פילוגים בדידים:

- **פילוג אחיד:** כאשר משתנה מקרי X יכול לקבל ערך כלשהו $\{1,\dots,n\}$ בהסתברות שווה, הוא מתפלג עם הסתברות אחידה $x \in \{1,\dots,n\}$. הסתברות של X: $p(x)=\frac{1}{n}$. תוחלת: $E(x)=\frac{n+1}{2}$, ושונות $V(x)=\frac{n^2-1}{12}$

- **ניסוי בינומי:** סדרה של ניסויים זהים וב"ת. בכל ניסוי ישנן 2 אפשרויות: הצלחה או כשלון (ניסוי ברנולי). פרמטר p מייצג את ההסתברות להצלחה והמשתנה X מייצג את מספר ההצלחות $x \in \{0,1,\dots,n\}$. ההסתברות ל-k הצלחות: $p(x=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, ההסתברות המצטברת $p(x\le k)=\sum_{i=0}^{k}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}$, תוחלת $E(x)=np$ ושונות $V(x)=np(1-p)$.

- **ניסוי גאומטרי:** סדרה של ניסויים זהים וב"ת. בכל ניסוי ישנן 2 אפשרויות: הצלחה או כשלון, הניסויים מתבצעים עד שמתקבלת ההצלחה הראשונה. פרמטר p מייצג את ההסתברות להצלחה והמשתנה X מייצג את מס' הניסויים עד להצלחה הראשונה $x\in\{1,2,\dots\}$. ההסתברות שידרשו y ניסויים עד ההצלחה הראשונה: $p(x=y)=p(1-p)^{y-1}$. ההסתברות המצטברת נתונה ע"י: $p(x\le y)=\sum_{i=1}^{y}p(1-p)^{i-1}$. תוחלת: $E(x)=\frac{1}{p}$, ושונות: $V(x)=\frac{1-p}{p^2}$.

- **ניסוי בינומי שלילי (פסקל):** סדרה של ניסויים זהים וב"ת. בכל ניסוי ישנן 2 אפשרויות: הצלחה או כשלון, הניסויים מתבצעים עד שמתקבלת ההצלחה ה-k. פרמטר p מייצג את ההסתברות להצלחה ו-X מייצג את מס' הניסויים שנערכו עד להצלחה ה-k. $y\ge k \Leftarrow p(x=y)=\binom{y-1}{k-1}p^k(1-p)^{y-k}$, $y<k \Leftarrow p(x=y)=0$. ההסתברות המצטברת: $y\ge k$ – $p(x\le y)=\sum_{i=k}^{y}\binom{i-1}{k-1}p^k(1-p)^{i-k}$. תוחלת: $E(x)=k/p$, ושונות: $V(x)=\frac{k(1-p)}{p^2}$.

- **ניסוי היפרגאומטרי:** מתוך קבוצה בגודל N בוחרים תת קבוצה בגודל n ללא החזרה. בקבוצה N ישנם R איברים מיוחדים (איברים בעלי תכונה משותפת). המשתנה X מייצג את מס' האיברים המיוחדים שנבחרו $x\in\{1,2,\dots,\min(R,n)\}$. ההסתברות שיהיו k איברים מיוחדים בתת הקבוצה: $p(x=k)=\binom{R}{k}\binom{N-R}{n-k}/\binom{N}{n}$, ההסתברות המצטברת: $p(x\le k)=\sum_{i}^{k}\binom{R}{i}\binom{N-R}{n-i}/\binom{N}{n}$. תוחלת: $E(x)=n\left(\frac{R}{N}\right)$, ושונות: $V(x)=n\left(\frac{R}{N}\right)\left(\frac{N-R}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$, $V(x)=n\cdot\frac{R}{N}\cdot\left(1-\frac{R}{N}\right)$.

