תורת המעגלים החשמליים – סיכום ונוסחאון – חלק 1

פרק ראשון – מבוא והגדרות

זרם חשמלי – קצב השינוי הזמני בכמות המטען.
מתח חשמלי – מדד לאנרגיה האגורה או זורמת ברכיב מסוים בזמן נתון.

רכיבים ליניאריים אידיאליים:

נגד $V = IR$

קבל $C = \frac{Q}{V}$

סליל $\Phi = LI$

חוק שימור המטען: סך כל המטען במערכת נשאר קבוע.

חוקי קירכהוף:

KCL – סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים ממנו.

KVL – סכום המתחים בכל חוג סגור שווה ל- 0.

* אם שני ״צמתים״ מחוברים ע״י מוליך, אזי הם שקולים לצומת יחיד.

- במעגל, זרם נע ממתח גבוה לנמוך. כלומר, מה (+) ל- (-).
- בתוך מקור זרם, הכיוון החיובי נקבע בכיוון תנועת האלקטרונים ובניגוד לכיוון הזרם – מה (-) ל- (+).

פרק שני – רכיבי המעגל החשמלי

רכיבים אקטיביים – מספקים אנרגיה למעגל (מקורות, מגברים).
רכיבים פאסיביים – צורכים אנרגיה (נגד) או אוגרים אנרגיה (סליל, קבל).
יכולים להיות תלויי-זמן (או לא), ליניארים (או לא).

רכיבים התנגדותיים:

	לא תלוי בזמן	תלוי בזמן
ליניארי	$V(t) = R \cdot I(t)$	$V(t) = R(t) \cdot I(t)$
לא ליניארי	$V(t) = \alpha \cdot I^2(t)$	$V(t) = \alpha(t) \cdot I^2(t)$

מוליכות: $G=\frac{1}{R}$ הספק נגד: $P_R(t)=V_R(t)I_R(t)\geq 0$

אופיין מתח-זרם של רכיב: הקשר בין המתח השורר על פני הרכיב לבין הזרם הזורם דרכו. (עקום במישור V-I).

מתח מאופס לכל זרם – **קצר**.

זרם מאופס לכל מתח – **נתק**.

התנגדות כניסה – ההתנגדות השקולה שרואה המקור.

מחושבת ע״י מתח המקור חלקי הזרם שזורם דרכו: $Z_{in}=\frac{V_S}{I_S}$

קבל

רכיב פאסיבי אשר אוגר אנרגיה חשמלית במרחב נתון.

חיבור קבלים במקביל: $C_T=C_1+C_2+...+C_n$

המתח זהה על כל קבל (לפי חוק שימור האנרגיה).

בטור: $\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+...+\frac{1}{Cn}$

המטען זהה על כל קבל (חוק שימור המטען).

אנרגיה האגורה בקבל במישור הזמן: $W_C(t)=\frac{1}{2}CV_C{}^2(t)$

סליל (משרן)

רכיב אשר אוגר אנרגיה מגנטית במרב נתון.

חיבור סלילים בטור: $L_T=L_1+L_2+...+L_n$

במקביל: $\frac{1}{L_T}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+...+\frac{1}{Ln}$

אנרגיה האגורה בסליל במישור הזמן: $W_L(t)=\frac{1}{2}LI_L{}^2(t)$

קיבול שקול בין שני הדקים מוגדר כיחס בין המטען הכולל בין ההדקים למתח בין ההדקים.

השראות שקולה (סליל שקול) בין שני הדקים מוגדר כך שאם נחליף את המעגל באותו סליל שקול נקבל את אותו הקשר בין המתח לזרם.

חיבור של קבל ונגד במקביל: $Z_{eq}=\frac{R}{1+j\omega RC}$

חיבור RLC טורי: $Z_{eq}=R+j\omega L\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)$ תדר התהודה במעגל זה: $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

<u>מקורות מתח</u>

מקור מתח בלתי-תלוי אידיאלי: רכיב שעבור כל זרם הזורם דרכו, המתח השורר על פניו הוא נתון וקבוע. באותו אופן,
מקור זרם בלתי-תלוי אידיאלי הוא רכיב שעבור כל מתח הזורר על פניו, הזרם הזורם דרכו הוא נתון וקבוע.
מקור מתח בלתי-תלוי מעשי: מכיל התנגדות פנימית שמחוברת בטור.
מקור זרם בלתי-תלוי מעשי: מכיל התנגדות פנימית שמחוברת במקביל.

ניתן להפוך מקור זרם ב"ת I עם התנגדות R שמחוברת במקביל למקור מתח V=IR עם התנגדות R שמחוברת בטור.

<u>מקור מבוקר</u> הוא מקור "המספק" זרם או מתח שהוא יחסי לזרם או מתח אחר במעגל.

1. הערה: במקורות מבוקרים, הספק הכניסה הוא אפס, והספק היציאה שונה מאפס. כלומר, לכאורה לא מתקיים שימור אנרגיה. הסיבה לכך היא שרכיבים אלה מקבלים הספק ממקור חיצוני. ההספק במערכת נתון ע"י $P = V_1I_1 + V_2I_2$ אולם לפי הגדרה הזרם או המתח בכניסה למקור מבוקר הם אפס, ולכן $P = V_2I_2$.

<u>פרק שלישי – משפטי רשת</u>

<u>משפט הסופרפוזיציה</u>:

במערכת ליניארית, כאשר <u>כל תנאי ההתחלה הם אפס</u>, סה"כ התגובה ל- M מקורות זרם או מתח בלתי-תלויים שווה לסכום האלגברי של התגובות לכל מקור בנפרד.
הבהרות:

1. בחישוב התגובה לכל מקור בנפרד יש לאפס את כל המקורות הבלתי-תלויים האחרים.
2. כאשר הרשת כוללת רכיבים בעלי "זכרון" (קבלים, סלילים), עקרון הסופרפוזיציה מופעל בהנחה שתנאי התחלה אפס.
3. משפט הסופרפוזיציה אינו נוגע למקורות תלויים ואין משמעות לאיפוסם.

