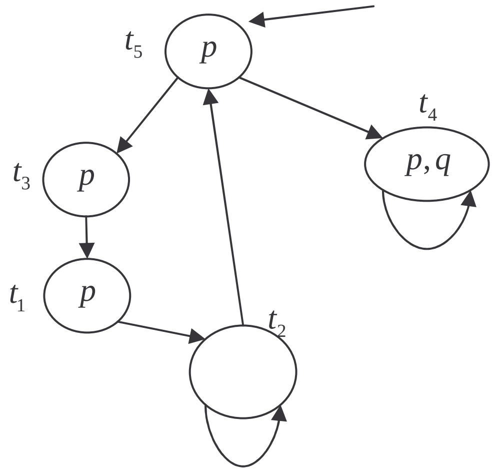
הלוגיקה CTL^*
נתונה קבוצה Ap של נוסחאות אטומיות.

<u>נוסחאות המצב:</u>
- $True, False\ ,\ p \in Ap$
- $\neg p_1, p_1 \vee p_2$ עבור $p_1, p_2 \in Ap$
(ניתן גם להשתמש ב $p_1 \wedge p_2$ כי ניתן ליצור אותו מהשנים הקודמים)
- $E\psi_1$ עבור ψ_1 נוסחת מסלול.

<u>נוסחאות מסלול:</u>
- כל נוסחת מצב היא גם נוסחת מסלול
- $\psi_1 \overbrace{U}^{*} \psi_2, \overbrace{X}^{*} \psi_1, \psi_1 \vee \psi_2, \neg \psi_1$ עבור ψ_1, ψ_2 נוסחאות מסלול.
* - אופרטורים טמפורליים.

השפה CTL^* היא קבוצת כל נוסחאות המצב.

המבנה: M



יהי $\pi = s_0, s_1, s_2, \ldots$ מסלול כלשהו במבנה קריפקה. נגדיר את הסיפא π^i להיות $s_i, s_{i+1}, \ldots$.
אם φ נוסחת מצב, ו π נוסחת מסלול אז $\pi \models \varphi$ אם המצב הראשון ב π מספק את φ.

דוגמה: $\pi : t_5 \to t_4 \to t_4 \to \ldots$
האם $\pi \models (p \wedge \neg q)$ - כן, כי המצב הראשון במסלול, t_5, מספק את $(p \wedge \neg q)$.
(אם p לא רשום בתוך מצב כלשהו, אז הכוונה היא שהמצב מספק את $\neg p$)

עבור נוסחת מסלול $X\psi$ מתקיים ש: $\pi \models X\psi \Leftrightarrow \pi^1 \models \psi$
דוגמה: $\pi = t_5 \to t_3 \to t_1 \to t_2 \to t_2 \to \ldots$
האם $\pi \models Xp$? תשובה: $\pi \models Xp \Leftrightarrow \pi^1 \models p$ וזה אכן מתקיים כי $\pi_1 = t_3 \to t_1 \to t_2 \to t_2 \to \ldots$
ומתקיים ש $t_3 \models p$.

עבור נוסחת מסלול $\psi_1 U \psi_2$ מתקיים ש: $\pi \models \psi_1 U \psi_2$ אם קיים $k \geq 0$ כך ש $\pi^k \models \psi_2$ ולכל $0 \leq i < k$ מתקיים ש $\pi^i \models \psi_1$.

דוגמה: $\pi = t_5 \to t_3 \to t_1 \to t_2 \to t_2 \to \dots$

האם $\pi \models pU(\neg p \wedge \neg q)$?

$\pi^3 \models \neg p \wedge \neg q$ כי $t_2 \models \neg p \wedge \neg q$

ואכן לכל $i = 0,1,2$ מתקיים ש $\pi^i \models p$ (כי $t_5, t_3, t_1 \models p$).

<u>נוסחאות מצב</u>

בהינתן נוסחת מסלול ψ_1 ומצב s, נאמר ש $s \models E\psi_1$, אם קיים מסלול שיוצא מ s ומספק את ψ_1.

דוגמה:

האם $t_1 \models E\underbrace{(TrueUq)}_{*}$?

* = מסלול.

כן, המסלול המוכיח הוא $\pi: t_1 \to t_2 \to t_5 \to t_4 \to t_4 \to \dots$ כי $\pi^3 \models q$ כי $t_4 \models q$ וכל מצב מספק את $True$.

קיצורים: $\wedge, \to, \leftrightarrow$

$A\psi \triangleq \neg E \neg \psi$ נוסחת מצב.

$F\psi \triangleq TrueU\psi$

$G\psi \triangleq \neg F \neg \psi$

נוסחאות מסלול.

מבנה מספק נוסחה אם כל המצבים ההתחלתיים שלו מספקים אותה.

<u>דוגמה:</u>

האם

$$M \models E\left[(Xp)U\left(X(\neg q \wedge \neg p)\right)\right]?$$

$$\Updownarrow$$

$$t_5 \models \left[(Xp)U\left(X(\neg q \wedge \neg p)\right)\right]$$

כן, כי יוצא מ t_5 מסלול שמספק את $(Xp)U\left(X(\neg q \wedge \neg p)\right)$:

$\pi: t_5 \to t_3 \to t_1 \to t_2 \to t_2 \to \dots$

$\pi^2 \models X(\neg q \wedge \neg p)$, $\pi^3 \models \neg q \wedge \neg p$

וגם $\pi^0, \pi^1 \models Xp$

נוסחה φ נקראת ספיקה אם קיים מבנה M כך ש $M \models \varphi$.

דוגמאות:

האם הנוסחה $\varphi = EX_p \wedge AX\neg p$ ספיקה? לא! נניח בשלילה שקיים M כך ש $M \models \varphi$

$M \models EXp$ לכן קיים מסלול ממצב התחלתי s_0, $\pi \models s_0, s_1, \dots$ כך ש $\pi^1 \models p$.

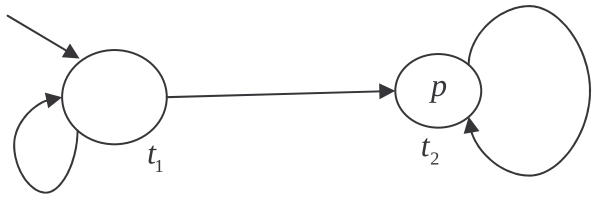
בנוסף $M \models AX\neg p$ ולכן כל מסלול שיוצא ממצב התחלתי s_0 ובפרט π מקיים, $\pi \models X\neg p$ כלומר, $\pi^1 \models \neg p$ וקיבלנו סתירה.

האם הנוסחה $\varphi = E(GEXp \wedge F\neg p)$ ספיקה?

$F\neg p$ - יש מצב על המסלול שמספק את $\neg p$

$GEXp$ - מכל מצב על המסלול יוצא מסלול (לא דווקא אותו המסלול שאנחנו מסתכלים עליו) שמספק את Xp , זאת אומרת, שיש לו בן במסלול שמספק את p .

נסתכל לדוגמה על המבנה M הבא:



נסתכל על המסלול: $\pi : t_1 \rightarrow t_1 \rightarrow t_1 \rightarrow ...$

ברור שהוא מספק את $F\neg p$.

הוא גם מספק את $GEXp$ כי לכל מצב במסלול (כלומר ל t_1), יש מסלול היוצא ממנו, שמספק את Xp (מסלול שהצעד הבא בו הוא אל המצב t_2).

לכן הנוסחה ספיקה.