- **ניסוי פואסוני:** משתנה פואסוני מונה מס' אירועים המתרחשים בפרק זמן מסוים. קצב ממוצע של האירועים ליחידת זמן מיוצג ע"י הפרמטר λ והמשתנה X מייצג את מס' האירועים שהתרחשו בפרק זמן מסוים $x\in\{1,2,\dots\}$. ההסתברות שיקרו k אירועים בפרק זמן מסוים ($\lambda=\lambda t$): $p(x=k)=\frac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}$. ההסתברות המצטברת: $p(x\le k)=\sum_{i=0}^{k}e^{-\lambda}\frac{\lambda^i}{i!}$. $E(x)=V(x)=\lambda$.

פילוגים רציפים:

- **פילוג אחיד:** כאשר משתנה מקרי X יכול לקבל ערך כלשהו בתחום (a,b) בהסתברות שווה, הוא מתפלג עם הסתברות אחידה עם הפרמטרים a ו-b, $x\in(a,b)$. פונ' pdf: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\le x\le b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$, $F(x)=\begin{cases}0 & x\le a\\ \frac{x-a}{b-a} & a<x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$. תוחלת: $E(x)=\frac{b+a}{2}$, ושונות: $V(x)=\frac{(b-a)^2}{12}$.

- **פילוג אקספוננציאלי:** כאשר מס' האירועים במשך זמן t הוא משתנה פואסוני עם פרמטר λt, מרווח הזמן בין שני אירועים עוקבים הוא משתנה מקרי בעל התפלגות אקספוננציאלית עם פרמטר λ. המשתנה המקרי X מייצג את זמן ההמתנה $x\in(0,\infty)$. פונ' pdf: $x\ge 0$, $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, אחרת $f(x)=0$, פונ' cdf: $F(T)=f(x\le T)=1-e^{-\lambda T}$. $E(x)=\frac{1}{\lambda}$, $V(x)=\frac{1}{\lambda^2}$.

- **פילוג נורמלי:** המשתנה X מתפלג עם התפלגות נורמלית $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ עם פרמטרים μ,σ. ההסתברות היא בצורת פעמון. פונ' pdf: $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$, צורת פונ' צפיפות. תוחלת: $E(x)=\mu$, ושונות $V(x)=\sigma^2$.

- **פילוג נורמלי סטנדרטי:** המשתנה Z מתפלג עם התפלגות נורמלית סטנדרטית עם פרמטרים $\mu=0,\sigma=1$, המשתנה יכול לקבל כל ערך ממשי $Z\in R$, $Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$. פונ' pdf: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}z^2}$. תוחלת: $E(x)=\mu=0$, ושונות: $V(x)=\sigma^2=1$.

קומבינטוריקה: (מדגם סדור – יש חשיבות לסדר (מס' אפשרויות גדול יותר), מדגם לא סדור – אין חשיבות לסדר).

- מס' האפשרויות לסידור R איברים שונים ב-n תאים, כאשר לא ניתן לשים יותר מאיבר בתא: $R=n \Rightarrow n!$, $R<n \Rightarrow (n)_R=\frac{n!}{(n-R)!}=\binom{n}{R}\cdot R!$. אם אפשר עוד בחירות $\Leftarrow$ n^R.
- מס' האפשרויות לבחור R איברים שונים או זהים מתוך קבוצה של n איברים, כאשר לא ניתן לבחור אותו איבר יותר מפעם אחת ואין חשיבות לסדר הבחירה: $\binom{n}{R}=n!/(n-R)!\cdot R!$ – מקדם בינומי
- מס' האפשרויות לסידור R איברים זהים ב-n תאים, כאשר ניתן לשים יותר מאיבר בתא: $\binom{n-1+R}{R}=\binom{n-1+R}{n-1}$
- אם קיימים n פריטים המסודרים ב-k סוגים כאשר מכל סוג יש n_i פריטים כך ש: $\sum_{i=1}^{k}n_i=n$, מס' האפשרויות לסידור: $n!/n_1!\cdot n_2!\cdots n_k!$.
- מס' האפשרויות לסידור קבוצה באורך R רציפות בתוך n תאים הוא: $n-R+1$.

