הלוגיקה CTL:

<u>בסיס</u>: $p \in AP$, T / F

<u>כללי יצירה</u>: $\neg, \vee$

- כל אופרטור מורכב מצמד של כמת מסלול E, A ואופרטור טמפורלי G, F, U, X.
- מספיק להגדיר רק את $EG, EU, EX, \vee, \neg$ ועבור השאר להשתמש בקיצורים:
- לדוגמה: $AF\varphi \triangleq \neg EG \neg \varphi$ "בכל המסלולים, מתישהו בהמשך יתקיים φ" זה כמו להגיד ש"לא קיים מסלול שבו תמיד לא מתקיים φ".
- נשים לב שכל תת נוסחת CTL היא נוסחת מצב.
- לדוגמה: עבור $AXEGp$ נקבל EGp היא נוסחת מצב, וממנה אפשר לקבל את הנוסחה האטומית p.

דוגמאות:

EGp - אם מצב מקיים את הנוסחה הזאת, אז קיים ממנו מסלול שכל המצבים בו מקיימים את p.

AGp - אם מצב מקיים את הנוסחה הזאת, אז כל תת העץ שלו מקיים את p.

EXp - אם מצב מקיים זאת, אז יש לו בן שמקיים p.

AXp - כנ"ל - אבל כל הבנים צריכים לקיים p.

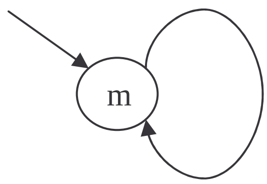
$E\left(pUq\right)$ - קיים מסלול מתחיל ברצף של p עד שמגיעים לפעם הראשונה של q (וחייבים להגיע)

$A\left(pUq\right)$ - כל מסלול מתחיל ברצף של p עד שמגיעים לפעם הראשונה של q (וחייבים להגיע)

אילו מהמבנים הבאים הם מודלים לנוסחה (מספקים את הנוסחה): $\varphi = A\left(pU\left(E\left(qUm\right)\right)\right)$

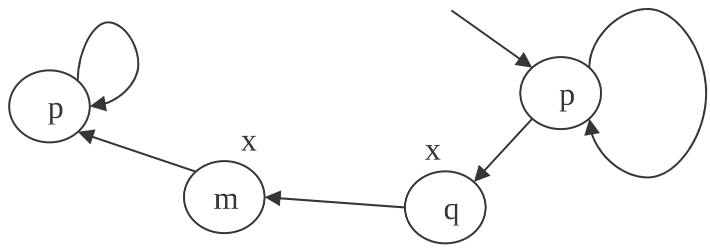
כאשר p, q, m הן נוסחאות אטומיות.

א.



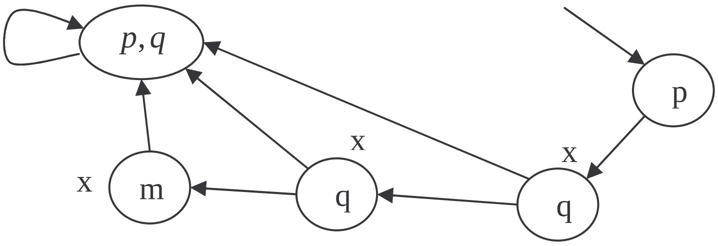
המבנה הזה מקיים את $x = E\left(qUm\right)$ ולכן הוא מספק את $A\left(pUx\right) = \varphi$.

ב.



המבנה הזאת לא מקיים את φ בגלל המסלול שעובר כל זמן במצב הראשון.

ג.



המצב הראשון מספק את p וכל המסלולים שיוצאים ממנו עוברים דרך המצב השני שמספק את x.

נתונות הנוסחאות: $\varphi_1 = AXXp$

$\varphi_2 = AXEXp$

האם $\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ ($\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ אם לכל מבנה M ולכל מצב s ב M מתקיים:

($M,S \models \varphi_2 \Leftarrow M,S \models \varphi_1$

הפירוש של φ_1 הוא שכל נכד של המצב מספק את p.

הפירוש של φ_2 הוא שלכל בן של המצב, קיים בן שמספק את p.

לכן ברור ש $\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$

הוכחה פורמאלית:

נתון $M,s \models \varphi_1$, כלומר לכל מסלול $\pi = s_0, s_1, \ldots$ כך ש $s_0 = s$ מתקיים ש $\pi^2 \models p$.

