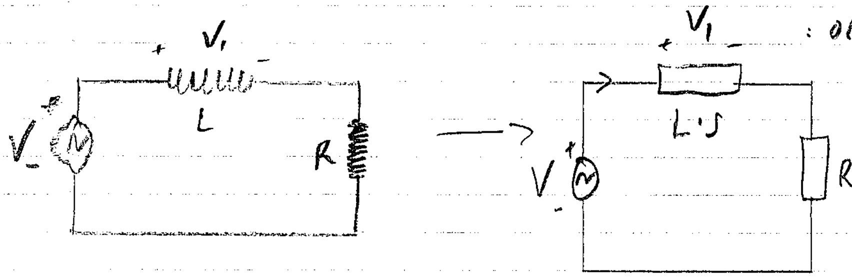
אלמה מעין 036209492

בקרה 1 - ש.ב # 2

שאלה 1

א. נתרגם את המעגל למישור לפלס:



$$I=\frac{V}{R+L\cdot s}\rightarrow V_1=I\cdot L\cdot s=\frac{V}{R+L\cdot s}\cdot L\cdot s$$

$$\Rightarrow T_1(s)=\frac{V_1(s)}{V(s)}=\frac{L\cdot s}{R+L\cdot s}=\frac{s}{s+\frac{R}{L}}$$

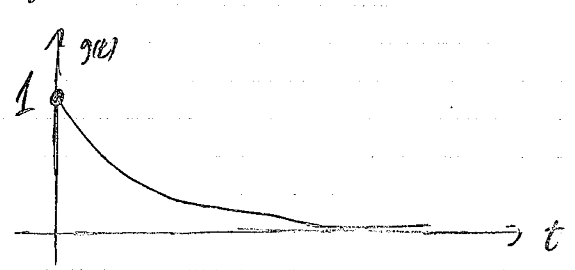
אפס - ממוקם בראשית

קוטב - ממוקם ב- $s=-\frac{R}{L}$.

$$\frac{s}{s+\frac{R}{L}}=1-\frac{\frac{R}{L}}{s+\frac{R}{L}}$$

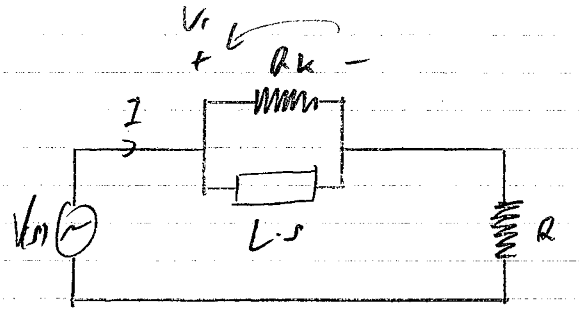
$$\rightarrow h(t)=\delta(t)-\frac{R}{L}\cdot e^{-\frac{R}{L}t}u(t)$$

$$\rightarrow g(t)=\int_0^t h(t)\,dt=1+e^{-\frac{R}{L}t}\Big|_0^t=e^{-\frac{R}{L}t}$$



הדבר תואם תיאוריה שכן ההתנגדות של סליל היא 0 בתדר נמוך (DC) ואין שינויים בתדירות, ולכן אחרי זמן רב הוא יהיה קצר.

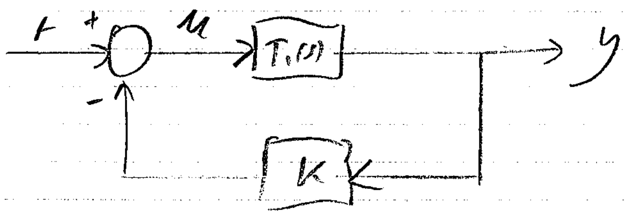
ב. המעגל בציור לפס:



$$Z_{eq} = \frac{R_K \cdot L\cdot s}{R_L + L\cdot s}$$

$$V_1 = \frac{V\cdot Z_{eq}}{Z_{eq}+R} \Rightarrow T_2(s) = \frac{\frac{R_K\cdot L\cdot s}{\cancel{R_K+L\cdot s}}}{\frac{R_K\cdot L\cdot s}{\cancel{R_K+L\cdot s}} + \frac{R\cdot R_K + R\cdot L\cdot s}{\cancel{R_K+L\cdot s}}} = \frac{R_K\cdot L\cdot s}{R_K\cdot L\cdot s + R\cdot R_K + R\cdot L\cdot s}$$