איחוד – $A\cup B$, חיתוך – $A\cap B$, $A\setminus B=A-A\cap B$, $p(A)=\#A/\#\Omega$. מאורעות זרים: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$, מאורעות לא זרים: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$. $p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)$, $p(A\cap\bar{B})=p(A)-p(A\cap B)$, $p(A/B)=\frac{p(B\cap A)}{p(B)}=\frac{p(B/A)\cdot p(A)}{p(B)}$.

תוחלת: a – קבוע. $E(a)=a$, $E(ax)=aE(x)$, $E(x+a)=E(x)+a$.
שונות: $V(x)=E(x^2)-E^2(x)$, $V(x)\ge 0$, $V(a)=0$, $V(ax)=a^2V(x)$, $V(a+x)=V(x)$, אם x ו-y ב"ת $\Leftarrow V(x+y)=V(x)+V(y)$.
סטיית תקן: $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}$.

הסתברות מותנית: $p(x=x_i/y=y_j)=\frac{p(x=x_i,y=y_j)}{p(y=y_j)}$

$p(x_i)=\sum_j p(x_i,y_j)\Rightarrow\sum_i p(x_i)=1$
$p(y_j)=\sum_i p(x_i,y_j)\Rightarrow\sum_j p(y_j)=1$

$E(x,y)=\sum xyp(x,y)$

$p(x)$ – הסתברות שולית של x
$p(y)$ – הסתברות שולית של y

משתנה מקרי דו מימדי:

	y_1 y_2 … y_j	$p(x)=p_x(x)$
x_1 ⋮ x_i	$p(x_i,y_j)$	$p(x_1)=\sum$ השורה … $p(x_i)$
$p_y(y)=p(y)$	$p(y_1)$ … $p(y_j)$	1

פילוגים בדידים:

- **פילוג אחיד:** כאשר משתנה אקראי X יכול לקבל ערך כלשהו $\{1,...,n\}$ בהסתברות שווה, הוא מתפלג עם הסתברות אחידה $X\in\{1,...,n\}$. הסתברות של X: $p(x)=\frac{1}{n}$. תוחלת: $E(x)=\frac{n+1}{2}$, ווריאנס $V(x)=\frac{n^2-1}{12}$

- **ניסוי בינומי:** סדרה של ניסויים זהים וב"ת. בכל ניסוי ישנן 2 אפשרויות: הצלחה או כשלון (ניסוי ברנולי). פרמטר p מייצג את ההסתברות להצלחה והמשתנה X מייצג את מספר ההצלחות $X\in(0,1,...,n)$. ההסתברות ל-k הצלחות: $p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, ההסתברות המצטברת: $p(X\le k)=\sum_{i=0}^{k}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}$, תוחלת $E(x)=np$, וריאנס $V(x)=np(1-p)$.

- **ניסוי גאומטרי:** סדרה של ניסויים זהים וב"ת. בכל ניסוי ישנן 2 אפשרויות: הצלחה או כשלון, הניסויים מתבצעים עד שמתקבלת ההצלחה הראשונה. פרמטר p מייצג את ההסתברות להצלחה והמשתנה X מייצג את מס' הניסויים עד להצלחה הראשונה $X\in(1,2,...)$. ההסתברות שיידרשו y ניסויים עד ההצלחה הראשונה: $p(X=y)=p(1-p)^{y-1}$. ההסתברות המצטברת נתונה ע"י: $p(X\le y)=\sum_{i=1}^{y}p(1-p)^{i-1}$. תוחלת: $E(x)=\frac{1}{p}$, וריאנס: $V(x)=\frac{1-p}{p^2}$.

- **ניסוי בינומי שלילי (פסקל):** סדרה של ניסויים זהים וב"ת. בכל ניסוי ישנן 2 אפשרויות: הצלחה או כשלון, הניסויים מתבצעים עד שמתקבלת ההצלחה ה-k. פרמטר p מייצג את ההסתברות להצלחה ו-X מייצג את מס' הניסויים שנערכו עד להצלחה ה-k. $y\ge k \Leftarrow p(X=y)=\binom{y-1}{k-1}p^k(1-p)^{y-k}$. $y<k \Leftarrow p(X=y)=0$. ההסתברות המצטברת: $y\ge k$ — $p(X\le y)=\sum_{i=k}^{y}\binom{i-1}{k-1}p^k(1-p)^{i-k}$. תוחלת: $E(x)=k/p$, וריאנס: $V(x)=\frac{k(1-p)}{p^2}$.

