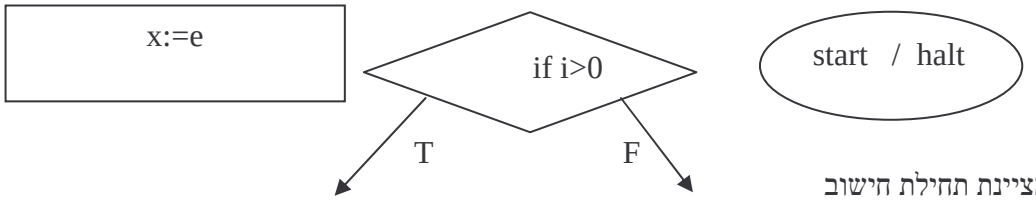
<u>שיטת פלויד להוכחת נכונות:</u>
שפת PLF: מכיל :

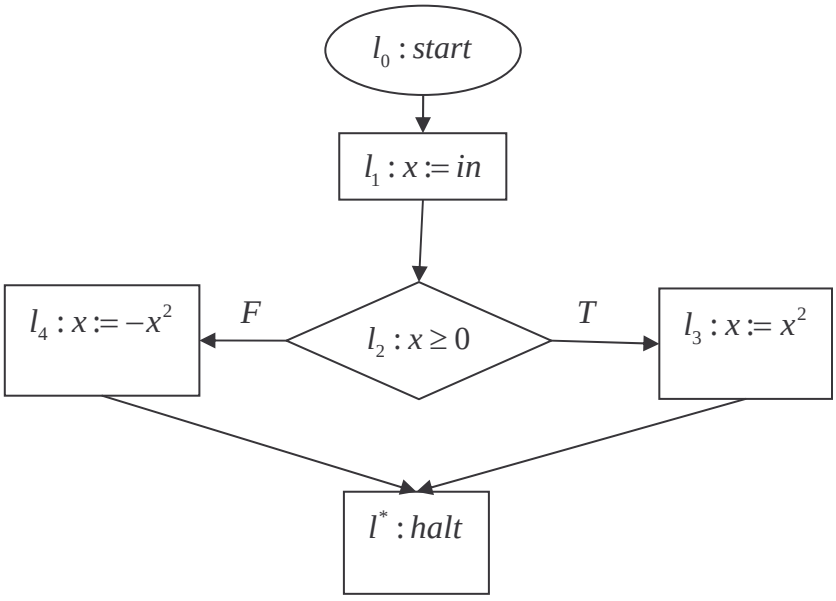


start: מציינת תחילת חישוב
הצבה: $\bar{x} := \bar{e}$ הצבה סימולטנית
לדוגמה, אם רשום: $(x_1, x_2) := (x_1^2, x_1)$ ומתקיים לפני זה $(x_1, x_2) = (2,1)$
אז נקבל $(4,2)$ ולא $(4,4)$

תנאי בוליאני: $B(\bar{x})$
halt : סיום הריצה.

תוכנית $p \in PLF$ היא גרף סופי מכוון שצמתיו מכילים את הפקודות הנ"ל.
לכל צומת מוצמדת תווית.
לצומת start אין אבות.
לצומת halt אין בנים.
לצומת הצבה בן אחד בדיוק.
לצומת בדיקה (תנאי) שני בנים בדיוק המסומנים True, False.
כל צומת בגרף נמצא על מסלול מצומת start לצומת halt.
לצמתים שונים יש תוויות שונות.
נסמן את קבוצת התוויות ב Lp .

דוגמה לתוכנית PLF:



$R_\tau(\bar{x})$ - תנאי ישיגות מעל משתני התוכנית. אם התנאי מתקיים בכניסה למסלול אזי החישוב יעבור על המסלול.

$T_\tau(\bar{x})$ - טרנספורמציית המצבים: פונקציה שנותנת את ערכי המשתנים בסוף המסלול כתלות בערכם בתחילתו.

$\tau = l_{i0}, l_{i1}, ..., l_{ik}$ - מסלול באורך $k+1$ (מספר הצמתים במסלול).
מעבר על המסלול τ פירושו ביצוע הפקודות $l_{i0}, l_{i1}, ..., l_{ik}$ לא כולל ביצוע הפקודה l_{ik}.
נסמן: $R_\tau^m(\bar{x})$, $T_\tau^m(\bar{x})$ מוגדרים על $l_{im}, ..., l_{ik}$ (סיפא של המסלול).

$$R_\tau(\bar{x}) = R_\tau^0(\bar{x}) \qquad , T_\tau(\bar{x}) = T_\tau^0(\bar{x})$$

$$\tau = l_{i0} \to l_{i1} \to ... \to l_{ik-2} \to l_{ik-1} \to \underbrace{l_{ik}}_{R_\tau^k(\bar{x})}$$
$$R_\tau^{k-1}(\bar{x})$$

<u>בסיס:</u> $R_\tau^k(\bar{x}) = True \qquad T_\tau^k(\bar{x}) = (\bar{x})$

<u>צעד:</u> נניח שחישבנו את $R_\tau^{m+1}(\bar{x})$, $T_\tau^{m+1}(\bar{x})$ החישוב מתבצע ע"פ הפקודה בצומת l_{im}.