איפוס מקור מתח – החלפתו בקצר.
איפוס מקור זרם – החלפתו בנתק.
<u>הערה</u>: שימוש במשפט הסופרפוזיציה אסור במקרים הבאים:

א. ישנם מקורות מתח (בת"ל או ת"ל) אשר מחוברים המקביל.
ב. ישנם מקורות זרם (בת"ל או ת"ל) אשר מחוברים בטור.
זאת מכיוון שאיפוס אחד מהם "הורג" את כל השאר (מקצר או מנתק את הנגד או אף את כל המעגל)

<u>משפט ההצבה:</u>

נתונה רשת בעלת פתרון יחיד לכל הענפים. נניח שבענף מסוים מתקבל מתח V0 וזרם I0. אז אם:

1. נחליף את האלמנט בענף במקור מתח ב"ת אידיאלי V0, או
2. נחליף את האלמנט בענף במקור זרם ב"ת אידיאלי I0,

ואם לרשת החדשה יש פתרון יחיד, אז הפתרון החדש זהה לפתרון הרשת המקורית.

<u>משפט תבנין – נורטון</u>

מאפשר לתאר בצורה פשטנית כל רשת חשמלית ליניארית באמצעות מקור מתח \ זרם שקול, ו- "נגד" שקול. הרשת:

- מורכבת מרכיבים ליניארים.
- איננה כוללת קורות מבוקרים התלויים בגדלים חיצוניים.
- קיים פתרון יחיד כאשר מחברים מקור מתח \ זרם ב"ת בין הדקי הרשת.

V_{oc} – מתח בין הדקים <u>כאשר יש נתק ביניהם</u> (מתח תבנין).

N_0 – רשת המתקבלת ע"י איפוס כל המקורות הבלתי-תלויים ברשת המקורית. מקורות מבוקרים נשארים ללא שינוי.

I_{sc} – זרם בין ההדקים <u>כאשר קיים קצר ביניהם</u>.

$R_{eq} = R_{TH} = R_N$ – שקול ההתנגדות במערכת, כאשר מקורות המתח \ זרם מנותקים.

$$I_{sc} = \frac{V_{oc}}{R_{eq}}$$

<u>משפט ההדדיות</u>

עבור רשת ליניארית פסיבית ללא רכיבים חד-כיווניים, אם נחבר מקור מתח לזוג הדקים אחד ונקצר זוג הדקים שני, הזרם שנקבל בזוג השני יהיה זהה לזרם שהיה מתקבל בזוג הדקים הראשון אם היינו מחברים מקור מתח לזוג ההדקים השני, ומקצרים את הראשון.

<u>פרק רביעי – משטר מתמיד סינוסי והשימוש בפאזורים</u>

אנו נעמוד על המאפיינים של מעגלים המוזנים מאותות סינוסיים המשתנים הרמונית בזמן.

עבור גודל המשתנה באופן סינוסואידלי בתדר העירור:

$$x(t) = X\cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}\left[\overline{X}(\omega)e^{j\omega t}\right]$$

$x(t)$ מבטא מתח I זרם, X מבטאת אמפליטודה, ϕ מבטאת פאזה התחלתית.

הצגה פאזורית: $\overline{X}(\omega) = Xe^{j\phi}$

<u>אימפדנס</u> (impedance) של רכיב ליניארי וקבוע בזמן הוא היחס בין פאזור המתח לפאזור הזרם.

$$Z = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = \frac{V}{I}e^{j(\phi V - \phi I)}$$

<u>אדמיטנס</u> (admittance) הוא ההופכי של האימפדנס – היחס בין פאזור הזרם לפאזור המתח.

אדמיטנס: $Y = G + j\cdot B$

G – מוליכות (conductance).

B – susceptance.   B>0: מייצג קבל.   B<0: מייצג סליל.

<u>אימפדנס רכיבים בסיסיים:</u>

נגד: $Z_R = R$ גודל ממשי טהור שאינו תלוי בתדר.

סליל: $Z_L = j\omega L$ המתח בסליל יוצר את הזרם ולכן מקדים את הזרם ב- $\frac{\pi}{2}$: $\overline{V}_L = \overline{I}_L \cdot j\omega L \Rightarrow \varphi_V = \frac{\pi}{2} + \varphi_0$

קבל: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ הזרם דרך בקבל יוצר את המתח ולכן המתח מפגר אחרי הזרם ב- $\frac{\pi}{2}$.

חיבור אימפדנסים מתבצע כמו חיבור נגדים.

חיבור אדמיטנסים מתבצע כמו חיבור קבלים.

הערות:

- במעגלי זרם ישר ($\omega = 0$) הקבל מהווה נתק והסליל מהווה קצר.
  $|Z_L(\omega = 0)| = 0$, $|Z_C(\omega = 0)| = \infty$
- בתדרים גבוהים מאוד, הקבל מהווה בקירוב קצר והסליל מהווה בקירוב נתק.
  $|Z_L(\omega \to \infty)| = \infty$, $|Z_C(\omega \to \infty)| = 0$

<u>ניתוח מעגלים בשיטת הצמתים</u>

1. בוחרים צומת ייחוס (״אדמה״) ומגדירים מתחי צמתים.
2. מפעילים KCL על כל צומת למעט צומת הייחוס.
3. באמצעות חוק אוהם לאימפדנסים (אופיין הענפים) עוברים מזרמי הענפים למתחי הענפים.
4. מבטאים את מתחי הענפים במושגים של מתחי צמתים.
5.

ניתן לבטא את המשוואות ברישום מטריצי, כאשר:

Y_{ii} = סכום האדמיטנסים המחוברים לצומת i.

Y_{ij} = מינוס סכום האדמיטנסים המחוברים <u>ישירות</u> בין צומת i לצומת j.

<u>ניתוח מעגלים בשיטת העיניים</u>

1. מגדירים זרמי עיניים <u>בכיוון השעון</u>. עין היא לולאה סגורה שאינה מכילה ענפים פנימיים.
2. מפעילים KVL בכל עין.
3. באמצעות אופיין הענפים עוברים ממתחי הענפים לזרמי הענפים.
4. מבטאים את זרמי הענפים במונחים של זרמי העיניים.

ניתן לבטא את המשוואות ברישום מטריצי, כאשר:

Z_{ii} = סכום האימפדנסים בלולאה i.

Z_{ij} = מינוס האימפדנס המשותף ללולאה i וללולאה j.

שיקולי הספק ואנרגיה במשטר מתמיד סינוסי:

הספק רגעי: $P(t)=V(t)I(t)$

הספק ממוצע: $\langle P\rangle=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\bar{V}\cdot\bar{I}^*\right)$ $\qquad$ $\langle P\rangle=\frac{1}{2}\left|\bar{V}\right|^2\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{Z}\right\}$

ומכאן ניתן להגדיר הספק מרוכב: $S=\frac{1}{2}\left(\bar{V}\cdot\bar{I}^*\right)=\langle P\rangle+j\langle Q\rangle$

<P> - **הספק אקטיבי**, המתאר את ההספק שנמסר ע״י המקור במעגל או הספק אלקטרומגנטי ההופך לחום בנגדים.

