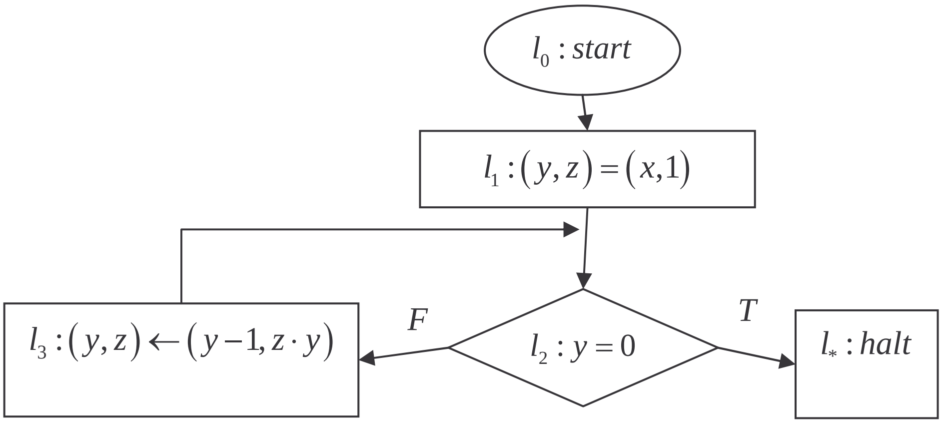

$\{q_1(\overline{x})\} P \{q_2(\overline{x})\}$

שיטת פלויד:

1. הגדרת קבוצת נקודות חתך C (תוויות) כך שמתקיימים: $l_0, l_* \in C$.
   כל לולאה בגרף מכילה נקודת חתך אחת לפחות.
2. לכל נקודת חתך $l \in C$ מצמידים טענה אינדוקטיבית $I_l(\overline{x})$ כך שמתקיימים:
   $I_{l_0}(\overline{x}) = q_1(\overline{x})$, $\quad I_{l_*}(\overline{x}) = q_2(\overline{x})$
3. לכל מסלול בסיסי $r = (l, l')$ יש להוכיח: (מסלול בסיסי – אין נקודות חתך אחרות באמצע)
   $$\forall \overline{x}\left[I_l(\overline{x}) \wedge R_r(\overline{x}) \rightarrow I_{l'}(T_r(\overline{x}))\right]$$

אם הצלחנו להוכיח אז נאמר: $\vdash_F \{q_1\} P \{q_2\}$ (הטענה יכיחה במערכת ההוכחה של פלויד)

לדוגמה, עבור התוכנית שלמעלה: $\{x \geq 0\} P \{z = x!\}$

נבחר נקודות חתך: l_0, l_2, l_*

טענות אינדוקטיביות:

$$I_{l_0} \triangleq q_1(\overline{x}) = (x \geq 0)$$
$$I_{l_*} \triangleq q_2(\overline{x}) = (z = x!)$$
$$I_{l_2} \triangleq ((z \cdot y! = x) \wedge (x \geq 0) \wedge (y \geq 0))$$

נגדיר מסלולים: (המסלולים לא כוללים את ביצוע הפקודה האחרונה בהם).

$$\alpha = l_0 l_1 l_2$$
$$\beta = l_2 l_3 l_2$$
$$\gamma = l_0 l_1 l_2$$

צ"ל:
$$\alpha : \forall \overline{x}\left[\underbrace{x \geq 0}_{I_{l_0} = q_1} \wedge True \rightarrow \underbrace{(z \cdot y! = x!) \wedge (x \geq 0) \wedge (y \geq 0)}_{I_{l'}}\left[(x,y,z) \leftarrow (x,x,1)\right]\right]$$

נציב ונקבל: $\equiv \forall \overline{x}\left[x \geq 0 \rightarrow (1 \cdot x! = x!) \wedge (x \geq 0) \wedge (x \geq 0)\right]$ - נכון אריתמטית.

צ"ל: $$\beta:\forall\overline{x}\left[\begin{array}{l}\underbrace{z\cdot y!=x!\wedge x\geq 0\wedge y\geq 0}_{I_l=I_{l_2}}\wedge\underbrace{\neg(y=0)}_{R_2}\rightarrow\\(z\cdot y!=x!)\wedge x\geq 0\wedge y\geq 0\left[(x,y,z)\leftarrow(x,y-1,z\cdot y)\right]\end{array}\right]$$

נציב ונקבל: $$\forall\overline{x}\left[z\cdot y!=x!\wedge x\geq 0\wedge y\geq 0\rightarrow\left(z\cdot\underbrace{y\cdot(y-1)!}_{=y!}=x!\right)\wedge x\geq 0\wedge y\cdot 1\geq 0\right]\equiv$$ נכון!

צ"ל: $$\gamma:\forall\overline{x}\left[\underbrace{(z\cdot y!=x!)\wedge x\geq 0\wedge y\geq 0}_{I_l=I_{l_2}}\wedge\underbrace{y=0}_{R_\gamma}\rightarrow\underbrace{(z=x!)}_{I_{l*}}\left[(x,y,z)\leftarrow(x,y,z)\right]\right]$$

נציב ונקבל: $$\forall\overline{x}\left[\left(z\cdot\underbrace{y!}_{1}=x!\right)\wedge x\geq 0\wedge y=0\rightarrow z=x!\right]\equiv$$ נכון אריתמטית.

זוג $(W,>)$ הוא קבוצה מבוססת היטב אם w היא קבוצה ו '$>$' יחס סדר חלקי על W, ולא קיימת סדרה אינסופית $w_0, w_1, w_2,...$ כך ש $\forall_i w_i \in W$ המקיימת $w_0 > w_1 > w_2 > w_3...$

דוגמאות:

$(\mathbb{N},>)$ - קבוצה מבוססת היטב!

$(\mathbb{R}^+,>)$ - לא קבוצה מבוססת היטב – למשל ניתן לבחור בסדרה: $r_1, \frac{r_1}{2}, \frac{r_1}{4},...$

בהינתן A קבוצה סופית ויחס '$>$' הכלה.

$(p(A),\supset)$ - קבוצה מבוססת היטב!

עבור A אינסופית:

$(p(A),\supset)$ - לא קבוצה מבוססת היטב – למשל אם $A=\mathbb{N}$ נבחר
$$A_0 = \mathbb{N}$$
$$A_{i>0} = A_{i-1} \setminus \{i\}$$

$(N \times N,>)$ - $(n',m')>(n,m) \Leftrightarrow (n'>m) \vee (n'=n \wedge m'>m)$ (יחס סדר לקסיקוגרפי) גם קבוצה מבוססת היטב. לאחר שבחרנו זוג התחלתי (n_0,m_0) נוכל אומנם לרדת ל (n_0-1,m_1) כך ש m_1 גדול כרצוננו, אולם הוא עדין סופי, ולכן אפשר לשים לכל היותר m_1 איברים עד שנאלץ לרדת ל n_0-2 וכך בסופו של דבר, הסדרה חייבת להיות סופית.

$(z^-,'>')$ - $(x'>'y) \Leftrightarrow (x<y)$ - גם קבוצה מבוססת היטב. אם נבחר $a_0=-n_0$ (זאת אומרת מספר שלילי כלשהו), נוכל להתקדם לכל היותר n_0 צעדים עד שנגיע חזרה לאפס.

$(\Sigma^*,$"רישא ממש"$)$ – גם קבוצה מבוססת היטב.