- **ניסוי היפרגאומטרי:** מתוך קבוצה בגודל N בוחרים תת קבוצה בגודל n ללא החזרה. בקבוצה N ישנם R איברים מיוחדים (איברים בעלי תכונה משותפת). המשתנה X מייצג את מס' האיברים המיוחדים שנבחרו בתת הקבוצה: $X\in\{1,2,...,\min(R,n)\}$. ההסתברות שיהיו k איברים מיוחדים בתת הקבוצה: $p(X=k)=\binom{R}{k}\binom{N-R}{n-k}/\binom{N}{n}$, ההסתברות המצטברת: $p(X\le k)=\sum_{i}^{k}\binom{R}{i}\binom{N-R}{n-i}/\binom{N}{n}$. תוחלת: $E(x)=n\left(\frac{R}{N}\right)$. וריאנס: $V(x)=n\left(\frac{R}{N}\right)\left(\frac{N-R}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$, $V(x)=n\cdot\left(\frac{R}{N}\right)\cdot\left(1-\frac{R}{N}\right)$

- **ניסוי פואסוני:** משתנה פואסוני מונה מס' אירועים המתרחשים בפרק זמן מסוים. קיים ממוצע של האירועים ליח' זמן מיוצג ע"י הפרמטר λ והמשתנה X מייצג את מס' האירועים שהתרחשו בפרק זמן מסוים $X\in(1,2,...)$. ההסתברות שיקרו k אירועים בפרק זמן מסוים: $(\lambda=\lambda t)$ $p(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}$. ההסתברות המצטברת: $p(X\le k)=e^{-\lambda}\sum_{i=0}^{k}\frac{\lambda^i}{i!}$. $E(x)=V(x)=\lambda$.

פילוגים רציפים:

- **פילוג אחיד:** כאשר משתנה אקראי X יכול לקבל ערך כלשהו בתחום (a,b) בהסתברות שווה, הוא מתפלג עם התפלגות אחידה עם הפרמטרים a ו-b, $X\in(a,b)$. פונ' pdf: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\le x\le b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$, $F(x)=\begin{cases}0 & x\le a\\ \frac{x-a}{b-a} & a<x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$. תוחלת: $E(x)=\frac{b+a}{2}$. וריאנס: $V(x)=\frac{(b-a)^2}{12}$

- **פילוג אקספוננציאלי:** כאשר מס' האירועים במשך זמן t הוא משתנה פואסוני עם פרמטר λt, מרווח הזמן בין שני אירועים עוקבים הוא משתנה מקרי בעל התפלגות אקספוננציאלית עם פרמטר λ. המשתנה המקרי X מייצג את זמן ההמתנה $X\in(0,\infty)$. פונ' pdf: $x\ge0$, $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, אחרת $f(x)=0$, פונ' cdf: $F(T)=f(X\le T)=1-e^{-\lambda T}$. $E(x)=\frac{1}{\lambda}$, $V(x)=\frac{1}{\lambda^2}$

- **פילוג נורמלי:** המשתנה X מתפלג עם התפלגות נורמלית $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ עם פרמטרים μ,σ. צורת ההתפלגות היא כצורת פעמון. פונ' pdf: $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ צורת פונ' צפיפות, תוחלת: $E(x)=\mu$, וריאנס (שונות) $V(x)=\sigma^2$.

- **פילוג נורמלי סטנדרטי:** המשתנה Z מתפלג עם התפלגות נורמלית סטנדרטית עם פרמטרים $\mu=0,\sigma=1$, המשתנה יכול לקבל כל ערך ממשי $Z\in R$, $Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$. פונ' pdf: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{1}{2}z^2}$. תוחלת: $E(x)=\mu=0$, וריאנס: $V(x)=\sigma^2=1$

קומבינטוריקה: (מדגם סדור - יש חשיבות לסדר (מס' אפשרויות גדול יותר), מדגם לא סדור - אין חשיבות לסדר).