<Q> - **הספק עיוור** או **הספק ריאקטיבי**, הקשור לכמות האנרגיה האגורה ברכיב לאורך מחזור ואינה מתבזבזת (אנרגיה מגנטית בסליל, או חשמלית בקבל).

מקדם ההספק: $\cos(\varphi)=\cos(\varphi_V-\varphi_I)$. $\qquad$ $\varphi=\varphi_V-\varphi_I=\angle Z(\omega)=\angle\frac{V}{I}$

מקדם ההספק שווה למקדם האימפדנס האקוויולנטי שרואה המקור.

הספק מרוכב ברכיבים בסיסיים:

נגד: $\langle Q_R\rangle=0$ $\qquad$ $\langle P_R\rangle=\frac{1}{2}R\left|\bar{I_R}\right|^2$

ההספק המרוכב על הנגד **ממשי טהור**. לכן אין הפרש פאזה בין המתח על הנגד והזרם דרכו. הנגד מבזבז אנרגיה אלקטרומגנטית.

קבל: $\langle Q_C\rangle=-\frac{1}{2}\omega C\left|\bar{V_C}\right|^2$ $\qquad$ $\langle P_C\rangle=0$

ההספק המרוכב על הקבל **מדומה טהור**. הקבל אינו מבזבז אנרגיה אלא אוגר אותה.

סליל: $\langle Q_L\rangle=\frac{1}{2}\omega L\left|\bar{I_L}\right|^2$ $\qquad$ $\langle P_L\rangle=0$

ההספק המרוכב על הסליל **מדומה טהור**. הסליל אינו מבזבז אנרגיה אלא אוגר אותה.

חישוב הספק עבור מערכת עם מקורות בתדרים שונים:

- כאשר התדרים זהים, לא ניתן לחבר את <u>ההספקים</u> הממוצעים בפאזורים. יש לעבור למישור הזמן ולבצע שם את החיבור. עם זאת נוכל לחבר את הפאזורים.
- כאשר שני אותות הם בתדרים שונים, לא נוכל לחבר את <u>הפאזורים</u> מפני שהם מייצגים למעשה תדרים שונים. עם זאת נוכל לחבר את ההספקים הממוצעים, מכיוון שהם מהווים כבר ממוצע זמני.

אנרגיה חשמלית ומגנטית:

קבל: $\langle W_C\rangle=\frac{1}{4}C\left|\bar{V_C}\right|^2$ (הסבר: $\frac{1}{2}$ מתוך ה- $\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ נתרם ע״י המיצוע: $\langle\cos^2\alpha\rangle=\frac{1}{2}$)

סליל: $\langle W_L\rangle=\frac{1}{4}L\left|\bar{I_L}\right|^2$

אנרגיה הנצרכת ע״י נגד במחזור שעון אחד, עבור ω: $E=P*2\pi/\omega$

<u>העברת הספק מקסימלי</u>

על מנת לקבל הספק מקסימלי ממערכת עם אימפדנס פנימי, יש לחבר אליה עומס עם אימפדנס שהוא צמוד מרוכב של האימפדנס הפנימי: $Z_L = Z_S{}^*$

בכפוף לתנאי זה, המערכת השקולה היא התנגדותית טהורה, וההספק המקסימלי שניתן לקבל מהמערכת היא:

$$\langle P_L \rangle_{\max} = \frac{1}{2}\left|V_s\right|^2 \frac{1}{4R_s}$$

- אם R_S נתון (למערכת יש התנגדות פנימית), המקסימום של ההספק הוא חצי הספק המקור.
- אם R_S לא נתון, אפשר לבחור אותו כ- 0 ואז R_L יקבל את מלוא הספק המקור.

<u>עקרון הסופרפוזיציה עבור מקורות בתדרים שונים</u>

עבור מעגל חשמלי המעורר ע״י שני מקורות בתדרים שונים, עלינו לחשב פתרון לכל מקור בנפרד ולחבר אותם. עם זאת, אנחנו יכולים להשתמש בפאזורים רק כאשר המעגל מעורר <u>בתדר בודד</u>, מכיוון שאין משמעות לפאזורים כאשר המעגל מעורר ע״י תדרים שונים, ויתר על כן, אין משמעות לחיבור שני פאזורים בתדרים שונים.

לכן דרך הפתרון: אפשר לפתור באמצעות פאזורים לכל מקור בנפרד, להעביר את התוצאה למישור הזמן, ורק אז, <u>במישור הזמן</u>, לחבר את הפתרונות.

<u>מעגלי תהודה (Resonance)</u>

תדרי תהודה הם תדרים אופיינים של מערכת. עירור של המערכת בתדרים אלה תביא להתנהגות ייחודית שלה ללא תלות במקור שמערער את המעגל.

1. התדר בו החלק המדומה של פונקציית התמסורת מתאפס: $\text{Im}\{H(j\omega_0)\} = 0$ (אין הפרש פאזה בין אות המוצא לאות הכניסה).
2. התדר בו $|H(j\omega)|$ מגיע למקסימום \ מינימום מקומי.
3. התדר בו האנרגיה הממוצעת החשמלית במעגל שווה לאנרגיה הממוצעת המגנטית.
4. החלק הממשי של קוטבי פונקציית התמסורת (״קוטב״ – אפס של פולינום המכנה).
5. החלק הממשי של ״אפסי״ דטרמיננטת המטריצה המייצגת את המעגל (דוגמה לבנייתה בשקופית 102).

<u>פונקציית תמסורת (תגובת התדר)</u>

נגדיר את <u>היחס בין פאזור של המקור (מתח \ זרם) לבין אחד הפאזורים בענפי המעגל</u> כתגובת התדר של המערכת, או **<u>פונקציית התמסורת</u>**.

$$H(\omega) = \frac{Fout(\omega)}{Fin(\omega)}$$ כאשר F יכול להיות זרם או מתח. Fin – מקור.

תגובת התדר הנה פונקציה מרוכבת וניתן להתייחס לשני מרכיביה:

תגובת האמפליטודה (ערך מוחלט) $|H(\omega)|$ ותגובת הפאזה - $\angle H(\omega)$.

