

כיצד לחשב את $first_k(\alpha)$ ביעילות:

האלגוריתם:

נגדיר דקדוק חדש $G'' = (V, T \cup \{S''\}, P \cup \{S'' \rightarrow \alpha\}, S'')$.
 נהפוך את הדקדוק G'' לדקדוק מהצורה הנורמאלית של גרייבך.
 כל הגזירות ב G'' הן מהצורה $A \rightarrow a\beta$ כאשר $a \in T$ ו $\beta \in (T \cup V)^*$ או $S'' \rightarrow \varepsilon$.
 לאחר מכן נמחק את כל הסימנים הבלתי שימושיים.
 כעת $first_k(\alpha) = \{FIRST_k(w) \mid S'' \Rightarrow^* w\}$

לכן ניתן לחשב את $first_k(\alpha) = first_k(S'')$ באופן הרקורסיבי הבא:

1. אם $k = 0$ אז $first_k(S'') = \{\varepsilon\}$.
2. אם $S'' = \varepsilon$ אז $first_k(S'') = \{\varepsilon\}$.
3. אחרת $first_k(S'') = \bigcup_{S'' \rightarrow a\beta} a \cdot first_{k-1}(\beta)$ (פעולת שרשור)

כיצד לחשב את $EFF_k(\alpha)$ ביעילות:

נחליף את הדקדוק G בדקדוק G'

לכל משתנה A נוסיף משתנה A'
 לכל כלל $A \rightarrow B\alpha$ נוסיף כלל $A' \rightarrow B'\alpha$
 לכל כלל $A \rightarrow a\alpha$ נוסיף כלל $A' \rightarrow a\alpha$.
 עבור כללים $A \rightarrow \varepsilon$ לא נוסיף כללים חדשים.

נקבל: $EFF_k(\alpha = A\beta) = FIRST_k(A'\beta)$.

כמובן ש $EFF_k(\varepsilon) = \phi$ ו $EFF_k(\alpha = a\beta) = FIRST_k(\alpha)$

$$\frac{(\gamma \in (V \cup T)^* \quad X \in V \cup T) \quad V_k(\gamma)}{V_k(\gamma X)}$$

נגדיר את הסדרה: $V_0^{\gamma X} \subseteq V_1^{\gamma X} \subseteq \dots \subseteq V_i^{\gamma X} \subseteq \dots$ באינדוקציה:

$$\begin{aligned} V_0^{\gamma X} &= \{[A \rightarrow \alpha X.\beta, u] \mid [A \rightarrow \alpha.X\beta, u] \in V_k(\gamma)\} \text{ בסיס:} \\ V_{i+1}^{\gamma X} &= V_i^{\gamma X} \cup \{[B \rightarrow .\delta, x] \mid [A \rightarrow \alpha.B\beta, u] \in V_i^{\gamma X} \wedge B \rightarrow \delta \in P \wedge x \in FIRST_k(\beta u)\} \text{ צעד:} \\ &\text{(נשים לב, } X \in V \cup T \text{ ו } x \in T^* \text{ זה לא אותו הדבר!)} \end{aligned}$$

בסדרה הנ"ל קיים איבר מקסימאלי $V_e^{\gamma X}$.

$$\begin{aligned} V_k(\gamma X) &= V_e^{\gamma X} \text{ **משפט:**} \\ \text{נסמן את } V_k(\gamma X) &\text{ ע"י } GOTO(V_k(\gamma), X). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{דוגמה:} \quad \begin{array}{l} S' \rightarrow S \\ S \rightarrow SaSb \mid \varepsilon \end{array} \quad \text{עבור } k=1 \\ V_1(\varepsilon) = V_2^\varepsilon &= \{[S' \rightarrow .S, \varepsilon], [S \rightarrow .SaSb, \varepsilon/a], [S \rightarrow ., \varepsilon/a]\} \\ &\quad \swarrow \quad \searrow \\ V_0^S &= \{[S' \rightarrow S., \varepsilon], [S \rightarrow S.aSb, \varepsilon/a]\} \\ V_1^S = V_0^S &= V_1(S) \quad \text{(אין לאן להמשיך כי אחרי ה "." אין משתנה)} \end{aligned}$$