- מס' האפשרויות לסדר R איברים שונים ב-n תאים, כאשר לא ניתן לשים יותר מאיבר בתא: $R=n \Leftarrow n!$, $R<n \Leftarrow (n)_R=\frac{n!}{(n-R)!}=\binom{n}{R}\cdot R!$. אם אפשר עוד בחירה בתא $\Leftarrow n^R$.
- מס' האפשרויות לבחור R איברים שונים או זהים מתוך קבוצה של n איברים, כאשר לא ניתן לבחור אותו איבר יותר מפעם אחת ואין חשיבות לסדר הבחירה: $\binom{n}{R}=n!/(n-R)!\cdot R!$ — מקדם בינומי
- מס' האפשרויות לסדר R איברים זהים ב-n תאים, כאשר ניתן לשים יותר מאיבר בתא: $\leftarrow \binom{n-1+R}{R}=\binom{n-1+R}{n-1}$
- אם קיימים n פריטים המסודרים ב-k סוגים כאשר מכל סוג יש n_i פריטים כך ש: $\sum_{i=1}^{k}n_i=n$. מס' האפשרויות לסידור: $n!/n_1!\cdot n_2!\cdots n_k!$.
- מס' האפשרויות לסידור קבוצה באורך R רציפה בתוך n תאים הוא: $n-R+1$.

איחוד - $A\cup B$, חיתוך - $A\cap B$, $A\setminus B=A-A\cap B$, $p(A)=\#A/\#\Omega$. מאורעות זרים: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$, $p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)$. מאורעות לא זרים: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$.
$p(A\cap\bar{B})=p(A)-p(A\cap B)$, $p(A/B)=\frac{p(B\cap A)}{p(B)}=\frac{p(B/A)\cdot p(A)}{p(B)}$

תוחלת: a - קבוע. $E(a)=a$, $E(ax)=aE(x)$, $E(x+a)=E(x)+a$

שונות: $V(x)=E(x^2)-E^2(x)$, $V(x)\ge0$, $V(a)=0$, $V(ax)=a^2V(x)$, $V(a+x)=V(x)$, אם x ו-y ב"ת $\Leftarrow V(x+y)=V(x)+V(y)$

סטיית תקן: $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}$.

משתנה מקרי דו מימדי:

	y_1	y_2 ...	y_j	$p(x)=p_x(x)$
x_1				$p(x=x_i)=\sum$ השורה
⋮		$p(x_i,y_j)$		
x_i				$p(x_i)$
$p_y(y)=p(y)$	$p(y_1)$	...	$p(y_j)$	1

$p(x)$ - הסתברות שולית של x
$p(y)$ - הסתברות שולית של y

$p(x_i)=\sum_j p(x_i,y_j)\Rightarrow\sum_i p(x_i)=1$
$p(y_j)=\sum_i p(x_i,y_j)\Rightarrow\sum_j p(y_j)=1$
$E(x,y)=\sum xyp(x,y)$

הסתברות מותנית:
$p(X=x_i/Y=y_j)=\frac{p(X=x_i,Y=y_j)}{p(Y=y_j)}$

פירוס נורמלי: $P(Z<z)=\phi(z)$, $P(Z>z)=1-P(Z<z)=1-\phi(z)=\phi(-z)$

a - מספר ראשוני, k - מס טבעי. ל- a^k יש $(k+1)$ מחלקים.

ההסתברות לא לקבל 6

* כמה קוביות הוגנות יש לזרוק כדי לקבל '6' בהסתברות של 99.5%? $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n > 0.995$ ההסתברות שנקבל לפחות פעם 1 שש.

- $E(x)=\sum_{x=0}^{k} x p^x (1-p)^{k-x} \binom{k}{x}$ - תוחלת ניסוי בינומי.