- עבור $H(\omega)$ מניחים תרומת מקור אחד ויחיד.

תגובת האמפליטודה מוגדרת לרוב ב- dB.

הערה: עבור מעגל RLC מקבילי עם מקור זרם ראה דוגמה בשקופית 96.

<u>גורם הטיב</u>

גורם הטיב הוא היחס בין האנרגיה האגורה במעגל לבין כמות האנרגיה שמתבזבזת במחזור אחד, והמהווה מדד לכליאת האנרגיה האלקטרומגנטית במהוד.

$$Q = 2\pi \frac{<Wt>}{W_{diss}} = \frac{<Wt>}{P_{av} / \omega o}$$

$<Wt>$ - אנרגיה ממוצעת האגורה במעגל.

W_{diss} - אנרגיה המתבזבזת במעגל במחזור.

<u>קירוב</u>: $Q \cong \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

- גורם הטיב מחושב אך ורק עבור תדר התהודה! אף תדר אחר לא מעניין אותנו!
- ככל שגורם הטיב יותר גדול, המעגל בורר התדרים יותר מדוייק.

עבור מעגל RLC מקבילי: $Q = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ $\qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

עבור מעגל RLC טורי: $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ $\qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

הערה: עפ״י המד״ר (מסדר 2) $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$, כאשר ה- α הוא מקדם הנגזרת הראשונה.

רוחב הסרט (תדר הקטעון) מוגדר כנקודה בה תגובת האמפליטודה יורדת ב- 3dB מערכה המקסימלי, כלומר $1/\sqrt{2}$ מערכה המקסימלי.

חישוב: $|H(\omega)|^2 = \frac{1}{2}$

מסננים ואפיונים:

בהקשר של מעגלים חשמליים, מסנן הוא מעגל שמעביר אותות מתח או זרם מסוימים בעוד הוא חוסם אותות אחרים, כתלות בתדר האות.

High-Pass Filter מעביר אותות בתדרים גבוהים בלבד, ואילו **Low-Pass Filter** מעביר אותות בתדרים נמוכים בלבד.

ה- **Band-Pass Filter** הוא פילטר שמגביל את מעבר האות לתחום תדרים צר יחסית מסביב לתדר התהודה.

ניתן לממש כל אחד מהמסננים הנ״ל בעזרת מעגל RLC. דגימת המתח על הדקי הסליל נותנת לנו High-Pass Filter. דגימת המתח על הדקי הקבל נותנת Low-Pass Filter. דגימת המתח על הנגד נותנת Band-Pass Filter.

תורת המעגלים החשמליים – סיכום ונוסחאון, חלק II

הוכן ע״י איליה נודלמן ע״ב חומר קיים של יעל גרוסמן.

הרכבת משוואה דיפרנציאלית:

לאחר ההרכבה יש לבדוק שכל הרכיבים מיוצגים אכן מיוצגים בה פרט לאלה שבטור למקור זרם ובמקביל למקור מתח (אותם ניתן למחוק מראש)

יחסי מתח-זרם לתופעות מעבר:

$$\begin{aligned} I_C &= C\cdot\dot{V}_C \\ V_L &= L\cdot\dot{I}_L \end{aligned} \quad\Leftrightarrow\quad \begin{aligned} \bar{I}_C &= j\omega C\cdot\bar{V}_C \\ \bar{V}_L &= j\omega L\cdot\bar{I}_L \end{aligned}$$

אי רציפות במעגל: לרוב יש לשמור על רציפות האנרגיה ע״י שמירה על זרם הסליל I_L ומתח הקבל V_C (דוגמה 4.3.4)

בכל מקרה שיש אי רציפות מוצאים את הקפיצה ע״י KVL או KCL בטווח הזמנים מ- 0^- עד 0^+.

הספק: $P=I(t)^2R=\dfrac{V(t)^2}{R}=I(t)V(t)$

$P_C(t)=C\dot{V}_C(t)\cdot V_C(t)$

הספק ממוצע: $\langle P_R\rangle=\dfrac{|\bar{V}|^2}{2R}$; $P_{avg}=\dfrac{1}{t2-t1}\cdot\int_{t_1}^{t_2}P(t)dt$

עבודה: אינטגרל בזמן על ההספק. $W=\int_{t_1}^{t_2}P(t)dt$

אנרגיה האגורה בקבל: $W_C(t)=\dfrac{1}{2}CV_C{}^2(t)$ אנרגיה בקבל הטעון במטען Q: $W_C=\dfrac{Q^2}{2C}$

בסליל: $W_L(t)=\dfrac{1}{2}LI_L{}^2(t)$

פתרון כללי למשוואה דיפרנציאלית מורכב מ:

- ZIR – תגובה לכניסה אפס (משוואה הומוגנית עם תנאי התחלה כלליים).
  - מקיימת סופרפוזיציה ביחס **לתנאי התחלה** – אפשר לאפס אותם אחד אחד ולחבר בסוף.
- ZSR – תגובה לתנאי התחלה אפס. (משוואה לא הומוגנית עם תנאי התחלה 0).
  - מקיימת סופרפוזיציה ביחס **למקורות** – אפשר לפתור ZSR עבור כל מקור בנפרד, ולחבר את הפתרונות בסוף.

פתרון משוואה דיפרנציאלית מסדר ראשון $y'+p(x)y=q(x)$ ע״י גורם אינטגרציה מהצורה $\mu=e^{\int p(x)dx}$

$y=\dfrac{1}{\mu}\left(C+\int q(x)\mu\cdot dx\right)$.

פתרון משוואה הומוגנית מסדר ראשון: $y=\dfrac{C}{\mu}=C\cdot e^{-\int p(x)dx}$

מעגלים חשמליים מסדר שני

על-מנת לקבל פתרון יחיד למשוואה דיפרנציאלית מסדר שני, עלינו לספק שני תנאי התחלה : ערך המשתנה ונגזרתו בראשית ציר הזמן.

!

עבור פונקציית התמסורת של רכיב כלשהו, $H(j\omega)=\dfrac{V_{component}}{V_s}$, המכנה מייצג את המד״ר של מתח הרכיב (בהצבת $\lambda = j\omega$), והמונה הוא המקדם של הכניסה $V_s(t)$.

לכן הקטבים של פונקי׳ התמסורת = הע״ע של הפולינום האופייני = תדרי תהודה.

