

$$a = 100.0 \pm 0.1 \quad ; \quad b = 101.0 \pm 0.1 \quad ; \quad \gamma = 1.05^\circ \pm 0.01^\circ$$

האנזלן $\cos \gamma$ ≈ 1 \Rightarrow $\frac{\partial c}{\partial \gamma} \approx 0$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\Delta(c^2) = \left| \frac{\partial c^2}{\partial a} \Delta a \right| + \left| \frac{\partial c^2}{\partial b} \Delta b \right| + \left| \frac{\partial c^2}{\partial \gamma} \Delta \gamma \right| =$$

$$= |(2a - 2b \cos \gamma) \Delta a| + |(2b - 2a \cos \gamma) \Delta b| + |2ab \sin \gamma \Delta \gamma| =$$

$$\approx |(200 - 202 \cdot 0.9998) 0.1| + |(202 - 200 \cdot 0.9998) 0.1| +$$

$$+ |2 \cdot 100 \cdot 101 \cdot 0.01745 \cdot 0.01 \cdot \frac{\pi}{180}| \approx 0.461499$$

$$\Delta(c^2) \approx 2c \Delta(c)$$

$$\Rightarrow \Delta(c) \approx \frac{\Delta(c^2)}{2c} \approx \frac{\Delta(c^2)}{2c}$$

$$c = \sqrt{100^2 + 101^2 - 2 \cdot 100 \cdot 101 \cdot \cos \gamma} \approx 2.019$$

$$\Rightarrow \Delta(c) \approx \frac{0.461499}{2 \cdot 2.019} \approx 0.114289$$

האנזלן $\sin \gamma$ ≈ 0.01745

$$\eta = 0.9998 \pm 0.5 \cdot 10^{-4} \quad ; \quad \gamma = 1.05^\circ \quad ; \quad \cos \gamma = \eta$$

$$\left| \frac{\partial c^2}{\partial \eta} \Delta \eta \right| = |-2ab \cdot \Delta \eta| =$$

$$= |2 \cdot 100 \cdot 101 \cdot 0.5 \cdot 10^{-4}| = 1.01 \Rightarrow \Delta(c^2) \approx 1.471499$$

$$\Rightarrow \Delta(c) \approx \frac{\Delta(c^2)}{2c} \approx 0.3644$$

שאלה ברורה מרבה את כמות המידע המלא המצוי על ידי המבחן
 מבלי שיש בו שגיאות במציאת המידע.
 הסתם מקום מוטו - המילה, כדור - הוא - המילה המוטו
 מוטו :

$$C^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \eta$$

$$\eta = 0,9998 \pm 0,5 \cdot 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\partial c^2}{\partial \eta} \right| = g_{ab} \Rightarrow \Delta(c^2) = |g_{ab} \cdot \Delta \eta| = 1.01$$

$$\Rightarrow \Delta C \approx \frac{\Delta C^2}{\Delta C} \approx \frac{1.01}{2.2,019} \approx 0,25$$

$$\cos^2 \gamma = 1 - \sin^2 \delta$$

• 16 (iron) sizes \rightarrow organic fiber \rightarrow (\rightarrow) (\rightarrow) (\rightarrow)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}$$

$$\left| \frac{\partial c^2}{\partial (\sin \gamma)} \right| = \left| -\cancel{2}ab \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{1-\sin^2 \gamma}} (-\cancel{2} \sin \gamma) \right| =$$

$$= \left| \frac{2ab \sin \delta}{\sqrt{1 - \sin^2 \delta}} \right| = |2ab| \cdot \frac{\sin \delta}{\sqrt{1 - \sin^2 \delta}} \approx 352.6$$

$$\Rightarrow \Delta C^2 = 0,461499 + 352,6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-7} = 0,479129$$

$$\Rightarrow \Delta C \approx \frac{0.479129}{2.2.019} \approx 0.118655$$

$$\cos(\delta) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

החל מהצד השמאלי \rightarrow הצד הימני \rightarrow החל מהצד הימני \rightarrow הצד השמאלי!

