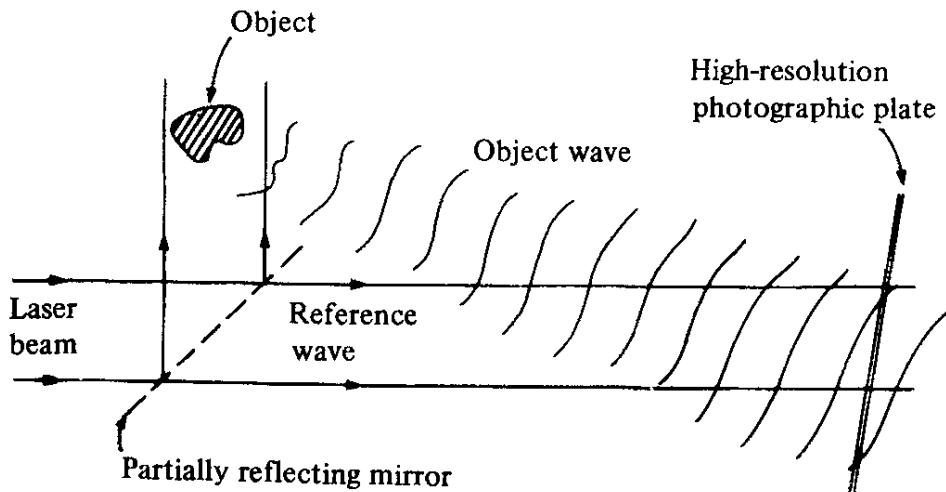


# הולוגרפיה

- הרעיון הוצע על ידי גאבור בשנת 1948 ונוסה חלקית אז, אך רק המצאת הליזר לאחר מכן איפשרה את יישום השיטה בהצלחה מרובה.
- כיון שכל המידע הכרוך בדמות של עצם מוכל בתמונת העקיפה שלו, המטרה היא לרשום את המידע על לוח צילום ולהשתמש בו לאחר מכן לשחזור העצם. הבעיה הכרוכה בכך היא רישום המופעים היחסיים של החלקים השונים של התמרת פוריה, כיון שבצילום נרשמות רק עוצמות.
- גאבור ניסה לפתור את הבעיה בגלל הקושי לפתור את בעיית העיוותים במיקרוסקופ אלקטרוני.
- ההפרדה במיקרוסקופ אלקטרוני אינה מוגבלת על ידי אורך הגל ( $\sim 0.1 \text{ \AA}$ ) אלא על ידי עיוותים בעדשות האלקטרוניים.
- אין אפשרות לתיקון העיוותים ועל כן נאלצים להשתמש במפתח מספרי קטן ביותר.
- גאבור חשב שניתן לשחזר דמות טובה יותר אם הדמות המעוותת תוקלט ותודמה מחדש באמצעות אור דרך עדשה בעלת עיוותים הפוכים לשל המיקרוסקופ האלקטרוני. לצורך הדגמת הפתרון הוא הידמה את פתרונו אופטית.
- בעיית המופע נפתרה על ידי שימוש בעצם שבו פרט קטן אטום על רקע גדול שקוף. הרקע מייצר סדר אפס גדול ושינויי המופע בעקיפה מוקלטים כשינויי עוצמה, כמו במיקרוסקופ קרני רנטגן. העוצמה מירבית כאשר מופע תמונת העקיפה זהה לשל הרקע ויש לפחות הפרש מופע של  $\pi$ .
- השיטה יושמה רק באיחור רב מאוד למיקרוסקופיה אלקטרונית, אבל פותחה בהצלחה מרובה לדימות אופטי בשנות הששים עם פיתוח הלייזר.