מצבי ריסון:

עבור הפולינום האופייני : $\lambda^2+2\alpha\lambda+\omega_0^{\,2}=0$ כאשר הדיסקרימיננטה מוגדרת ע״י : $\alpha_d \triangleq \sqrt{\alpha^2-\omega_0^{\,2}}$

1. ריסון יתר, $\alpha^2>\omega_0^{\,2}$: λ_1,λ_2 ממשיים ושליליים. פתרון הומוגני דועך.
2. ריסון קריטי, $\alpha^2=\omega_0^{\,2}$: $\lambda_1=\lambda_2$ ממשיים ושליליים. פתרון הומוגני דועך.
3. ריסון חסר, $\alpha^2<\omega_0^{\,2}$: λ_1,λ_2 מרוכבים בעלי חלק ממשי שלילי. פתרון הומוגני סינוסואידלי עם מעטפת דועכת.
4. ריסון אפס, $\alpha=0$: λ_1,λ_2 מדומים טהורים. פתרון הומוגני סינוסואידלי עם מעטפת קבועה - מעגל ללא הפסדים.
5. ריסון ״שלילי״. λ_1,λ_2 בעלי חלק ממשי חיובי. הפתרונות ההומוגניים מתבדרים באינסוף. **זהו אינו פתרון פיזיקלי.**

   ריסון זה יתקבל כאשר $\alpha<0$.

תגובה לכניסה אפס - ZIR

תהי נתונה משוואה דיפרנציאלית הומוגנית בצורתה הקנונית :

$$\begin{cases}\ddot{y}(t)+2\alpha\dot{y}(t)+\omega_0^{\,2}y(t)=0\\ y(0)=y_0\\ \dot{y}(0)=y_1\end{cases}$$

2α - נקרא מקדם הריסון, ω_0 לעיתים זו תדר התהודה.

אזי פתרונה כתלות בתנאי התחלה ובפרמטרים השונים הינם ע״ע : $\lambda=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^{\,2}}\triangleq-\alpha\pm\alpha_d$

פתרון כללי מהצורה : $y(t)=Ae^{\lambda_- t}+Be^{\lambda_+ t}$ או $y(t)=e^{-\alpha t}\left(Ae^{-\alpha_d t}+Be^{\alpha_d t}\right)$ כאשר $A\lambda_+ + B\lambda_- = y_1 \;\; ; \;\; A+B=y_0$

- יש להכפיל בפונקצית מדרגה u(t) מכיוון שפתרון זה נכון מראשית ציר הזמן.
- α_d עשוי לקבל ערכים מרוכבים.

במצבי ריסון שונים :

<u>ריסון יתר</u> : $\alpha^2>\omega_0^{\,2}$, הפתרון :

$$y(t)=\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha_d}[(y_1+y_0\alpha)\sinh(\alpha_d t)+y_0\alpha_d\cosh(\alpha_d t)]u(t)$$

<u>ריסון קריטי</u> : $\alpha^2=\omega_0^{\,2} \;\Leftarrow\; \alpha_d=0\,,\;\lambda=-\alpha$ לכן :

$$\cosh(\alpha_d t)=1 \qquad\qquad \frac{\sinh(\alpha_d t)}{\alpha_d}=\frac{\sinh(\alpha_d t)}{\alpha_d t}t\to t$$

ומכאן : $y(t)=e^{-\omega_0 t}[(y_1+y_0\omega_0)\cdot t+y_0]u(t)$

<u>ריסון חסר</u>: $\alpha^2 < \omega_0^2$:

נגדיר: $\alpha_d = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \triangleq j\omega_d$

ולכן מתקיים:
$$\sinh(\alpha_d t) = \sinh(j\omega_d t) = j\sin(\omega_d t)$$
$$\cosh(\alpha_d t) = \cosh(j\omega_d t) = \cos(\omega_d t)$$

נציב במשוואה ונקבל:
$$y(t) = \left[e^{-\alpha t}(y_1 + y_0\alpha)\frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d} + y_0\cos(\omega_d t) \right] u(t)$$

<u>ריסון אפס</u>: $\alpha = 0$:
$$y(t) = [y_0\cos(\omega_0 t) + \frac{y_1}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)]u(t)$$

<u>גורם טיב</u>: $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\omega_0}{2Q}$. ככל שגורם הטיב יותר גדול המערכת תדעך יותר לאט.

<u>מקדם ריסון</u>: $Q = \frac{1}{2\xi} \Rightarrow \xi = \frac{\alpha}{\omega_0}$.

תגובה לתנאי התחלה אפס – ZSR

נרצה למצוא תגובת מעגל חשמלי מסדר שני לעירור מסוים, תוך אילוץ תנאי התחלה אפס:
$$\begin{cases} \ddot{y}(t) + 2\alpha\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = y_2 \\ y(0^-) = 0 \\ \dot{y}(0^-) = 0 \end{cases}$$

פתרון:

1. מנחשים פתרון פרטי y_p :

א. מקור DC קבוע: מוצאים את המצב המתמיד steady state: $y_p = \frac{y_2}{\omega_0^2} = const$

ב. מקור AC מחזורי בתדר ω: עוברים לפאזורים ע״י החלפת הגזירה ב- $j\omega$ וחילוץ $\overline{y}$ (תרגיל 4.2.4 ג׳)
או הצבת $\omega = 0$ בפתרון מתח/ זרם פאזורי (תרגיל 4.2.4 ד׳ – פרק 4.1 ע״מ 36).

2. פותרים משוואה הומוגנית v.
3. מתאימים את תנאי ההתחלה להיות אפס.
4. התגובה הכללית היא סכום הפתרון הפרטי וההומוגני: $y = y_{\text{homo}} + y_p$

$$y(t) = e^{-\alpha t}\left[\tilde{A}e^{-\alpha_d t} + \tilde{B}e^{\alpha_d t}\right] + y_p \quad j\omega \quad \text{או} \quad y(t) = \underbrace{\left[\tilde{A}e^{\lambda_- t} + \tilde{B}e^{\lambda_+ t}\right]}_{\substack{\text{solution like ZIR but with} \\ \text{different coefficients (because} \\ \text{now initial conditions are zero)}}} + y_p$$

$$j\omega_d = \alpha_d \equiv \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \qquad \underline{V_h = Ae^{-\alpha t}\sinh(\alpha_d t) + Be^{-\alpha t}\cosh(\alpha_d t)}$$