ג.



$$R - y\cdot K = U$$

$$U\cdot T_1 = y$$

$$R - y\cdot K = \frac{y}{T_1} \rightarrow R = y\left(K + \frac{1}{T_1}\right)$$

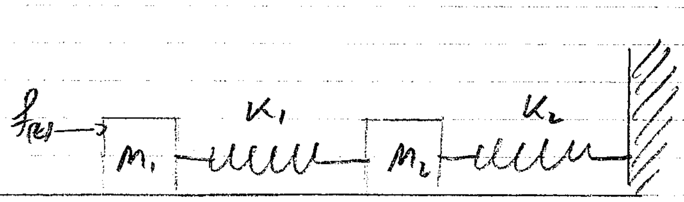
$$\Rightarrow T_{cl}(s) = \frac{y(s)}{R(s)} = \frac{T_1}{T_1\cdot K+1}$$

ד. לאחר השוואה : $T_{cl} = \dfrac{1}{1+\frac{R}{Ls}+K}$

$$T_2 = \frac{1}{1+\frac{R}{Ls}+\frac{R}{R_K}}$$

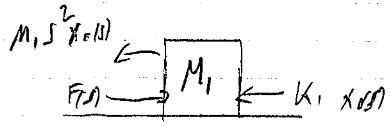
$\Rightarrow$ $K = \dfrac{R}{R_K}$ צריך

$T_{cl} = T_2$ (ק.ש)

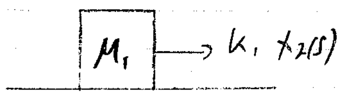


שימוש בעקרון הסופרפוזיציה: נחבר את הכוחות

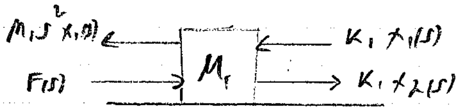
1. אם נקבע את M_2 ונניע את M_1 נקבל:



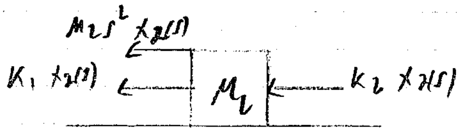
2. אם נקבע את M_1 ונניע את M_2 נקבל:



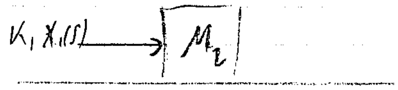
3. סה"כ הכוחות הפועלים על M_1:



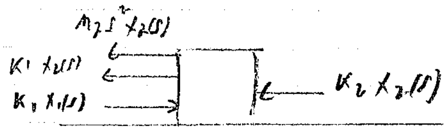
4. נקבע את M_1 ונניע את M_2 נקבל:



5. נקבע את M_2 ונניע את M_1 נקבל:



6. סה"כ הכוחות הפועלים על M_2:



משוואת כוחות עבור M_1: $K_1 X_1(s) + M_1 s^2 X_1(s) - K_1 X_2(s) = F(s)$ (I)

משוואת כוחות עבור M_2: $K_1 X_1(s) - K_1 X_2(s) - M_2 s^2 X_2(s) - K_2 X_2(s) = 0$ (II)