$$V_1(a) = V_0^a = \phi \quad \text{(כי ב } V_2^\varepsilon \text{ לא מופיע בשום מקום } a \text{ מיד אחרי ה-".")}$$

$$\begin{aligned} V_0^{Sa} &= \{[S \rightarrow Sa.Sb, \varepsilon/a]\} \\ V_1^{Sa} &= \{[S \rightarrow Sa.Sb, \varepsilon/a], [S \rightarrow SaSb.b, [S \rightarrow ., b]]\} \\ V_2^{Sa} &= \{[S \rightarrow Sa.Sb, \varepsilon/a], [S \rightarrow SaSb.a/b], [S \rightarrow .a/b]\} \\ V_1(Sa) &= V_3^{Sa} = V_2^{Sa} \end{aligned}$$

הוכחה של המשפט:

צריך להוכיח ש $V_k(\gamma X) \subseteq V_e^{\gamma X}$ וגם $V_e^{\gamma X} \subseteq V_k(\gamma X)$

נוכיח ש $V_i^{\gamma X} \subseteq V_k(\gamma X)$ באינדוקציה על i .

בסיס: $i = 0$.

יהי $[A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u] \in V_0^{\gamma X}$. צריך להוכיח ש $[A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u] \in V_k(\gamma X)$.

אם $[A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u] \in V_0^{\gamma X}$ אזי על פי ההגדרה של $V_i^{\gamma X}$ מתקיים

$$(\alpha_1 = \alpha X : X \text{ מסתיים ב } X) \quad [A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u] = [A \rightarrow \alpha X.\alpha_2, u]$$

בנוסף על פי ההגדרה, $[A \rightarrow \alpha.X\alpha_2, u] \in V_k(\gamma)$ כלומר $[A \rightarrow \alpha.X\alpha_2, u]$ פריט תקף עבור γ .

תזכורת:

נאמר שהפריט $[A' \rightarrow \beta_1'.\beta_2', u']$ הוא תקף עבור רישא חיוני, $\alpha' \beta_1'$, אם קיימת גזירה:

$$.u' = FIRST_k(w') \quad \text{כך ש: } S' \Rightarrow_R^* \alpha' A' w' \Rightarrow_R \alpha' \beta_1' \beta_2' w'$$

במקרה שלנו: $A' = A$, $\beta_1' = \alpha$, $\beta_2' = X\alpha_2$, $u' = u$, $w' = w$, $\alpha' = \gamma_1$, $\gamma = \gamma_1 \alpha$

לכן קיימת גזירה: $u = FIRST_k(w)$ כך ש $S' \Rightarrow_R^* \gamma_1 A w \Rightarrow \gamma_1 \alpha X \alpha_2 w$

נסתכל על הפריט: $[A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u]$ עבור הרישא החיוני γX

במקרה הזה: $A' = A$, $\beta_1' = \alpha_1 = \alpha X$, $\beta_2' = \alpha_2$, $\alpha' = \gamma_1$, $\alpha' \beta_1' = \gamma_1 \alpha X = \gamma X$

כלומר: $u = FIRST_k(w)$ וגם $S' \Rightarrow_R^* \underbrace{\gamma_1}_{\alpha'} \underbrace{A}_{A'} \underbrace{w}_{w'} \Rightarrow \underbrace{\gamma_1}_{\alpha'} \underbrace{\alpha X}_{\beta_1'} \underbrace{\alpha_2}_{\beta_2'} w$

לכן $[A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u] \in V_k(\gamma X)$ הוא פריט תקף עבור הרישא החיוני γX , כלומר $[A \rightarrow \alpha_1.\alpha_2, u] \in V_k(\gamma X)$.