צ"ל: $M,s \models \varphi_2$.

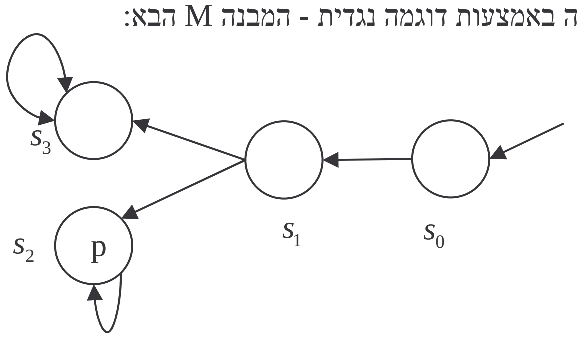
הוכחה: יהי $\pi' = s_0', s_1', \ldots$ מסלול כלשהו ב M שמתחיל מ s (כלומר $s_0' = s$). עלינו להראות ש $\pi' \models XEXp$. כלומר עלינו להראות שמתקיים $s_1' \models EXp$.

מהנתון ידוע ש $\pi' \models XXp$ ולכן $\pi'^1 \models Xp$. כלומר $s_1' \models EXp$.

הראנו שלכל מסלול π' שמתחיל מ s ולכן $M,s \models AXEXp = \varphi_2$.

האם $\varphi_2 \models \varphi_1$? לא!

הוכחה באמצעות דוגמה נגדית - המבנה M הבא:



$M \models AXEXp$ אבל $M \not\models AXXp$ כי $s_3 \not\models p$.

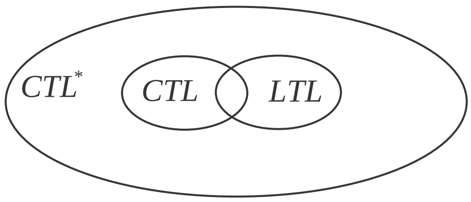
<u>LTL</u>

נוסחת LTL היא נוסחה מהצורה AF, כאשר F היא נוסחת מסלול שאין בה כמתי מסלול (כל תתי הנוסחאות של F שהן נוסחאות מצב שאין בהן E, A).

דוגמה: $A\left(Xq \vee GFp\right)$ - מה שבסוגריים הוא נוסחת מסלול. נוסחאות המצב הן p, q. Xp, GFp הן נוסחאות מסלול.

CTL*	LTL	CTL	
V	V	X (אין זוג ל X השני)	$AXXp$
V	X (יש E באמצע)	V	$AXEXp$
V	X (יש E באמצע)	X (אין זוג ל G)	$AXEFGp$
X (זו נוסחת מסלול)	X (לא מתחיל ב A)	X (אין זוג ל X)	$XEFGp$ נוסחת מסלול

נוסחאות מצב:



$AXp \in CTL \cup LTL$

הצרנה: תרגום תיאור מילולי לנוסחה.
ספציפיקציות הן דרישות כלליות מהמערכת.

דוגמה: נתונה קבוצה של נוסחאות אטומיות. $AP = \{m, d, l\}$

m מסתפק אם המכונית בתנועה.
d מסתפק אם הדלתות פתוחות.
l מסתפק אם האור בפנים דולק.

תרגמו את הספציפיקציות הבאות ל CTL:

א. כשהדלתות פתוחות המכונית לא נוסעת. $AG(d \to \neg m)$

ב. אם הדלתות פתוחות אזי האור דולק וממשיך לדלוק כל עוד המכונית איננה בתנועה.
ניסיון ראשון: $AG(d \to lUm)$ לא טוב, כי זה לא CTL כי יש אופרטור טמפורלי U בלי כמת E / A.
ניסיון שני: $AG(d \to A[lUm])$ גם לא טוב, כי זה מחייב שאם הדלתות פתוחות אז מתישהו בעתיד המכונית תהיה בתנועה.
ניסיון שלישי: $AG(d \to \neg E[\neg mU(\neg l \wedge \neg m)])$

ג. כשהדלת נסגרת האור נשאר דולק למשך שני רגעים לפחות. $AG[d \to AX(\neg d \to l \wedge AXl)]$