<u>תגובה למדרגה</u>

$$\lambda_{\pm}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^{\,2}}\triangleq-\alpha\pm\alpha_d \qquad y(t)=\left[Ae^{\lambda_- t}+Be^{\lambda_+ t}\right]+private\_solution$$

פתרון כולל, לאחר הצבת פתרון פרטי ואילוץ ת״ה אפס:

1. ריסון יתר: $\alpha^2>\omega_0^{\,2}$ $\quad y(t)=y_p\cdot u(t)\cdot\left[1-e^{-\alpha t}\left(\frac{\alpha}{\alpha_d}\sinh(\alpha_d t)+\cosh(\alpha_d t)\right)\right]$
2. ריסון קריטי: $\alpha^2=\omega_0^{\,2}$ $\quad y(t)=y_p\cdot u(t)\cdot\left[1-e^{-\alpha t}\left(1+\alpha t\right)\right]$
3. ריסון חסר: $\alpha^2<\omega_0^{\,2}$ $\quad y(t)=y_p\cdot u(t)\cdot\left[1-e^{-\alpha t}\left(\frac{\alpha}{\omega_d}\sin(\omega_d t)+\cos(\omega_d t)\right)\right]$

<u>תגובה למדרגה במעגלים מסדר ראשון:</u>

הפתרון הינו צירוף של פתרון הומו׳ (שלא כולל את המדרגה שבאגף ימין) ופתרון פרטי (ממצב מתמיד). הקבוע היחיד שמתקבל כופל אקספוננט דועך (למשל $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$) והוא מחושב עפ״י תנאי התחלה (בד״כ אפס כי פותרים ZSR)

<u>סופרפוזיציה של מדרגות:</u> ZSR מאפשר סופרפוזיציה ביחס למקורות, בפרט אם הן מדרגות ונשים לב שמתקיים:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t')\cdot u(t'-t)\cdot dt'=\int_{t}^{\infty} f(t')\cdot dt' \quad \text{וכן מתקיים} \quad t\cdot u(t)=\left[\int_0^t 1\cdot dt'\right]u(t)=\int_{-\infty}^{t} u(t')\cdot dt'$$

<u>תגובה להלם – ZSR</u>

<u>עובדות חשובות</u>:

א. פונקצית דלתא מוגדרת רק באפס ומתקיים $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$ או באופן כללי: $\int_{-\infty}^{\infty}S(t)\cdot\delta(t)dt=S(0)$

ב. פונקצית דלתא היא נגזרת של פונקצית מדרגה, כלומר $\frac{d}{dt}u(t)=\delta(t)$

ג. <u>״איזון הלמים״</u> - הנגזרת מהסדר הכי גבוה ״סופגת״ אליה את התנהגות ההלם (מקור שהוא פונקציית דלתא).

עבור המערכת מהצורה:

$$\begin{cases}\ddot{y}(t)+2\alpha\cdot\dot{y}(t)+\omega_0^2 y(t)=A\cdot\delta(t)\\ y(0^-)=0\\ \dot{y}(0^-)=0\end{cases}\Leftarrow\begin{cases}\ddot{y}(t)+2\alpha\cdot\dot{y}(t)+\omega_0^2 y(t)=0\\ y(0^+)=0\\ \dot{y}(0^+)=A\end{cases}$$

<u>הסבר לשיטה</u>: מכיוון שפונקצית ההלם משנה את תנאי ההתחלה, על מנת למצוא את ת״ה החדשים ע״י אינטגרציה על המשוואה הדיפרנציאלית בתחום $[0^-,0^+]$ (זהו התחום בו פונקי׳ הדלתא שונה מאפס).

לאחר מציאת תנאי ההתחלה החדשים, יש לפתור מד״ר הומוגנית עם הת״ה שמצאנו, עבור במערכת הנדונה:

1. ריסון יתר: $\alpha^2>\omega_0^{\,2}$ $\quad y(t)=A\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha_d}\sinh(\alpha_d t)u(t)$
2. ריסון קריטי: $\alpha^2=\omega_0^{\,2}$ $\quad y(t)=Ae^{-\omega_0 t}\cdot t\cdot u(t)$
3. ריסון חסר: $\alpha^2<\omega_0^{\,2}$ $\quad y(t)=Ae^{-\alpha t}\frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d}u(t)$

במקום לנחש פתרון פרטי, אפשר לנקוט בדרך הבאה:

<u>פתרון באמצעות פונקציית גרין</u>

הפונקציה:

$$\begin{cases} \ddot{y}(t)+2\alpha\dot{y}(t)+\omega_0^{\,2}y(t)=s(t) \\ y(0^-)=0 \\ \dot{y}(0^-)=0 \end{cases}$$

פונקציית גרין – תגובת המעגל להלם: $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}G(t\,|\,t')s(t')dt'=\int_{-\infty}^{\infty}G(t)s(t-t')dt'$ (ראה דוגמה 4.3.3 ג')

כאשר s(t) הוא המקור (החלק הלא הומוגני במד"ר).

$G(t\,|\,t')$ הוא תגובה להלם אשר ניתן בזמן t' – לכן הוא פונקציה של שני משתנים, הזמן (t) והפרמטר t' שמאפיין את רגע מתן ההלם. $s(t)=\delta(t-t')$ $\quad G(t\,|\,t')=G(t-t')$

1. מבצעים איזון הלמים בשביל למצוא את תנאי ההתחלה החדשים.
2. מוצאים את התגובה להלם $G(t-t')$ ע"י גזירת התגובה למדרגה, למשל.
3. מבצעים אינטגרציה.
4. מחברים את פתרון ZIR הכללי עבור תנאי ההתחלה שמצאנו, עם האינטגרל על פונקציית גרין.

<u>מעגלים מסדר ראשון:</u> עבור המערכת $\begin{cases} \dot{y}(t)+\dfrac{1}{\tau}y(t)=\dfrac{s(t)}{\tau} \\ y(0^-)=0 \end{cases}$ פונקציית גרין היא: $G(t\,|\,t')=e^{-(t-t')/\tau}u(t-t')$

ולכן הפתרון יהיה מהצורה: $y_{ZSR}(t\geq 0)=\int_{0}^{\infty}G(t\,|\,t')\dfrac{s(t')}{\tau}dt'$

<u>מעגלים מסדר שני:</u> להלן פונקציות גרין עבור כל סוג ריסון. הריסון הכללי היותר היא ריסון יתר בו $\alpha^2>\omega_0^{\,2}$.