מ-II נקבל: $$X_2(s) = X_1(s) \cdot \frac{K_1}{K_2 + K_1 + M_2 s^2}$$

נציב: $$X_1(s)\left[K_1 + M_1 s^2 - \frac{K_1^2}{K_2 + K_1 + M_2 s^2}\right] = F(s)$$

$$T_1(s) = \frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{K_2 + K_1 + M_2 s^2}{K_1 K_2 + K_1 M_2 s^2 + M_1 s^2 (K_1 + K_2) + M_1 M_2 s^2}$$

ב. $$T_1(s) \text{ @ } M_2 \to 0 = \frac{K_1 + K_2}{K_1 K_2 + M_1 s^2 (K_1 + K_2)}$$

ג. כפי שראינו, ניתן לראות שעבור ה-M_2 יש לנו מערכת של קפיצים מחוברים בטור.
לכן נקבל:

$$K_{eq} = \boxed{K_1} - \boxed{K_2} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

אלון מעון 036209492

בקרה 1 - ש"ב #3א (לא ...)

שאלה 1

א. $s^3 + \overset{a_1}{2s^2} + \overset{a_2}{2s} + \overset{a_3}{6} = 0$

s^3	1	2	0
s^2	2	3	0
s	1	0	

$\uparrow$ כל חיובי מ"ע. יציבה המערכת

ב. $\overset{a_0}{s^4} + \overset{a_1}{7s^3} + \overset{a_2}{17s^2} + \overset{a_3}{s} + \overset{a_4}{1} = 0$

s^4	1	17	1	0
s^3	7	1	0	
s^2	118	7	0	
s	69	0		
	483			

$\uparrow$ יציבה המערכת

ג. $s^5 + s^4 + 0s^3 + 2s^2 + s + 1 = 0$

1	0	1	0
1	2	1	0
-2			

$\uparrow$ לא יציבה המערכת

3. $s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + K = 0$

$$
\begin{array}{lll}
1 & 11 & K \\
6 & 6 & 0 \\
60 & 6K & \\
360-36K & 0 & \\
6K(360-36K) & &
\end{array}
$$

$10 - K > 0 \rightarrow K < 10$

$K(10-K) > 0 \rightarrow 0 < K < 10$ //

7. $3s^3 - Ks^2 + 7Ks + 11s + 18s^2 - 6Ks + 42K + 66 = 0$

$s^3 + s^2\left(6 - \frac{K}{3}\right) + s\left(\frac{K}{3} + \frac{11}{3}\right) + 22 + 14K = 0$

$$
\begin{array}{lll}
1 & \frac{K+11}{3} & 0 \\
6 - \frac{K}{3} & 22+14K & 0 \\
\left(\frac{18-K}{3}\right)\left(\frac{K+11}{3}\right) - 22 - 14K & 0 &
\end{array}
$$

$\hookrightarrow -119.3 < K < 0$ //

חלק ב

שאלה 1

א. $Y(s) = R(s)\cdot K(s)\cdot G(s) \Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G(s)\cdot K(s) = \frac{4}{s^2+4s+8}$

קטבים: $-2 \pm \sqrt{4-8} = -2 \pm 2i$ //

ב. תדר טבעי: $\omega_n = \sqrt{a_2} = \sqrt{8}$

מקדם ריסון: $\zeta = \frac{a_1}{2\omega_n} = \frac{4}{2\cdot\sqrt{8}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0.707$

ג. $t_r \cong \frac{2.5}{\omega_n} = 0.88$ (מקורב כדי להשוות)