צעד האינדוקציה:

נניח שלכל $n \leq i$ מתקיים $V_n^{\gamma X} \subseteq V_k(\gamma X)$ ונראה שגם $V_{n+1}^{\gamma X} \subseteq V_k(\gamma X)$

נתון: $[B \rightarrow \delta, x] \in V_{n+1}^{\gamma X} - V_n^{\gamma X}$ צריך להוכיח: $[B \rightarrow \delta, x] \in V_k(\gamma X)$

מהגדרת $V_{n+1}^{\gamma X}$ נובע שמתקיים $[A \rightarrow \alpha.B\beta, u] \in V_n^{\gamma X}$ כך ש $B \rightarrow \delta \in P$ ו $x \in FIRST_k(\beta u)$

על פי הנחת האינדוקציה מתקיים $[A \rightarrow \alpha.B\beta, u] \in V_k(\gamma X)$.

כלומר $[A \rightarrow \alpha.B\beta, u]$ הוא פריט תקף עבור רישא חיוני γX .

במקרה זה: $A' = A$, $\beta_1' = \alpha$, $\beta_2' = B\beta$, $u' = u$, $\alpha' \beta_1' = \gamma X$

מהנתונים $\alpha' \beta_1' = \gamma X$, $\beta_1' = \alpha$ ניתן לסמן:

$$\alpha' = \gamma_1 \quad \text{כאשר } \alpha \text{ מסתיים ב } X, \text{ כלומר } \alpha = \alpha_1 X \quad \text{ו } \alpha' = \gamma_1$$

לכן קיימת הגזירה:

$$(u = FIRST_k(w'), w' = uw) \quad S' \Rightarrow_R^* \gamma_1 A u w \Rightarrow_R \gamma_1 \alpha B \beta u w = \gamma X B \beta u w$$

מכיוון ש $x \in FIRST_k(\beta u)$ ו $B \rightarrow \delta \in P$ אפשר להמשיך לגזור:

$$S' \Rightarrow_R^* \gamma_1 A u w \Rightarrow_R \gamma_1 \alpha B \beta u w = \gamma X B \beta u w \Rightarrow_R^* \gamma X B \beta x y w \Rightarrow_R \gamma X \delta x y w$$

כלומר $x = FIRST_k(xyw)$ ו $S' \Rightarrow_R^* \gamma X B xyw \Rightarrow_R \gamma X \delta xyw$
נסתכל על הפריט $[B \rightarrow \delta, x]$ עבור הרישא החיוני γX

במקרה הזה: $\alpha' = \gamma X$, $\alpha' \beta_1' = \gamma X$, $u' = x$, $\beta_2 = \delta$, $\beta_1' = \varepsilon$, $A' = B$

ואכן מתקיים: $S' \Rightarrow_R^* \underbrace{\gamma X}_{\alpha'} \underbrace{B}_{A'} \underbrace{xyw}_{w'} \Rightarrow_R \underbrace{\gamma X}_{\alpha'} \underbrace{\delta}_{\beta_1 \beta_2} \underbrace{xyw}_{w'}$ כלומר $[B \rightarrow \delta, x]$ הוא פריט תקף עבור הרישא החיוני γX , כלומר $[B \rightarrow \delta, x] \in V_k(\gamma X)$ וזה מה שרצינו להוכיח.

נשאר להוכיח ש $V_k(\gamma X) \subseteq V_e^{\gamma X}$

נניח ש $[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] \in V_k(\gamma X)$ ונראה ש $[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] \in V_e^{\gamma X}$ אם $[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] \in V_k(\gamma X)$ אז $[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u]$ הוא פריט תקף עבור רישא חיוני γX .
לכן קיימת גזירה $S' \Rightarrow_R^* \alpha A w \Rightarrow \alpha \beta_1 \beta_2 w$ כאשר $\alpha \beta_1 = \gamma X$ ו $u = FIRST_k(w)$

נבדיל בין שני מקרים: $\beta_1 \neq \varepsilon$ ו $\beta_1 = \varepsilon$.