ענין: $x=30$, $\ln(x - \sqrt{x^2-1})$

מכיוון ש- $x=30$, $\ln(x - \sqrt{x^2-1})$ הוא מספר שלילי

$x=30$

$x^2 = 30^2 = 900$; $x^2-1 = 899$

$\sqrt{899} \approx 29.9833 = 0.299833 \cdot 10^2$

הוא קרוב ל-30

$\Rightarrow x - \sqrt{x^2-1} = 30 - 29.9833 = 0.0167$

$z = x - \sqrt{x^2-1}$

$f = \ln(z)$

$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \Delta z \right| = \left| \frac{1}{z} \Delta z \right| = \left| \frac{1}{0.0167} \Delta z \right|$

$|\Delta z| = |\Delta x + \Delta(\sqrt{x^2-1})|$

$\frac{\Delta(\sqrt{x^2-1})}{\sqrt{x^2-1}} \approx 0.5 \cdot 10^{-5}$ (הוא קטן מאוד)

$\Rightarrow \Delta z = |\Delta x + 0.5 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{x^2-1}| \approx 0 + 0.5 \cdot 10^{-5} \cdot 29.9833$

$\Rightarrow \Delta f = \left| \frac{1}{z} \Delta z \right| = \frac{1}{0.0167} \cdot 14.99165 \cdot 10^{-5} = \boxed{0.897707 \cdot 10^{-2}}$ ✓

הערות: $\ln(x - \sqrt{x^2-1})$ הוא מספר שלילי

הוא קרוב ל-30

$x - \sqrt{x^2-1} = (x - \sqrt{x^2-1}) \cdot \frac{x + \sqrt{x^2-1}}{x + \sqrt{x^2-1}} = \frac{x^2 - (x^2-1)}{x + \sqrt{x^2-1}} =$

$= \frac{1}{x + \sqrt{x^2-1}}$ →

$\ln\left(\frac{1}{x + \sqrt{x^2-1}}\right) = -\ln(x + \sqrt{x^2-1})$

הוא קטן מאוד

הערות: Δx ו- Δy הם קטנים

$$(-1) \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$x^2 - 1 = 0.0167$$

הערות:

הערות: Δx ו- Δy הם קטנים

$$f = -\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

הערות: \ln היא פונקציה קבועה

$$|\Delta x| + |\Delta(\sqrt{x^2 - 1})| = 0.5 \cdot 10^{-5} \cdot 29.9833 =$$

הערות: Δx ו- Δy הם קטנים

$$\Rightarrow x + \sqrt{x^2 - 1} = 30 + 29.9833 = 59.9833$$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{1}{59.9833} \cdot 0.5 \cdot 29.9833 \cdot 10^{-5} = 0.24993 \cdot 10^{-5}$$

! הערה: Δf הוא קטן מאוד, ולכן f היא פונקציה קבועה

$$Z = \ln(x + 3y^2 + 2)$$

$$x, y > 0$$

הערות:

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial Z}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial Z}{\partial y} \Delta y \right|$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{1}{x + 3y^2 + 2} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial y} = \frac{6y}{x + 3y^2 + 2}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{1}{3 + 3^3 + 2} = \frac{1}{32} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial y} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \Delta Z = \frac{1}{32} \cdot 0.1 + \frac{9}{16} \cdot 0.1 = \frac{19}{32} \cdot 0.1 = \frac{19}{320} = 0.59375$$

$$\text{הערות: } y = 1 \Rightarrow Z = \ln(x + 3 + 2) = \ln(x + 5)$$

$$C_p = \left| \frac{\Delta Z / Z}{\Delta x / x} \right| = \left| \frac{\Delta Z}{\Delta x} \cdot \frac{x}{Z} \right| = \left| \frac{\partial Z}{\partial x} \cdot \frac{x}{Z} \right| = \left| \frac{Z'(x)}{Z} \cdot x \right|$$

$$\Rightarrow C_p = \left| \frac{1/(x+5)}{\ln(x+5)} \cdot x \right| = \left| \frac{x}{(x+5) \ln(x+5)} \right|$$