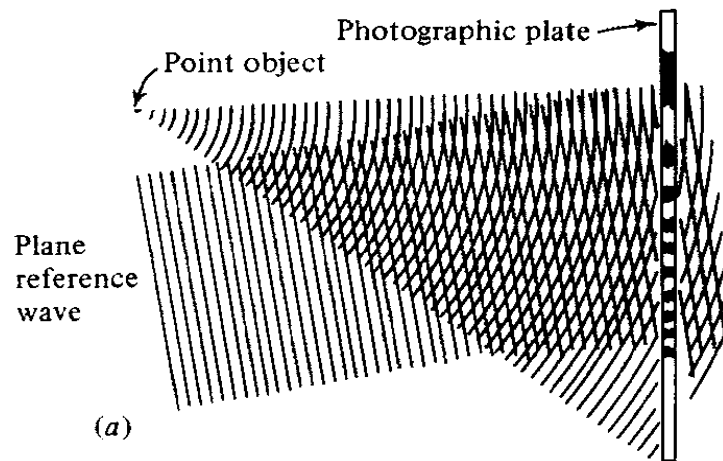
# שני גלים מתאבכים

- רעיון ההולוגרמה בוצע בהצלחה על ידי לית' ואופטניקס בשנת 1960 על ידי שימוש בקרן בעוצמה גבוהה של קרינה קוהרנטית המסופקת על ידי לייזר.
- המערך הניסויי פשוט למדי. קרן קוהרנטית-מרחבית מלייזר מפוצלת במשרעת או במרחב כך שחלק מוטל על העצם הנמדד ומתפזר ממנו ללוח הצילום, והחלק האחר פוגע ישירות במצלמה.
- מקבלים התאבכות של שני הגלים, הקרויים **גל העצם וגל הייחוס**.
- תמונת ההתאבכות של שני הגלים נרשמת על לוח הצילום.
- חובה למנוע תנועה של גלים אלו בשיעור של פחות מאורך גל אחד בעת הצילום, על מנת למנוע טשטוש פסי ההתאבכות.
- שחזור הדמות נעשה על ידי הקרנת לוח הצילום המפותח בגל זהה או דומה מאוד לגל הייחוס המקורי, ולרוב נצפות שתי דמויות.

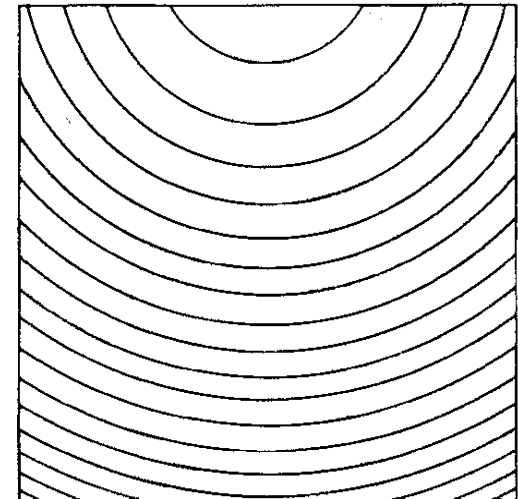


# יצירת ההולוגרמה

- ניתן לתאר את התהליך בקוים כללים על ידי התיחסות להולוגרמה כאנלוגית לסריג עקיפה.
- נניח שאנו רוצים לצלם את ההולוגרמה של מקור נקודתי.
- הנקודה מיצרת גל עצם כדורי, המתאבך עם גל היחוס המישורי.
- התוצאה היא אוסף של פסי התאבכות כפופים הנראים כמו חלק צדדי של לוח פרנל (zone plate).



גל כדורי מהעצם מתאבך עם גל ייחוס מישורי.



הלוח מתנהג כסריג עקיפה בעל צפיפות קוים משתנה.

# תיאור ההולוגרמה

- מצלמים את ההולוגרמה, מפתחים אותה ומחזירים אותה למקומה.