אם $\beta_1 \neq \varepsilon$ אז β_1 מסתיים ב X כי $\alpha \beta_1 = \gamma X$, לכן ניתן לסמן: $\beta_1 = \beta_1' X$

לכן קיימת הגזירה: $S' \Rightarrow_R^* \alpha A w \Rightarrow \alpha \beta_1' X \beta_2 w$

במקרה זה: $\tilde{A} = A$, $\tilde{\beta}_1 = \beta_1$, $\tilde{\beta}_2 = X \beta_2$, $\tilde{u} = u$, $\tilde{\alpha} \tilde{\beta}_1 = \gamma$, $\tilde{\alpha} = \alpha$, $\tilde{w} = w$

כלומר: $u = FIRST_k(w)$ וגם $S' \Rightarrow_R^* \underbrace{\alpha}_{\tilde{\alpha}} \underbrace{A}_{\tilde{A}} \underbrace{w}_{\tilde{w}} \Rightarrow_R \underbrace{\alpha}_{\tilde{\alpha}} \underbrace{\beta_1' X}_{\tilde{\beta}_1} \underbrace{\beta_2}_{\tilde{\beta}_2} \underbrace{w}_{\tilde{w}}$

לכן $[A \rightarrow \beta_1' X \beta_2, u] \in V_k(\gamma)$ הוא פריט $LR(k)$ תקף עבור γ . כלומר $[A \rightarrow \beta_1' X \beta_2, u] \in V_k(\gamma)$

על פי הגדרה $V_0^{\gamma X} = \{[A \rightarrow \alpha X \beta, u] \mid [A \rightarrow \alpha X \beta, u] \in V_k(\gamma)\}$

לכן $[A \rightarrow \beta_1' X \beta_2, u] \in V_0^{\gamma X}$

מכיוון ש $[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] = [A \rightarrow \beta_1' X \beta_2, u]$ קיבלנו $[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] \in V_0^{\gamma X}$ ומכיוון ש

$[A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] \in V_e^{\gamma X}$, הרי ש $V_0^{\gamma X} \subseteq V_e^{\gamma X}$ וזה מה שצרינו להוכיח.

אם $\beta_1 = \varepsilon$ ו $[A \rightarrow \beta_1.\beta_2, u] \in V_k(\gamma X)$ אז:
 קיימת גזירה: $S' \Rightarrow_R^* \alpha A w \Rightarrow_R \alpha \beta_1 \beta_2 w$ כך ש $\gamma X = \alpha \beta_1$ וגם $u = FIRST_k(w)$.
 מכיוון ש $\beta_1 = \varepsilon$ זה אומר ש $\alpha \beta_1 = \alpha = \gamma X$.

נמשיך את הגזירה עד שלא יישארו משתנים אחרי X :
 $S' \Rightarrow_R^* \alpha A w \Rightarrow_R \alpha \beta_1 \beta_2 w = \gamma X \beta_2 w \Rightarrow_R^* \gamma X u w'$

נתבונן בגזירה הימנית ביותר שיוצרת את X הנ"ל:
 מתחילים בגזירה עד המשתנה B שגזור את X : $S' \Rightarrow_R^* \alpha' B y : X$
 ממשיכים בגזירת X עם תוספות: $S' \Rightarrow_R^* \alpha' B y \Rightarrow_R \alpha' \alpha'' X \delta y$ קיבלנו $\gamma = \alpha' \alpha''$.
 $S' \Rightarrow_R^* \alpha' B y \Rightarrow_R \alpha' \alpha'' X \delta y = \gamma X \delta y = \alpha \delta y$

אם נסמן $v = FIRST_k(y)$ נקבל ש $[B \rightarrow \alpha'' X \delta, v] \in V_k(\gamma)$ הוא פריט תקף עבור $\gamma = \alpha' \alpha''$.
 כלומר: $[B \rightarrow \alpha'' X \delta, v] \in V_k(\gamma)$ ולכן ע"פ ההגדרה $[B \rightarrow \alpha'' X \delta, v] \in V_0^{\gamma X}$.

נמשיך לגזור כעת את δy עד שיהפוך ל $A y$:
 $S' \Rightarrow_R^* \alpha' B y \Rightarrow_R \alpha' \alpha'' X \delta y = \gamma X \delta y \Rightarrow_R^* \gamma X A w = \alpha A w$

נתבונן בגזירה: $\delta y \Rightarrow_R^* A w$. מכיוון ש $A w$ מתחיל במשתנה, גם δy מתחיל במשתנה.
 נסמן אותו ב D_1 .