ד. $t_s \cong \frac{3}{\zeta\omega_n} = 1.5\ sec$

ה. $\omega_d = \omega_n\cdot\sqrt{1-\zeta^2} = 2$

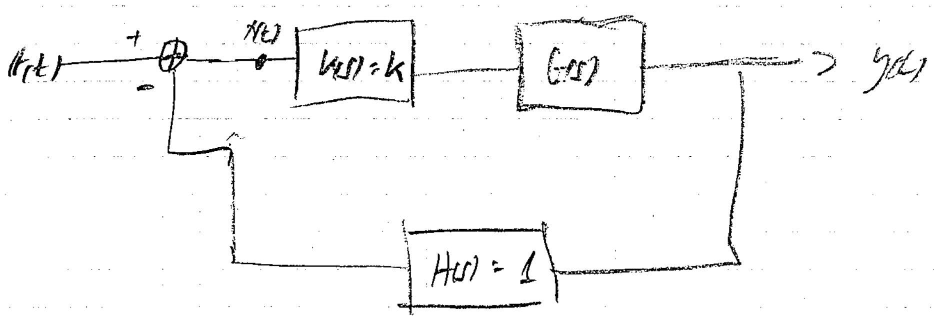
$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.57\ sec$

$OS = \exp\left(-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right) = 0.04 \rightarrow OS = 4\%$

(מתאים לגרף המצוי בדף התרגיל)

ו. המערכת יציבה ($Re(\lambda_i)<0$) לכן ערך התגובה בזמן אינסוף יהיה: 1.

.1



$$\begin{cases} X(s)\cdot k \cdot G(s) = Y(s) \\ R(s) - Y(s) = X(s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow : \quad k\cdot G(s)\cdot R(s) - Y(s)\cdot k\cdot G(s) = Y(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k\,G(s)}{1 + k\,G(s)} =$$

$$= \frac{\dfrac{4k}{s^2+4s+8}}{\dfrac{s^2+4s+8+4k}{s^2+4s+8}} = \frac{4k}{s^2+4s+8+4k}$$

R.H.

1	8 + 4k
4	0

$$\rightarrow \quad 4(8+4k) > 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{k < 2}$$

ג. עבור המערכת (חוג סגור) $\qquad H(s) = \frac{4K}{s^2+4s+(4K+8)}$

נדרש: 1. החלק הממשי של קטבי המערכת יהיו זהים לזה שבחוג פתוח

המערכת בחוג פתוח: $\quad T_{open}(s) = \frac{4K}{s^2+4s+8}$

$$\text{קטבים} : \quad -2 \pm \sqrt{4-8} = -2 \pm 2i$$

$$\text{קטבים של חוג סגור} : \quad -2 \pm \sqrt{4-\dots}$$

החלק הממשי נכון עבור כל K.

2. $\zeta_{new} = 0.6$

$$\zeta_{new} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = \frac{4}{2\sqrt{4K+8}} = 0.6$$

$$\rightarrow K = \frac{7}{9}$$

ה. $\quad -2 \pm \sqrt{4 - \frac{100}{9}} = -2 \pm j\frac{8}{3}$

ד. כאשר המערכת יציבה. דרישה 1. הבחירה נכונה (כי המערכת בחוג פתוח הינה יציבה).

2. $\quad t_s \approx \frac{3}{\zeta\omega_n} = \frac{3}{0.6\cdot} = 1.55\ sec \qquad$ בערך 5% הסטייה.

$0.5 \approx 10\%$ $\qquad$ זה לא בערך 5% הסטייה (6%)

ו. על אותו דבר בדיוק, די 0.5 זה רק נתון בתחום...

שאלה 2

א. $T_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2+2s+2} = \frac{2}{(s+1+j)(s+1-j)}$

$T_1(s) = \frac{-j}{s+1-j} + \frac{j}{s+1+j}$

$T_1(t) = -j\cdot\left[e^{(-1+j)t} - e^{(-1-j)t}\right]u(t) = -je^{-t}(2j\sin t) =$

$= 2e^{-t}\sin(t)\,u(t)$

$G_1(t) = 2\int_0^t e^{-t}\sin t\,dt = -e^{-t}(\sin t + \cos t)\Big|_0^t =$

$= -e^{-t}(\sin t + \cos t) + 1 = 1 - e^{-t}(\sin t + \cos t)$

ב. $\omega_n = \sqrt{a_2} = \sqrt{2}$

$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$t_s \cong \frac{3}{\xi\omega_n} = 3 \quad ; \quad O.S = 4.3\%$

ג. מצורף בקובץ

ד. $t_s = 2.04$

$O.S = 4.3\%$

* קיבלנו פה קצת יותר כי המערכת מיד נכנסה לאזור של 5% (מתוך הגרפים).