$E(x)=\sum x\cdot p(x)$ בדיד, $E(x)=\int x f(x)dx$ רציף, $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}$ - סטיית תקן.

$I\sim N(2000,50^2)$

$P(I>2100)=P\left(Z>\frac{2100-2000}{50}\right)$

$P(-x<Z<x)=\phi(x)-\phi(-x)$

חיבור של משתנים נורמליים בת"ל: $X_1+X_2+X_3\sim N(\mu_1+\mu_2+\mu_3,\ \sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2)$.

$\bar X$ - ממוצע של משתנים נורמליים: $E(\bar X)=\mu$, $V(\bar X)=\frac{\sigma^2}{n}$ (n- מס' המשתנים). חציון $\frac{X_{0.5}-\mu}{\sigma}=Z_{0.5}$

- עשירון עליון: $\frac{X_{0.9}-\mu}{\sigma}=Z_{0.9}$. α - רמת שגיאה מותרת. $\bar X-\frac{\sigma}{\sqrt n}Z_{1-\frac{\alpha}{2}}<\mu<\bar X+\frac{\sigma}{\sqrt n}Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

ניתן לקחת עבור הממוצע את סטיית התקן של המדגם אם הוא גדול מ-30.

זו נוסחה למציאת רווח סמך לממוצע אוכלוסיה. $\bar X\sim N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$

- $485<\mu<515$ - כלומר הממוצע של המוצרים נמצא בין 485 לבין 515 ($\alpha=0.01$) ברמת ודאות של 99%.

- יש קשר בין התפלגות פואסונית להתפלגות אקספוננציאלית, האקס' מודדת בד"כ זמן שלוקח עד לאירוע, אורך חיים, מס' האירועים ליח' זמן הוא פואסוני - פרופורציונלי לזמן. אם נגדיר זמן בין אירוע לאירוע אז הזמן הזה מתפלג בצורה אקספוננציאלית. כל משתנה שמודד כמות מתפלג אקספוננציאלית.

- פירוס אקס': $P(X>a)=e^{-\lambda a}$, $P(a<X<b)=e^{-\lambda a}-e^{-\lambda b}$.

* במפעל מייצרים מוטות - קוטר x ואורך y. $X\sim N(10,10^{-4})$, $Y\sim N(100,4\cdot10^{-4})$

א) מכירת מוט תקין מביאה לרווח 25$ ולא תקין להפסד של 2$ - מהי תוחלת הרווח של מכירת מוט? והגבולות התקין: $9.99\le X<10.02$, $99.98<y\le100.05$

$F=25p-2(1-p)$ - רווח מוט, (p - תקין) $P(9.99\le X<10.02)=\phi()-\phi()=0.8185$

ד) מהי תוחלת מס' המוטות שיש לבדוק עד שימצאו 10 מוטות שמקיימים התקנות של סעיף א'? $P(x \text{ תקין})$, $P(y \text{ תקין})=\phi(2.5)-\phi(-1)=0.8351$ ⇐ $p_{\text{תקין}}=0.68$ ⇐ F מספר

$X\sim NB(10,0.68)$ ⇐ בינומי שלילי ולכן התוחלת היא: $E=\frac{k}{p}=10/0.68$.

קירוב פירוסים בדידים לפירוס נורמלי: בינומי - $Z=\frac{x-np}{\sqrt{np(1-p)}}$ (n - מס' הנסיונות), פואסוני: $Z=\frac{x-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$, בינומי שלילי: $Z=\frac{x-\frac{k}{p}}{\sqrt{k\cdot\frac{1-p}{p^2}}}$

פואסוני - מספר אירועים במרווח זמן קבוע. אקספוננציאלי - מספר מרווח בין 2 אירועים סמוכים.