3 ke pers

3

$$C_p = \frac{|\Delta z/z|}{|\Delta x/x|} \Rightarrow \frac{\Delta z}{z} = C_p \left| \frac{\Delta x}{x} \right|$$

$$\Rightarrow \Delta z = \left| z \cdot C_p \cdot \frac{\Delta x}{x} \right|$$

od

$$z = \ln(x+5) = \ln(8)$$

$$C_p = \frac{3}{8 \ln(8)}$$

$$\Rightarrow \Delta z = \ln(8) \cdot \frac{3}{8 \ln(8)} \cdot \frac{0.1}{3} = \frac{0.1}{8} = \frac{1}{80} = 0.0125$$

$$z = \sqrt{7+2x+y^2}$$

od

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2}{\sqrt{7+2x+y^2}} \stackrel{x=y=3}{=} \frac{2}{\sqrt{22}} ; \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{\sqrt{7+2x+y^2}} \stackrel{x=y=3}{=} \frac{6}{\sqrt{22}}$$

$$\Rightarrow \Delta z = \frac{2}{\sqrt{22}} \cdot 0.1 + \frac{6}{\sqrt{22}} \cdot 0.1 = \frac{8 \cdot 0.1}{\sqrt{22}} \approx 0.17056$$

$$y=1 \Rightarrow z = \sqrt{8+2x}$$

od

$$C_p = \left| \frac{z'}{z} \cdot x \right| = \frac{z}{2\sqrt{8+2x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{8+2x}} \cdot x = \left| \frac{x}{8+2x} \right|$$

$$\Delta z = z \cdot C_p \cdot \frac{\Delta x}{x} = \sqrt{8+2x} \cdot \frac{x}{8+2x} \cdot \frac{0.1}{3} =$$

od

$$x=7 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{14}} \cdot \frac{0.1}{3} = \frac{0.1}{\sqrt{14}} = 0.026726$$

4. fce

$$f_1(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f\left(\frac{7}{8}\right) = \sqrt{\frac{7}{8}} \quad x = \frac{7}{8}$$

ok

$$f_2(x) = \sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{\frac{7}{8}} \Rightarrow x = \frac{49}{64}$$

$$f_3(x) = \sqrt{x-1} = \sqrt{\frac{7}{8}} \Rightarrow x-1 = \frac{7}{8} \Rightarrow x = 1\frac{7}{8}$$

$$f_4(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}} = \sqrt{\frac{7}{8}} \Rightarrow 8x-8=7x \Rightarrow x=8$$

✓

$$f_1(x) = \frac{1}{2x} \quad c_{p1} = \left| \frac{f_1'}{f_1} \cdot x \right| = \left| \frac{-1}{2x^2} \cdot x \right| = \frac{1}{2} // = \boxed{0.5}$$

נ

$$f_2(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}} \quad c_{p2} = \left| \frac{f_2'}{f_2} \cdot x \right| = \left| \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} \cdot x \right| = \left| \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} \cdot x \right| = \frac{1}{4} // = \boxed{0.25}$$

$$f_3(x) = \sqrt{x-1} = (x-1)^{\frac{1}{2}} \quad c_{p3} = \left| \frac{f_3'}{f_3} \cdot \frac{1}{f_3} \cdot x \right| = \left| \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}} \cdot x \right| = \frac{x}{2(x-1)} \quad \bar{x} = \frac{15}{14} \approx \boxed{1.07143}$$

(כאן 4 קווי קווי) $x = 1\frac{2}{8}$

$$f_4(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}} = \left(\frac{x-1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad f_4' = \frac{1}{2} \left(\frac{x-1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1 \cdot x - (x-1)}{x^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{x}{x-1}} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow c_{p4} = \left| \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x-1}} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \sqrt{\frac{x}{x-1}} \cdot x \right| =$$

$$= \left| \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x-1} \cdot \frac{1}{x} \right| = \frac{1}{2(x-1)} \quad \bar{x} = \frac{1}{14} = \boxed{0.071429}$$