לכן קיימות סדרת משתנים D_1, \dots, D_m וסדרת מילים Q_1, \dots, Q_n כך ש $\delta = D_1 Q_1$ וגם
 $D_i \rightarrow D_{i+1} Q_{i+1} \in P$.
 בנוסף קיימת סדרת מילים v_1, \dots, v_m כאשר $v_1 = v$. **האם זה נכון? זה לא היה רשום בשקפים.**
 הסדרות הנ"ל מתקבלות מין הגזירה $\delta y \Rightarrow_R^* A w$.

הראנו ש: $[B \rightarrow \alpha'' X \delta, v] \in V_0^{\gamma X}$ כלומר, $[B \rightarrow \alpha'' X D_1 Q_1, v_1] \in V_0^{\gamma X}$,
 לכן על פי ההגדרה $[D_1 \rightarrow D_2 Q_2, v_2] \in V_2^{\gamma X}$ כאשר $v_2 \in FIRST_k(Q_1 v_1)$

נמשיך באותו אופן ונקבל שעל פי ההגדרה:
 $v_{i+1} \in FIRST_k(Q_i v_i)$ כאשר $[D_i \rightarrow D_{i+1} Q_{i+1}, v_{i+1}] \in V_i^{\gamma X}$

לכן קיימת סדרת מילים y_1, \dots, y_m כך ש:
 $\delta y = \delta v_1 y_1 = D_1 Q_1 v_1 y_1 \Rightarrow_R^* D_2 Q_2 v_2 y_2 \Rightarrow^* \dots \Rightarrow^* D_m Q_m v_m y_m = A Q_m v_m y_m$
 כעת ניתן להמשיך לגזור את $Q_m v_m y_m$ עד שמגיעים למילה של טרמינלים ולפני המשתנה A :
 $u \in FIRST_k(Q_m v_m)$ כאשר $A Q_m v_m y_m \Rightarrow_R^* A u w'$
 כעת ניתן לגזור באמצעות $A \Rightarrow_R \beta_1 \beta_2$, כאשר $\beta_1 = \varepsilon$ ולקבל $\beta_2 u w'$

ראינו קודם: $[D_{m-1} \rightarrow A Q_m, v_m] \in V_{m-1}^{\gamma X}$ לכן לכל מילה $t \in FIRST_k(Q_m v_m)$ מתקיים ש
 $[A \rightarrow \beta_2, t] \in V_m^{\gamma X} \subseteq V_e^{\gamma X}$ ובפרט עבור $t = u$.
 לכן $[A \rightarrow \beta_2, u] = [A \rightarrow \beta_1 \beta_2, u] \in V_m^{\gamma X} \subseteq V_e^{\gamma X}$

$$\begin{array}{l} S' \rightarrow S \\ S \rightarrow SaSb \mid \varepsilon \end{array} \quad \text{דוגמה:} \quad \text{עבור } k=1$$

תזכורת: נסמן את $V_k(\gamma, X)$ ע"י $GOTO(V_k(\gamma), X)$.

$$V_1(\varepsilon) = \{[S' \rightarrow .S, \varepsilon], [S \rightarrow .SaSb, \varepsilon/a], [S \rightarrow ., \varepsilon, a]\} = a_0$$

הסבר: ראינו כבר בדוגמה הקודמת

$$V_1(S) = GOTO(a_0, S) = \{[S' \rightarrow S., \varepsilon], [S \rightarrow S.aSb, \varepsilon/a]\} = a_1$$

הסבר: בכל פריט מ a_0 שבו יש S אחרי הנקודה, מקדמים את הנקודה צעד אחד ימינה.

$$GOTO(a_0, a) = GOTO(a_0, b) = \phi \quad (\text{כי ב } a_1 \text{ אין פריט עם האות } a/b \text{ אחרי הנקודה})$$

$$V_1(Sa) = GOTO(a_1, a) = \{[S \rightarrow Sa.Sb, \varepsilon/a], [S \rightarrow SaSb., a/b], [S \rightarrow ., a/b]\} = a_2$$

הסבר: מתוך $[S \rightarrow S.aSb, \varepsilon/a] \in a_0$ מקבלים את $[S \rightarrow Sa.Sb, \varepsilon/a]$