א. ריסון יתר $\alpha^2>\omega_0^{\,2}$: $G(t\,|\,t')=\dfrac{1}{\alpha_d}e^{-\alpha(t-t')}\sinh\left[\alpha_d(t-t')\right]\cdot u(t-t')$

ב. ריסון קריטי $\alpha^2=\omega_0^{\,2}$: $G(t\,|\,t')=e^{-\alpha(t-t')}(t-t')\cdot u(t-t')\cdot u(t-t')$

ג. ריסון חסר: $\alpha^2<\omega_0^{\,2}$: $G(t\,|\,t')=\dfrac{1}{\omega_d}e^{-\alpha(t-t')}\sin\left[\omega_d(t-t')\right]$

<u>הערות:</u>

א. גם כאשר פונקצית דלתא אינה מופיעה במפורש, אנו עלולים לקבל אותה מגזירת המקור.
לדוגמה: $V_S=V_0\cdot u(t)\;\Rightarrow\;\dot{V}_S=V_0\cdot\delta(t)$

ב. קשר נוסף בין דלתא למדרגה הוא: $u(t)\cdot\delta(t)=\dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dt}\left[u^2(t)\right]=\dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dt}u(t)=\dfrac{1}{2}\delta(t)$

ג. אינטגרל שימושי: $\int e^{ax}\sin(bx)dx=\dfrac{e^{ax}\left(a\sin(bx)-b\cos(bx)\right)}{a^2+b^2}$

שיטת מטריציות

שיטת הענפים (מתחי הצמתים)

כל ענף מכיל רכיב אחד.

1. בוחרים צומת ייחוס מוארק, אשר יחסית אליו נמדוד את מתחי כל הצמתים.
2. אם קיימים מקורות מתח אידיאליים (ללא נגדים בטור אליהם), נזיז את מקור המתח אל כל הענפים המתחברים לצומת, ומקצרים את המקור.
3. ממירים את כל מקורות המתח עם נגד בטור אליהם למקור זרם עם נגד במקביל אליהם (לפי תבנין-נורטון).
4. בונים את מטריצת המוליכויות (אדמיטנסים):
   - y_{ii} – סכום המוליכויות מצומת i לכל הצמתים המחוברים אליו (דרך רכיבים)
   - y_{ik} – מינוס סכום מוליכויות מצומת i לצומת k.
   - אם אין רכיב כזה, המוליכות היא 0.
5. בונים את ווקטור המקורות: (ווקטור זרמים i_s). אם המקור i_{sk} נכנס לצומת k אזי סימנו חיובי: אחרת, שלילי.
6. המשוואה הווקטורית הבאה מתקיימת: $Y_n \cdot e = i_s$. נחפש את ווקטור המתחים e ולכן: $e = Y_n^{-1} \cdot i_s$
7. יש לחזור מענפים מוזזים \ מותמרים לענפים פיזיקליים ע״מ לחלץ את התשובות האמיתיות.

שיטת העיניים (זרמי חוגים)

עין – חוג שאין בו מעגלים פנימיים.

הנעלמים הם זרמי עיניים ברשת. עבור רשת עם N צמתים ו-B ענפים מס׳ העיניים הבת״ל הוא $l = B - N + 1$.

1. הזזת מקורות זרם אידיאליים.
2. הפיכת מקורות זרם מעשיים למקורות מתח אידיאליים.
3. קביעת את $l = B - N + 1$ העיניים, וכיוונן. (על כיווני הזרמים להיות אחידים).
4. בונים את מטריצת ההתנגדויות (אימפדנסים):
   - Z_{ii} הוא סכום כל ההתנגדויות השייכות לעין i.
   - $Z_{ij} = Z_{ji}$ הוא מינוס סכום ההתנגדות המשותפת לעין i ולעין j.
5. בונים את ווקטור המקורות. (אם כיוון מתח המקור וזרם העין הם לאותו כיוון, אזי סימן חיובי: אחרת שלילי.)
6. פותרים: $Z_m \cdot J = V_{sm}$. הפתרון בצורה מטריצית: $J = Z_m^{-1} \cdot V_{sm}$. (J – וקטור זרמי העיניים הנעלמים).
7. חזרה מענפים מותמרים \ מוזזים למציאת i, V.

<u>מטריצה הופכית</u>: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

מקורות מבוקרים

1. בשלב ראשון נתייחס למקור המבוקר כמקור רגיל. $\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{s1} \\ g_m e_2 \end{pmatrix}$
2. לאחר מכן נעביר אגפים: $\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} - g_m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{s1} \\ 0 \end{pmatrix}$
3. ומכאן פותרים כרגיל. נשים לב שהמשוואות כבר אינן סימטריות.

כלל קרמר

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

על מנת למצוא את y_1, y_2:

$$y_2=\frac{\begin{vmatrix} x_{11} & A_1 \\ x_{21} & A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{vmatrix}} \qquad y_1=\frac{\begin{vmatrix} A_1 & x_{12} \\ A_2 & x_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{vmatrix}}$$

מגברי שרת

רכיב שמוזן ע"י מקור DC. אם נחבר אליו מקור AC, הוא יגביר את הפרשי המתחים בין שתי הכניסות.

מגבר שרת אידיאלי

מקיים: $A_V\to\infty \quad r_0\to 0 \quad R_{in}\to\infty$

מכיוון שהתנגדות R_{in} היא אינסופית, מתחי ההדקים שווים: $V_+=V_-$.

אם ההגבר אינסופי – נקבל אינסוף מתח, לא משנה עד כמה V_d קטן. אבל אין למגבר מהיכן להביא אינסוף מתח. לכן כל מתח כניסה שניתן ייתן את אחד ממתחי ההזנה - V_{cc} או $-V_{cc}$. (הסימן תלוי האם V_d חיובי או שלילי).

מגבר מעשי

מקיים: $A_V\to A_0 \quad r_0\to 0 \quad R_{in}\to\infty$

מכיוון שההגבר הוא סופי, אי-אפשר להשתמש במושג של "אדמה וירטואלית".

הערה: אם יש אות סינוסי, לדוגמא, החורג ממתחי ההזנה: נקבל אות קטום.

הערה: באמצעות מגבר שרת ניתן ליצור אופרטור של חיבור, חיסור, כפל, חילוק, אקספוננט, log, מהפך, מגבר, analog to digital והיפך וכל קומבינציה של הנ"ל.

צימוד

$$\begin{bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \end{bmatrix}$$

M חיובי אם הזרם נכנס לכוכב בשני הסלילים.