* הפסקה בחשמל מתפלגת אקס' $\lambda=1.4\frac{1}{s}$. א) מה ההסתברות שההפסקה בין $\frac{1}{2}$ ש' ל-1 ש'? $P(\frac{1}{2}<X<1)=\int_{0.5}^{1}1.4e^{-1.4x}dx=\dots$ ב) עולה על שנייה? $P(X>1)=\int_{1}^{\infty}1.4e^{-1.4x}dx=e^{-1.4}=0.247$ ג) עולה על 3 ש' כשידוע שהיא כבר 2 ש'? $P(X>3|X>2)=P(X>1)$ חוסר זיכרון

* אורך חיי של מוצר אקספ' $\lambda=\frac{1}{5}$ והוא תקין אם $t>2$ שנ'. מה ההסתברות שלאחר שנתיים יהיה צורך לבדוק לפחות 80 מוצרים עד למציאת 10 תקינים? אין משמעות לשנתיים $p=0.135$. $P(X\ge80)=1-P(X\le79)=1-\sum_{i=10}^{79}\binom{i-1}{10-1}\cdot0.135^{10}(1-0.135)^{i-10}$

כאשר מס' האירועים במשך זמן T הוא משתנה פואסוני עם פרמטר λT מרווח הזמן בין 2 אירועים עוקבים הוא משתנה אקראי בעל פירוס אקס' עם פרמטר λ.

* מטילים קוביה הוגנת 10 פעמים - נגדיר X מס' הפעמים שקיבלנו 6, מהי התפלגות של X? $p(x)=\begin{cases}\binom{10}{x}\left(\frac{1}{6}\right)^x\left(\frac{5}{6}\right)^{10-x}, & x=1,2,\dots,10\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$

* מטילים 2 קוביות - 6 פעמים, סכום ההופעה משנה. מה ההסתברות לקבל סכום השווה ל-7 או ל-11 פעמיים, וגם פעם 1 ושאר ההופעות 3 פעמים? $\#\Omega=36$, $\#A=6$, $\#B=(6,1),(1,6)\dots=8$ ⇐ $P(A)=\frac{6}{36}$, $P(B)=\frac{8}{36}$, $P(C)=1-P(A)-P(B)=\frac{22}{36}$. $P=\frac{6!}{2!\cdot3!\cdot1!}\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{8}{36}\right)^2\left(\frac{22}{36}\right)^3$

* ישנן 10 מפתחות מתוכם 3 מתאימים לדלת, מוציאים את המפתחות עם החזרה עד לפתיחת הדלת. א) מה ההסתברות שהמפתח המתאים השני יוצא בנסיון ה-7? $p=3/10$, $1-p=\frac{7}{10}$, $k=2$, $y=7$ ⇐ $P(X=7)=\binom{7-1}{2-1}\left(\frac{3}{10}\right)^2\left(\frac{7}{10}\right)^5$. ב) מה ההסתברות לא יותר מ-7 מפתחות עד לקבל את המפתח המתאים השני? $P(X\le7)=\sum_{i=2}^{7}\binom{i-1}{2-1}\left(\frac{3}{10}\right)^2\left(\frac{7}{10}\right)^{i-2}$ i - מספר הבעיטות (לא הקבוע).

* פעולה תקינה של מכונה מביאה רווח של 50$ לשעה. אם במשך זמן t קורים X תקלות למכונה אז מחיר ההפסד - $1000(X^2+X)$. דרוש לחשב את זמן הפעולה המביא לתוחלת רווח מקס', מס' ממוצע של תקלות בשעה $=0.01\frac{\text{תקלות}}{\text{שעה}}$. $C=50\frac{\$}{hr}$.

$F=50t-1000(X^2+X)$ - פונק' הרווח, $E(F)=E(50t)-1000E(X^2+X)=50t-1000[E(X^2)+E(X)]$, $E(X)=\lambda t$, $V(X)=\lambda t=E(X^2)-E^2(X)$ ⇐ $E(X^2)=V(X)+E^2(X)=\lambda t+(\lambda t)^2$, בניסוי פואסוני, $0.01=E(X)=\lambda$

$E(F)=50t-1000[2\lambda t+(\lambda t)^2]$ ← וכעת נגזור את ה-t לחוק E(F).

$\frac{\partial E(F)}{\partial t}=50-1000(2\lambda+2\lambda^2 t)=0$ - מינ' ⇐ $t=150hr$