* קיבלנו OS כמצופה.

ה. $R(s) \cdot H(s) \cdot G(s) = Y_2(s)$

$$T_2(s) = \frac{Y_2(s)}{R(s)} = \frac{2(s+1)}{s^2+2s+1}$$

$\vdots$

$$T_2(t) = 2 \cdot e^{-t} \cdot \cos t \cdot u(t)$$

$$G_2(t) = 2\int_0^t T_2(t)\,dt = e^{-t}(\sin t - \cos t)\Big|_0^t =$$

$$= \left[e^{-t}(\sin t - \cos t) + 1\right] u(t)$$

ו. מצורף בהמשך

ז. מצורף בהמשך

ח. $OS = 20.7\%$

$t_s = 3.09\ sec$

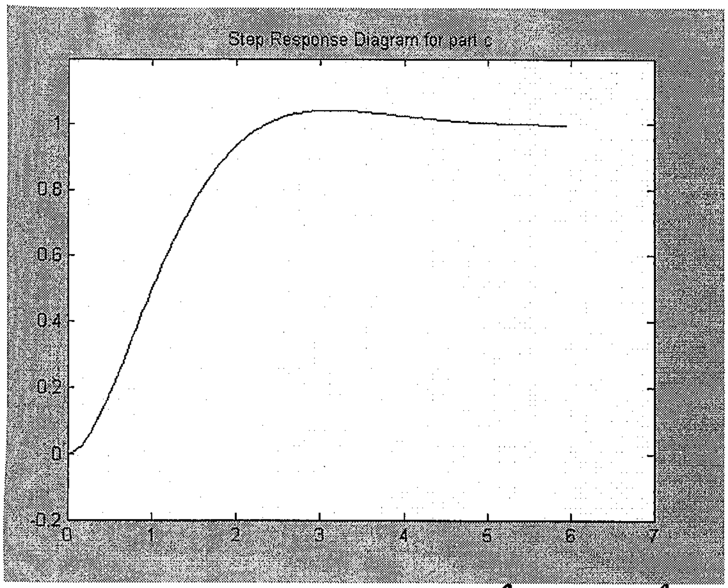
$\Big\}$ (נמדד (Matlab

* עבור המונה הנוסף מתקבל האפס 0 עבור $s=-1$.

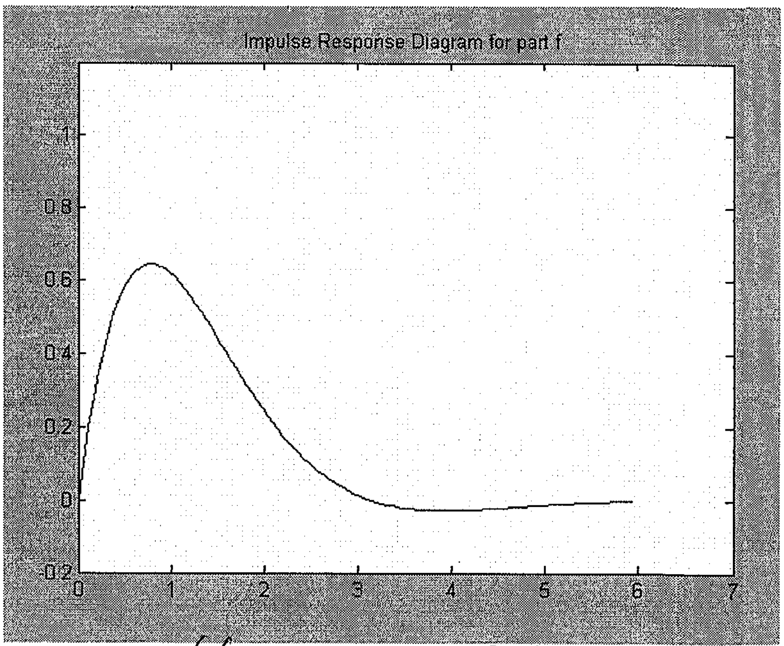
* הוספת אפס נוסף, השפעתו רק על המקדמים של הפירוק לשברים, ולא על הקטבים

לכן ישנו שינוי ב OS וב ts.

