משתנה בוליאני: משתנה שיכול לקבל 0 או 1.
ליטרל: x , $\overline{x}$ (משתנה בוליאני או שלילה שלו)
פסוקית: $\left(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3\right)$ (רשימה של ליטרלים עם סימן $\vee$ ביניהם)
פסוק CNF: $\left(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3\right) \wedge \left(\ldots \vee \ldots \vee\right) \wedge \left(\ \right) \ldots$ (רשימה של פסוקיות עם $\wedge$ ביניהן)
פסוק $3-CNF$: פסוק CNF שבו כל פסוקית מכילה שלושה ליטרלים בדיוק.

הערה: השמה v מספקת פסוק CNF אם ורק אם היא נותנת ערך T לפחות לליטרל אחד בכל פסוקית.

$SAT = \{\varphi \mid$ ספיק CNF הוא פסוק $\varphi\}$
$3SAT = \{\varphi \mid$ ספיק $3-CNF$ הוא פסוק $\varphi\}$

SAT שייכת ל NP:
נראה מכונה א"ד פולינומית המקבלת אותה:
M_{SAT} על φ:
- אם φ איננו פסוק CNF נדחה.
- תנחש השמה.
- תבדוק האם ההשמה מספקת את φ ואם כן אז תקבל ואחרת תדחה.

פולינומיות:
ניחוש המכונה פולינומי באורך הפסוק. הבדיקות פולינומיות גם כן, ולכן סה"כ החישוב פולינומי.

אם $\varphi \in SAT$ אז הפסוק הוא הפסוק ספיק ולכן קיימת השמה שמספקת אותו, ולכן במסלול בו מנחשים השמה זו, M_{SAT} תקבל. לכן $\varphi \in L\left(M_{SAT}\right)$
אם $\varphi \notin SAT$ אז הפסוק הוא לא פסוק ספיק ולכן לא קיימת השמה שמספקת אותו. לכן בכל המסלולים M_{SAT} תדחה. לכן $\varphi \notin L\left(M_{SAT}\right)$

$3SAT \leq_P SAT$
רוצים: $f\left(\varphi\right) = \varphi'$ כך ש φ' הוא פסוק CNF ספיק אם ורק φ הוא פסוק $3CNF$ ספיק.
נגדיר את f באופן הבא:
אם φ הוא $3-CNF$ אז $f\left(\varphi\right) = \varphi$
אחרת $f\left(\varphi\right) = x_1 \wedge \overline{x}_1$

פולינומיות: ברור שהרדוקציה פולינומית - בדיקה אם φ הוא פסוק $3-CNF$ והעתקת הפסוק או כתיבת מחרוזת קבועה.

תקפות: אם $\varphi \in 3SAT$ אז φ הוא פסוק $3-CNF$ ספיק ולכן $f\left(\varphi\right) = \varphi' = \varphi$ ולכן φ' הוא פסוק CNF ספיק ולכן $\varphi' \in SAT$.
אם $\varphi \notin 3SAT$ אז קיימות שתי אפשרויות:
1. φ הוא לא פסוק $3-CNF$. במקרה זה $\varphi' = x_1 \wedge \overline{x}_1$ ולכן לא ספיק ולכן $\varphi' \notin SAT$.
2. φ הוא פסוק $3-CNF$ לא ספיק. לכן $\varphi' = \varphi$ ולכן לא ספיק ולכן $\varphi' \notin SAT$.

$SAT \le_P 3SAT$.

רוצים: φ פסוק CNF ספיק אם ורק אם $f(\varphi)=\varphi'$ הוא פסוק $3-CNF$ ספיק.

יש כמה אפשרויות: לכל פסוקית:

1. l_{i1} - נחליף אותו ב $l_{i1} \vee l_{i1} \vee l_{i1}$
2. $l_{i1} \vee l_{i2}$ - נחליף אותה ב $l_{i1} \vee l_{i1} \vee l_{i2}$
3. $l_{i1} \vee l_{i2} \vee l_{i3}$ - אין צורך להחליף, נשאיר $l_{i1} \vee l_{i2} \vee l_{i3}$
4. $l_{i1} \vee l_{i2} \vee l_{i3} \vee \ldots \vee l_{ik}$ נוסיף משתנים משלנו:

$$(l_{i1} \vee l_{i2} \vee y_{i1}) \wedge (\bar{y}_{i1} \vee l_{i3} \vee y_{i2}) \wedge (\bar{y}_{i2} \vee l_{i4} \vee y_{i3}) \wedge \ldots \wedge (\bar{y}_{k-4} \vee l_{ik-2} \vee y_{k-3}) \wedge (\bar{y}_{k-3} \vee l_{ik-1} \vee l_{ik})$$

נראה: φ' ספיק $\Rightarrow$ φ ספיק

φ ספיק $\Rightarrow$ φ' ספיק

אם φ ספיק אז יש השמה שמספקת אותו ולכן גם כל אחת מהפסוקיות שהרחבנו.
לכן קיים l_{i+1} כלשהו שמקבל T. ניתן T לכל המשתנים החדשים עד לפסוקית החדשה בה מופיע l_{i+1} ו F לכל המשתנים החדשים מהפסוקית החדשה בה מופיע l_{i+1} ועד הסוף.
בכל הפסוקיות החדשות עד הפסוקית בה מופיע l_{i+1} יש לנו $\bar{y}$ כאשר y מקבל F ולכן הן מסופקות.
בכל הפסוקיות החדשות שאחרי הפסוקית הנ"ל, מופיע y אשר מקבל T ולכן הן מסופקות.
בפסוקית בה מופיע l_{i+1} הוא מוקבל T ולכן הפסוקית מסופקת.

אם φ' ספיק נניח בשלילה שקיימת השמה שמספקת אותו אבל לא מספקת את φ.
לכן כל ה l_i-ים מקבלים F. בכל מקרה נקבל שבאחת מהפסוקיות

$$(l_{i1} \vee l_{i2} \vee y_{i1}) \wedge (\bar{y}_{i1} \vee l_{i3} \vee y_{i2}) \wedge (\bar{y}_{i2} \vee l_{i4} \vee y_{i3}) \wedge \ldots \wedge (\bar{y}_{k-4} \vee l_{ik-2} \vee y_{k-3}) \wedge (\bar{y}_{k-3} \vee l_{ik-1} \vee l_{ik})$$

יתקבל $F \vee F \vee F$ ולכן היא לא מסופקת ולכן φ' לא ספיק.

$L \in NP$ אם קיים יחס דו מקומי R כך ש:

1. R חסום פולינומית: אם $(x,y) \in R$ אז $|y| \le poly(|x|)$
2. R ניתן לזיהוי פולינומי: בהינתן זוג (x,y) קיימת מ"ט המזהה בזמן פולינומי אם $(x,y) \in R$.
3. $L = \{x \mid \exists y : (x,y) \in R\}$

$R_{SAT} = \{(\varphi,\tau) \mid CNF$ שהוא פסוק φ מספקת את τ ההשמה$\}$

1. $|\tau| \le |\varphi|$ (כי מתייחסים רק למשתנים שמופיעים ב φ).
2. ניתן לזיהוי פולינומי - הצבה ואחריה בדיקה האם הפסוק מסתפק מההשמה.
3. $SAT = \{\varphi \mid$ ספיק CNF הוא פסוק $\varphi\} = \{\varphi \mid$ הוא CNF φ ו φ שמספקת את ρ קיימת השמה$\}$
וזה בדיוק ההגדרה המתאימה ל R.