כעת מפתחים הלאה ומקבלים את $[S \rightarrow ., a/b], [S \rightarrow SaSb., a/b]$

כעת מפתחים את $[S \rightarrow SaSb., a/b]$ ומקבלים $[S \rightarrow ., a/b], [S \rightarrow SaSb., a/b]$

$$V_1(SaS) = GOTO(a_2, S) = \{[S \rightarrow SaS.b, \varepsilon/a], [S \rightarrow SaSb., a/b]\} = a_3$$

הסבר: בכל פריט מ a_2 שבו יש S אחרי הנקודה, מקדמים את הנקודה צעד אחד ימינה.

$$V_1(SaSa) = GOTO(a_3, a) = \{[S \rightarrow Sa.Sb, a/b], [S \rightarrow SaSb., a/b], [S \rightarrow ., a/b]\} = a_4$$

$$V_1(SaSb) = GOTO(a_3, b) = \{[S \rightarrow SaSb., \varepsilon/a]\} = a_5$$

$$V_1(SaSaS) = GOTO(a_4, S) = \{[S \rightarrow S.aSb, a/b], [S \rightarrow SaS.b, a/b]\} = a_6$$

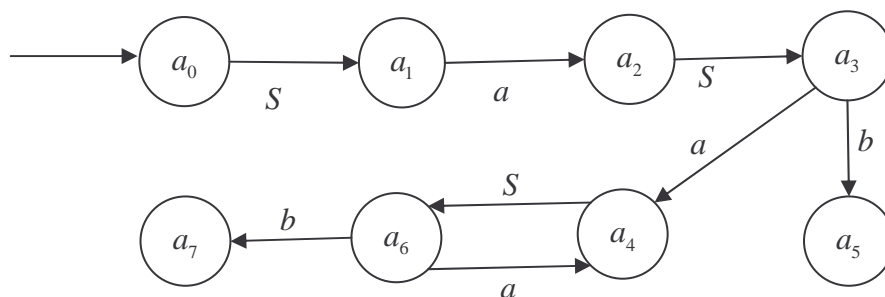
$$V_1(SaSaSa) = GOTO(a_6, a) = \{[S \rightarrow Sa.Sb, a/b], [S \rightarrow SaSb., a/b], [S \rightarrow ., a/b]\} = a_4$$

$$V_1(SaSaSb) = GOTO(a_6, b) = \{[S \rightarrow SaSb., a/b]\} = a_7$$

אפשר להציג את זה בצורת טבלה:

	S	a	b
a_0	a_1	-	-
a_1	-	a_2	-
a_2	a_3	-	-
a_3	-	a_4	a_5
a_4	a_6	-	-
a_5	-	-	-
a_6	-	a_4	a_7
a_7	-	-	-

ובצורת אוטומט:

**הגדרה:**

יהי G דקדוק חסר הקשר. קבוצה a של פריטי $LR(k)$ נקראת **חסרת סתירה** אם לא קיימים שני איברים שונים u, v כזה ש $[A \rightarrow \beta., u], [B \rightarrow \beta_1.\beta_2, v] \in a$ כך ש $u \in EFF_k(\beta_2 v)$.

משפט: הדקדוק G הוא דקדוק $LR(k)$ אם ורק אם לכל רישא חיוני γ , הקבוצה $V_k(\gamma)$ היא חסרת סתירה.

הגדרה:

יהי G דקדוק $LR(k)$ ויהי C_k^G משפחה של קבוצות של פריטי $LR(k)$ שתקפים עבור רישא חיוני. יהי $a \in C_k^G$.

נסמן ב $T(a)$ טבלת $LR(k)$ של a והיא מכילה זוג פונקציות, $\langle f, g \rangle$.

f נקראת *parsing – function* או *action*

g נקראת *GOTO – function*

1. f היא פונקציה מ $\Sigma^{\leq k}$ (כלומר מקבלת מספר טרמינלים, לכל היותר k) אל הקבוצה:

$$\{ERROR, SHIFT, ACCEPT\} \cup \{REDUCE - i \mid G \text{ בזירה ב- } i\}$$

2. $f(u) = SHIFT$ אם $f(u) \in a$ ו- $u \in EFF_k(\beta_2 v)$ ו- $\beta_2 \neq \varepsilon$, $[A \rightarrow \beta_1.\beta_2, v] \in a$

3. $f(u) = REDUCE - i$ אם $f(u) \in a$ ו- i הוא המספר של כלל הגזירה $A \rightarrow \beta$.