M שלילי אם הזרם נכנס לכוכב אחד ויוצא מכוכב שני.

תנאי: $M^2 \le L_{11} \cdot L_{22}$.

<u>מקדם צימוד</u>: קובע כמה זרם "עובר" כתוצאה מצימוד. $0 \le K \le 1$ $\quad K = \frac{|M|}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$

<u>חישוב הוקטור הבלתי תלוי</u> ($\bar{I}$): ע"מ לקבל למשל $I_1, I_2, \ldots$ יש להביא את המשוואות לצורה: $\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$

להציב את המתחים למשוואות הנוספות, למשל $V_S = V_1 + I_1R_1 = \alpha I_1 + \beta I_2 + I_1R_1$

ואז מקבלים משוואה מטריצית מהצורה: $\begin{pmatrix} source \\ vector \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha} & \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} & \tilde{\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$ וע"י

היפוך מטריצה או שימוש בכלל קרמר ניתן לקבל את הזרמים.

<u>שנאי אידיאלי</u>

כאשר הכוכבים על הסלילים באותו הכיוון: $\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1}$ $\quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2}$,

כאשר הכוכבים על הסלילים בכיוונים שונים: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$ $\quad \frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_1}{N_2}$,

כאשר N הוא מספר הליפופים בסלילים.

<u>בקבלים מצומדים</u>: χ תמיד קטן מ-0.

רשתות זוגיים

מטריצת האדמיטנסים היא ההופכית של מטריצת האימפדנסים. $Y = Z^{-1}$.

כאשר פרמטרי הייצוג אינם ידועים, נסמן מטריצת מעבר כללית:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

את הפרמטרים ניתן למדוד ע"י חיבור מקור זרם אידיאלי בצד אחד תוך השארת ההדקים בצד השני פתוחים, ומדידת המתחים V_1, V_2.

$$z_{11} = \frac{V_1}{i_1}\bigg|_{i_2=0} \quad z_{12} = \frac{V_1}{i_2}\bigg|_{i_1=0} \quad z_{21} = \frac{V_2}{i_1}\bigg|_{i_2=0} \quad z_{22} = \frac{V_2}{i_2}\bigg|_{i_1=0}$$

עבור שתי רשתות זוגיים המחוברות בטור: $T_{net} = T_1 \cdot T_2$

עבור שתי רשתות זוגיים המחוברות במקביל: $T_{net} = T_1 + T_2$

- <u>הערה</u>: עבור ניתוח ובניית <u>פונציות תמסורת</u> כדאי לסמן את הזרמים, מתחים ולהשתמש בטכניקות KVL, KCL ולא למצוא מטריצה מייצגת

מעגלים לא ליניאריים:

התנגדות דיפרנציאלית: $\delta r_d = \left[\left. \frac{dI}{dV} \right|_{o.p.} \right]^{-1}$ נקודת העבודה – o.p. = operating point

מציאת נקודת העבודה: ניתן להשתמש בשקול תבנין ולקבל 2 משוואות ב-2 נעלמים (במקום לגזור ולחשב התנגדות דיפרנציאלית). למשל עבור מעדל טורי של נגד, רכיב לא לינארי ומקור DC נקבל: $\begin{cases} V_{eq} = R_{eq} I_L + V_L \\ F(I_L, V_L) = 0 \end{cases}$

לינאריזציה סביב נקודת העבודה: $I_D = I_{D,o.p.} + \left. \frac{dI}{dV} \right|_{o.p.} \cdot \underbrace{\left(V - V_{o.p.}\right)}_{\substack{AC\ voltage\ on\ the \\ non-lenear\ component}}$

שימוש בשקול נורטון/ תבנין: עבור מעגל טורי של נגד לינארי ורכיב לא לינארי בטור למקור DC+AC

נקבל עפ״י מחלק מתח פשוט: $V - V_{o.p.} \triangleq V_{D,AC} = \frac{V_{AC}\cos(\omega t) \cdot \delta r_d}{\mathrm{R}_{eq} + \delta r_d}$

והתגובה הכוללת בזרם היא: $I_D \cong I_{D,o.p.} + \frac{V_{AC}\cos(\omega t)}{\mathrm{R}_{eq} + \delta r_d}$

הערה: כשמדברים על נקודת העבודה (DC) הסליל הופך לקצר והקבל לנתק.

הספק (ממוצע): מכיוון שמחברים הספק DC והספק AC, כלומר 2 תדרים שונים (בת״ל) ההספק הכולל היינו

$$P_{av} = P_{D,o.p.} + P_{D,AC} = I_{D,o.p.} V_{D,o.p.} + I_{D,AC} V_{D,AC}$$

הסכום האלגברי של ההספקים: $P_{D,AC} = \frac{1}{2} \frac{\left|\bar{V}_{D,AC}\right|^2}{\delta r_d} = \frac{V_{S,AC}^2 \delta r}{2\left(R_{eq} + \delta r\right)^2}$

הערה: ההתנגדות הדיפרנציאלית תלויה בנקודת העבודה, כלומר ב- V_{DC} לכן ההספק $P_{av,AC}$ תלוי בעצם בהספק $P_{av,DC}$ (שינוי $P_{av,DC} \Leftarrow P_{av,AC}$) וההיפך **אינו** נכון.

הערה: במידה ויש לכתוב מד״ר – אין צורך לעשות לינאריזציה, אלא להשתמש בחוקי קירכהוף (KCL ,KVL).

חישוב יחידות:

$[V] = Volt = \left[\frac{Q}{C}\right]$

$[I] = Amp = \left[\frac{Q}{t}\right]$

$[R] = Ohm = \frac{Volt}{Amp}$

$[L] = Henry = \frac{Volt}{Amp}\sec$

$[C] = Farad = \frac{Amp}{Volt}\sec$

$[RLC] = \sec[L] = \frac{Volt}{Amp}\sec^2$

$\mathrm{V=RI} \Rightarrow \mathrm{Volt} = \mathrm{Ohm} \cdot \mathrm{Amp}$

$[RC] = \sec$

$\left[\frac{L}{R}\right] = \sec$

$[\mathrm{LC}] = \sec^2$

$[\omega] = [j\omega] = \frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{\sec}$

$\left[\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{C}}\right] = [\dot{\mathrm{V}}] = \frac{Volt}{\sec}$

$[\delta(\mathrm{t})] = \frac{1}{\sec}$

$[u(\mathrm{t})] = 1$