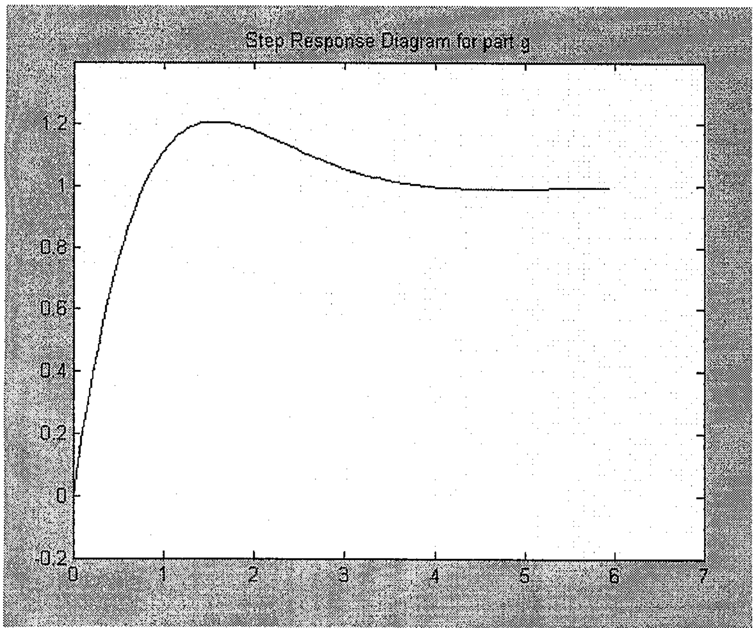
המשך יבוא ... (אולי)



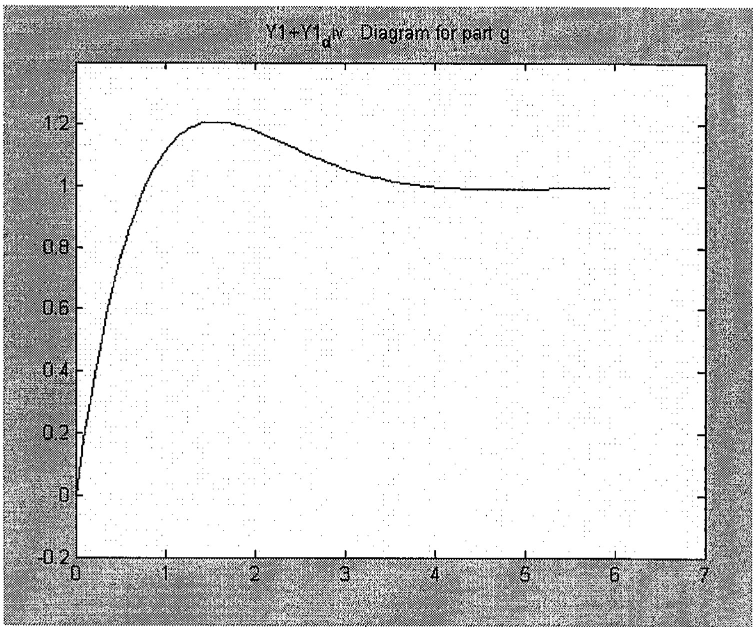
גרף עבור סעיף ג. $y_1(t)$



גרף עבור סעיף ו. $\frac{dy_1}{dt}$ (תגובה להלם)



תגובת מדרגה של המערכת $y_2(t)$



גרף עבור $\frac{dy_1}{dt} + y_1$

ניתן לראות שהגרפים זהים