אם $l_{im} = start$ אז $T_\tau^m(\bar{x}) = T_\tau^{m+1}(\bar{x})$ וגם $R_\tau^m(\bar{x}) = R_\tau^{m+1}(\bar{x})$

אם $l_{im} = \bar{y} := \bar{e}$ (השמה) אז $T_\tau^m(\bar{x}) = T_\tau^{m+1}(\bar{x})[\bar{y} \leftarrow \bar{e}]$ וגם $R_\tau^m(\bar{x}) = R_\tau^{m+1}(\bar{x})[\bar{y} \leftarrow \bar{x}]$

אם $l_{im} = B(\bar{x})$ אז

אם זה הצד החיובי של התנאי:
$$R_\tau^k(\bar{x}) = R_\tau^{k+1}(\bar{x}) \wedge B(\bar{x})$$
$$T_\tau^k(\bar{x}) = T_\tau^{k+1}(\bar{x})$$

אם זה הצד השלילי של התנאי:
$$R_\tau^k(\bar{x}) = R_\tau^{k+1}(\bar{x}) \wedge \neg B(\bar{x})$$
$$T_\tau^k(\bar{x}) = T_\tau^{k+1}(\bar{x})$$

ומה אם $l_{im} = halt$? זה בלתי אפשרי, כי ל halt אין בנים!!!

המטרה היא להוכיח נכונות חלקית $\{q_1\}\, p\, \{q_2\}$.

1. לכל מסלול τ מ $start$ ל $halt$ בתוכנית חשבו $T_\tau(\bar{x}), R_\tau(\bar{x})$
2. לכל מסלול τ כנ"ל יש להוכיח: $\forall \bar{x}\left[\left(q_1(\bar{x}) \wedge R_\tau(\bar{x})\right) \to q_2\left(T_\tau(\bar{x})\right)\right]$

(זאת אומרת שאם מתקיימים תנאי ההתחלה והולכים על פי המסלול אז תנאי הסיום מתקיימים עבור טרנספורמציית המצבים של המסלול)

נחזור לדוגמה מקודם:

נבחר במסלול הימני: $\alpha: l_0 \to l_1 \to l_2 \to l_3 \to l^*$

$R_\alpha^4(x,in) = True$	$T_\alpha^4(x,in) = (x,in)$
$R_\alpha^3(x,in) = R_\alpha^4(x,in)\left[x \leftarrow x^2\right] = True$	$T_\alpha^3(x,in) = \underbrace{(x,in)}_{T_\alpha^4(x,in)}\left[x \leftarrow x^2\right] = (x^2,in)$
$R_\alpha^2(x,in) = \underbrace{True}_{R_\alpha^3} \wedge \underbrace{x \geq 0}_{B(\bar{x})} = x \geq 0$	$T_\alpha^2(x,in) = \underbrace{(x^2,in)}_{T_\alpha^3(x,in)}$
$R_\alpha^1(x,in) = \underbrace{x \geq 0}_{R_\alpha^2}\left[x \leftarrow in\right] = in \geq 0$	$T_\alpha^1(x,in) = \underbrace{(x^2,in)}_{T_\alpha^2(x,in)}\left[x \leftarrow in\right] = (in^2,in)$
$R_\alpha^0(x,in) = R_\alpha^1(x,in) = in \geq 0$	$T_\alpha^0(x,in) = \underbrace{(in^2,in)}_{T_\alpha^1(x,in)}$

צ"ל: $\{true\}\ p\{x = in \cdot |in|\}$.

צ"ל: $\forall(x,in)\left(\left(\underbrace{True}_{q_1} \wedge \underbrace{in \geq 0}_{R_\alpha}\right) \to \left(\underbrace{x = in \cdot |in|}_{q_2}\right)\underbrace{\left[(x,in) \leftarrow (in^2,in)\right]}_{T_\alpha}\right)$

נכון אריתמטית: $\forall(x,in)\left[in \geq 0 \to in^2 = in \cdot |in|\right]$

$R_\alpha = R_\alpha^0(x,in) = in \geq 0$

$T_\alpha = T_\alpha^0(x,in) = (in^2,in)$

ובאופן דומה עבור המסלול השמאלי.