$x = 8$

$$c_p = \left| \frac{\Delta f / f}{\Delta x / x} \right| \Rightarrow \left| \frac{\Delta f}{f} \right| = c_p \cdot \left| \frac{\Delta x}{x} \right|$$

נ

פרק החישוב גורם בולט הוא כי יש c_p שלב הכי קטן שזה
 הוא רגישות הכי פחות (למשתנה) ולכן משהם האמצע של f_4 זה
 למעשה c_p של זה הוא החשוב ביותר מבין אלו
 הפה ולכן משהם האמצע של זה הוא החשוב ביותר.
 (הפרדתן של שני המשתנים x ו- $x-1$ משהם אמצעיהם)
 יתכן וזהו לא במקרה.

$$x = 3142.371$$

$$y = \tan(x)$$

$$x = 3142.371 = 0.3142371 \cdot 10^4$$

ה- x ו- 7 ספרות משמעותיות

ה- $K(3N)$ הוא המכנה המשותף המזערי של המספרים $3N$ ו- 7

המספרות המשותפות הן 7

$$\Delta x = 0.5 \cdot 10^{-6} \quad \leftarrow x \text{ ו- } 7 \text{ ספרות משמעותיות}$$

$$y = \tan x$$

$$y' = \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

ה- C_p (3N)

$$\frac{\partial}{\partial} \cdot x = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \cdot x = \frac{1}{\sin x \cos x} \cdot x = \frac{2x}{\sin(2x)}$$

$$\Rightarrow C_p = \left| \frac{\partial}{\partial} \cdot x \right| = \left| \frac{2x}{\sin(2x)} \right| \approx 0.6285 \cdot 10^4$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta y}{y} \right| = \left| C_p \frac{\Delta x}{x} \right| \approx 0.6285 \cdot 10^4 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 0.314 \cdot 10^{-2}$$

$$t = 3 \quad \leftarrow 1 - t = -2 \quad \text{ה- } 7 \text{ ו- } 3 \text{ ספרות משמעותיות}$$

אין רווחים ט אחרים (4) ספרות משמעותיות!

המספר המזערי המשותף של 7 ו- 3 הוא 21

כאשר אין רווחים ט אחרים (4) ספרות משמעותיות

המספר המזערי המשותף של 7 ו- 3 הוא 21 !

$$\frac{\Delta y}{y} = C_p \frac{\Delta x}{x} \Rightarrow \Delta y = \left| y \cdot C_p \cdot \frac{\Delta x}{x} \right| \approx$$

$$\approx \left| 0.986 \cdot 0.314 \cdot 10^{-2} \right| \approx 0.31 \cdot 10^{-2}$$



5 the penit

১৯

$$148.5 \text{ ml} = 20$$

6. Conclusions

$$0.1 \cdot 148 \text{ J mol}^{-1} \cdot \text{O} = 14.8 \text{ J mol}^{-1} = \Delta$$

Revised: 12/15/2011 10:00

$$d \cdot c \cdot 0 = x \Delta$$

(1.3) → הצדק המקורי שמוכח

$$\tilde{y} = \tan \left\{ \left[x - (1 \pm u) \cdot (1000 \cdot \pi) \right] (1 \pm u) \right\} \cdot (1 \pm u) =$$

$$= \frac{1}{1.02} \left[(X - 1000\pi - 1000\pi \cdot u) \cdot (1+u) \right] \cdot (1+u) =$$

$$= \tan \left\{ (x - 1000\pi) \left(1 - \frac{1000\pi u}{x - 1000\pi} \right) (1+u) \right\} (1+u) =$$

$$= \tan \left\{ (x - 100^\circ \pi) \left[1 + u \left(1 + \frac{100^\circ \pi}{x - 100^\circ \pi} \right) \right] \right\} (1 + u) =$$

$$\stackrel{2}{=} (1+u) \left\{ \tan(x-1000\pi) + \frac{1}{\cos^2(x-1000\pi)} \cdot 0.4 \cdot \left(1 + \frac{1000\pi}{x-1000\pi} \right) \right\} =$$

$$\approx (1+u) \left\{ \tan(x - 1000\pi) + 2u \left(1 + \frac{1000\pi}{x - 1000\pi} \right) \right\}$$

