = מידת הסתברות P, יש פונקציות התפלגות ידועות שמסתמכות על ההתפלגויות לעיל:

ברנולי	$P_x(x)=\begin{cases}p & x=1\\ q & x=0\\ 0 & otherwise\end{cases}$	X~Ber(p)	מבצעים ניסוי ברנולי עם הסתברות p להצלחה. x=1 אם הניסוי הצליח ו-x=0 אחרת.	
בינומית	$P_X(x)=\begin{cases}\binom{n}{x}p^xq^{n-x} & x=0,1,\ldots,n\\ 0 & otherwise\end{cases}$	X~Bin(n,p)	X מ"מ שסופר את מספר ההצלחות ב-n ניסויי ברנולי ב"ת עם הסתברות p להצלחה.	$E(X)=np$
בינומית שלילית	$P_X(x)=\begin{cases}\binom{x-1}{m-1}p^mq^{x-m}, & x\geq m\\ 0 & otherwise\end{cases}$	X~BN(m,p)	מבצעים סדרת ניסויי ברנולי עד ההצלחה ה-m-ית. נסמן ב- X מ"מ המתאר את מספר הניסויים שנערכו עד שהיו m הצלחות (מה הניסוי בו היתה ההצלחה ה-m).	$E(X)=\frac{m}{p}$

גיאומטרית	$P_X(x)=\begin{cases} q^{x-1}p & x=1,2,3\ldots \\ 0 & otherwise \end{cases}$	X~Geo(p)	X מ"מ שסופר את מס' הניסויים עד להצלחה הראשונה בסדרת ניסויי ברנולי ב"ת עם הסתברות p להצלחה.	$E(X)=\frac{1}{p}$
היפר גיאומטרית	$P_X(x)=\begin{cases} \frac{\binom{B}{x}\cdot\binom{N-B}{k-x}}{\binom{N}{k}} & x=0,1,\ldots.\min(B,k) \\ 0 & otherwise \end{cases}$	X~HG(N,B,k)	מדמה מצב של כד עם N כדורים בסה"כ. מתוכם: B שחורים והשאר לבנים. מוצאים k כדורים באקראי, ללא החזרה (לוודא!!). נסמן ב-X מ"מ שמתאר את מספר הכדורים השחורים שהוצאו.	
פואסונית עם μ	$P_x(x)=\begin{cases} \frac{e^{-\mu}\cdot\mu^x}{x!} & x=0,1,2\ldots \\ 0 & otherwise \end{cases}$	X~Pois(μ)	משמש למצבים בהם μ נתונה או למצבים בהם מתואר מצב כמו התפלגות בינומית, אך עבור n גדול ו-p דיי בסדר גודל של 1/n, וזו התפלגות פואסונית כש μ=np.	$E(X)=\lambda$

עבור מ"מ בדיד (קיצור וסיוע לענייני סיגמאות): $\sum_{x\in\text{טווח}} P_X(x)=1$

התפלגות שולית: (1) פונ' ההסת' השולית של X: $P_X(x)=\sum_y P_{XY}(x,y)$; (2) של Y: $P_Y(y)=\sum_x P_{XY}(x,y)$ (מהתפלגות שולית לא ניתן למצוא את המשותפת)

מ"מ בדידים X,Y הם בת"ל $\Leftrightarrow$ $P_{XY}(x,y)=P_x(x)\cdot P_y(y)$, $\forall x,y$ (בדיוק באותה צורה על *n* משתנים)

X ו- *Y* שווי התפלגות אם $P_X(a)=P_Y(a)$, $\forall a\in\mathbb{R}$; *Y,X* שווים אם $P(X=Y)=1 \Leftarrow \sum_a P_{XY}(a,a)=1$

פונקציית הסתברות מותנית כאשר *P(X=x)>0*: $P_{Y|X}(y,x)=P(Y=y|X=x)=\frac{P(Y=y|X=x)}{P(X=x)}$

נוסחת ההסתברות השלמה: $P_X(x)=\sum_y P_{X|Y}(x|y)\cdot P_Y(y)$ בייס: $P_{Y|X}(y|x)=\frac{P(X=x|Y=y)}{P(Y=y)}=\frac{P_{X|Y}(x|y)\cdot P_Y(y)}{P_X(x)}$

התפלגות מולטינומית: $P_{X_1X_2..X_n}(x_1,x_2,\ldots x_n)=\begin{cases} \frac{n!}{x_1!x_2!\ldots x_n!}p_1^{x_1}p_2^{x_2}..p_n^{x_n} & \sum_{i=1}^k x_i=n \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$

תוחלת מ"מ בדיד *X*: $E(X)=\sum_{x\in\mathbb{R}_x} xP(X=x)$ תוחלת של פונקציית מ"מ בדיד: $E(G(X))=\sum_{x\in\mathbb{R}_x} G(X)P(X=x)$

(1) לכל X,Y מ"מ E(X+Y)=E(X)+E(Y) (2) אם מ"מ X מקבל ערכים בין a ל-b, אזי $a\le E(X)\le b$ (3) ליניאריות – E(aX+b)=aE(X)+b

נוסחת הזנב, למ"מ המקבל ערכים שלמים אי שליליים [למצב של *P(X>=x)* קלה יותר לחישוב מאשר *P(X=x)*]: $E(X)=\sum_{x=1}^{\infty}P(X\ge x)$

נוסחת הכפל [חלה רק עבור *X,Y* מ"מ ב"ת]: $E(XY)=E(X)E(Y)$ אינדיקטור $\mathrm{I_A}=\begin{cases} 1 & \text{קרה } A \\ 0 & \text{לא קרה } A \end{cases}$ = אינדיקטור של מאורע $E(I_A)=P(A)$

!! אוסף מאורעות i=1,2,...n A_i , X סופר כמה מאורעות קרו מה-n שבאוסף($X=\sum I_{A_i}$) מתקיים $E(X)=E\left(\sum I_{A_i}\right)=\sum \mathrm{E(I_{A_i})}=\sum \mathrm{P(A_i)}$

טורים סופיים: (1)$\sum_{k=\alpha}^{\beta} k=\frac{\beta-\alpha+1}{2}\cdot(\alpha+\beta)$ (2)$\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}$ (3) $\sum_{n=0}^{k} q^n=\frac{1-q^{k+1}}{1-q}$

טורים אינסופיים: (4) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}=e^x$ (5) $\sum_{n=0}^{\infty} q^n=\frac{1}{1-q}$ (6) $\sum_{n=0}^{\infty} q^{3n}=\frac{1}{1-q^3}$

סכום סדרה הנדסית: $S_n=\frac{(a_1(q^n-1))}{q-1}$ סכום סדרה חשבונית: $S_n=\frac{n\cdot(a_1+a_n)}{2}$