4. $f(\varepsilon) = ACCEPT$ אם $f(\varepsilon) \in a$ ואחרת $f(\varepsilon) = ERROR$.

על פי תנאי $LR(k)$, הפונקציה f מוגדרת היטב.

g מגדירה את הטבלה הבאה:

אם $GOTO(a, X) \neq \phi$ אז $g(a, X) = GOTO(a, X)$

אם $GOTO(a, X) = \phi$ אז $g(a, X) = ERROR$.

הערה: g נקראת אחרי פעולת $SHIFT$ או פעולת $REDUCE$.

הגדרה:

הקבוצה הקנונית של טבלאות $LR(k)$ היא זוג (D, T_0) , כאשר D היא קבוצת הטבלאות המתקבלת מ C^G , ו- T_0 היא הטבלה המתקבלת מ $V_k(\varepsilon)$.

$$(0) S' \rightarrow S$$

דוגמה: $(1) S \rightarrow SaSb$ עבור $k=1$

$$(2) S \rightarrow \varepsilon$$

$$a_3 = \{[S \rightarrow SaS.b, \varepsilon / a], [S \rightarrow S.aSb, a / b]\}$$

$$GOTO(a_3, S) = \phi \quad GOTO(a_3, b) = a_5 \quad GOTO(a_3, a) = a_4$$

לכן הטבלה תראה כך:

$$a_3 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \overbrace{S}^a & \overbrace{S}^b & \overbrace{X}^\varepsilon & \overbrace{X}^S & \overbrace{T_4}^a & \overbrace{T_5}^b \\ \hline \end{array}$$

$f \qquad g$

האלגוריתם לבניית עץ גזירה עבור מילה כלשהי

נשתמש בטבלאות ובמחסנית:

T_0	X_1	T_1	X_j	T_j
-------	-------	-------	-----	--	--	-----	-------	-------

$X_1 \dots X_j$ הוא רישא חיוני.

$X_i \dots X_j w = X_i \dots X_j uv$ היא תבנית פסוקית ימנית.

v - שארית של הקלט.

u - נמצאת בזיכרון סופי.

ההוכחה שהאוטומט הנ"ל מקבל את $L(G)$ מבוססות על ההערות הבאות:

1. יהי $X_1 \dots X_j$ רישא חיוני ותהי T הטבלה המתקבלת מ $V_k(X_1 \dots X_j)$.

אם לא קיים u כך ש $X_1 \dots X_j v \Rightarrow_R^* w \in L(G)$ אזי האוטומט פולט $ERROR$.

2. אם $T = \langle f, g \rangle$ ו $f(u) = SHIFT$ אזי:

$$w_1 \neq \varepsilon \quad S \Rightarrow_R^* X_1 \dots X_{l < j} Aw \Rightarrow_R X_1 \dots X_j w_1 w = X_1 \dots X_j uv$$

3. אם $f(u) = REDUCE - i$ ומספרו של כלל הגזירה $A \rightarrow \alpha$ הוא i , אזי α הוא סיפא של

$$X_1 \dots X_j$$

4. אם $f(u) = ACCEPT$, אזי $u = \varepsilon$ והתכולה של המחסנית היא $T_0 ST$ ו $[S' \rightarrow S., \varepsilon] \in T$.

5. אם $f(u) = ERROR$ אזי $g(u) = ERROR$.

עכשיו קל להוכיח באינדוקציה שעבור קלט x כך ש $X_1 \dots X_j \Rightarrow_R^\pi x$ כאשר π הוא סדרה של גזירות המופיעות בכללי הגזירה של האוטומט.

במבחן יהיה להוכיח שדקדוק מסוים הוא 0LR.