(112N) $x = 3142.371$, uko

$\Rightarrow \left| \frac{24}{5} \right| = ?$ -5

הפונקציה $y = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ היא פונקציה זוגית (כלומר $f(-x) = f(x)$)

לפיכך, כדי לבדוק את הנכונות של הטענה, מספיק לבדוק את הפונקציה עבור $x > 0$.
 הפונקציה $f(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ היא פונקציה זוגית, כלומר $f(-x) = f(x)$.
 הפונקציה $f(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ היא פונקציה זוגית, כלומר $f(-x) = f(x)$.
 הפונקציה $f(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ היא פונקציה זוגית, כלומר $f(-x) = f(x)$.

הפונקציה

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 100} \quad x_0 = 2^k$$

החישובים \rightarrow Maple, הפונקציה

$k=10$; $x=2^{10}$	$\sqrt{x^2 - 100} = 1023.95$	$f(x) = 0.05$
$k=11$; $x=2^{11}$	$\sqrt{x^2 - 100} = 2047.98$	$f(x) = 0.02$
$k=12$; $x=2^{12}$	$\sqrt{x^2 - 100} = 4095.99$	$f(x) = 0.01$
$k=13$; $x=2^{13}$	$\sqrt{x^2 - 100} = 8191.99$	$f(x) = 0.01$
$k=14$	$\sqrt{x^2 - 100} = 16384$	$f(x) = 0$
$k=15 \dots 22$	$f(x) = 0$	

כל x גדול יותר, כל החישובים הקטנים 100 מתעלמים, כלומר $f(x) \approx x - \sqrt{x^2} = x - x = 0$.
 כלומר, $x_0 = 2^{14}$ הוא הערך הקטן ביותר עבורו $f(x) = 0$.
 כלומר, $f(x) = 0$ עבור $x \geq 2^{14}$.



או

נניח להיבדל כי התוצאה הנל היא חישוב נוסחה שני
 נוסחים קטנים (אנחנו נבדל).

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 100} \Rightarrow (x - \sqrt{x^2 - 100}) \cdot \frac{(x + \sqrt{x^2 - 100})}{(x + \sqrt{x^2 - 100})} =$$

"רציונליזציה" - כן נבדל

$$= \frac{x^2 - (x^2 - 100)}{x + \sqrt{x^2 - 100}} = \frac{100}{x + \sqrt{x^2 - 100}}$$

הנלך כי כגון אן חישוב בין שני נוסחים קטנים.
 (הנלך כי - חישוב שני נוסחים קטנים):

$x = 2^{10}$	$\sqrt{\quad} = 1023.95 \Rightarrow f = 0.01883$
$x = 2^{11}$	$\sqrt{\quad} = 2047.98 \Rightarrow f = 0.0244$
$x = 2^{12}$	$\sqrt{\quad} = 4095.99 \Rightarrow f = 0.0122$
$x = 2^{13}$	$\sqrt{\quad} = 8191.99 \Rightarrow f = 0.0061$
$x = 2^{14}$	$\sqrt{\quad} = 16384 \Rightarrow f = 0.00305$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 100} = x$ - כן, $x = 2^{14}$ ונלך נקל.

$$f = \frac{100}{x + x} = \frac{100}{2x} = \frac{50}{x}$$

$$\Rightarrow f(2^i) = \frac{50}{2^i}$$

$$i = 15.22$$

למעשה, אנו רואים כי f הוא פונקציה

\leq כאשר f היא פונקציה $f = 0$ כאשר f היא פונקציה $f = 0$
 ההתאמה