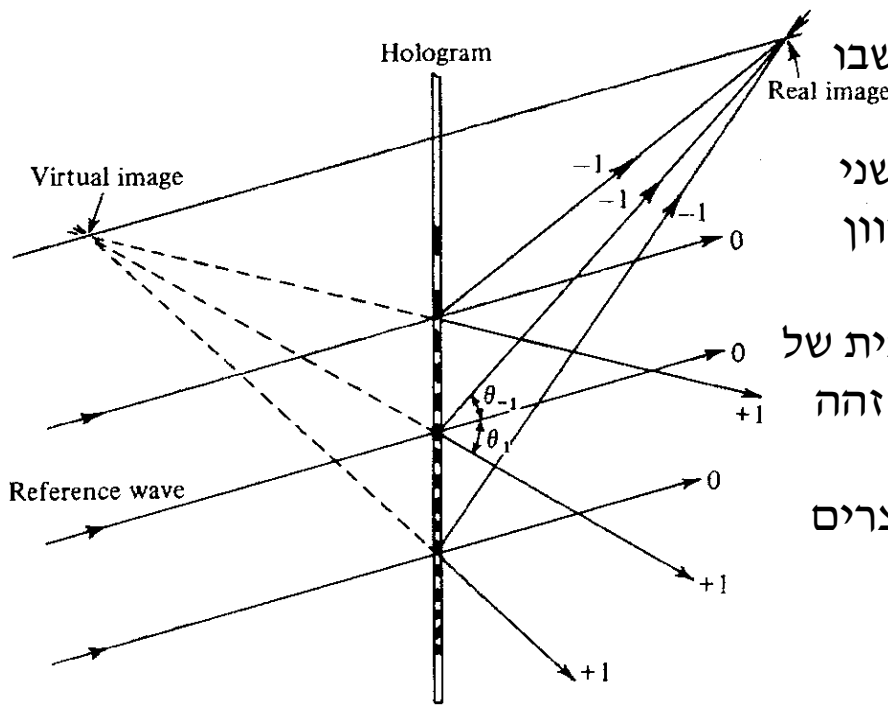
- כדי לשחזר את העצם נאיר את ההולוגרמה בגל מישורי זהה לגל היחוס המקורי.

- ניתן להתייחס לכל חלק מההולוגרמה כשריג עקיפה שבו צפיפות וכיוון פסים מסוים (המשתנה מחלק לחלק).

- תאורה על ידי הגל המישורי תייצר את סדר האפס ושני סדרי עקיפה ראשוניים בזווית התלויים בצפיפות וכיוון הפסים המקומיים.

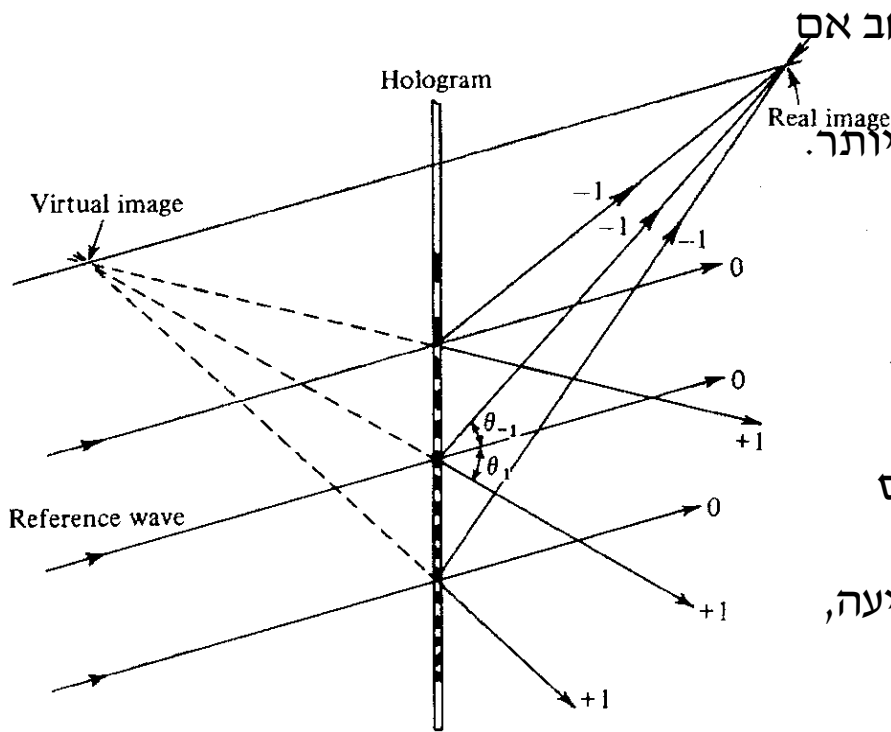
- קל לראות שסדרי -1 מצטלבים ויוצרים דמות אמיתית של העצם, בעוד שסדר +1 יוצרים דמות מדומה במקום זהה לנקודה המקורית.

- הדמויות ממוקמות בשלושת המימדים כיון שהם נוצרים על ידי התאבכות של גלים הבאים מכיוונים שונים.



# ההולוגרמה כסריג

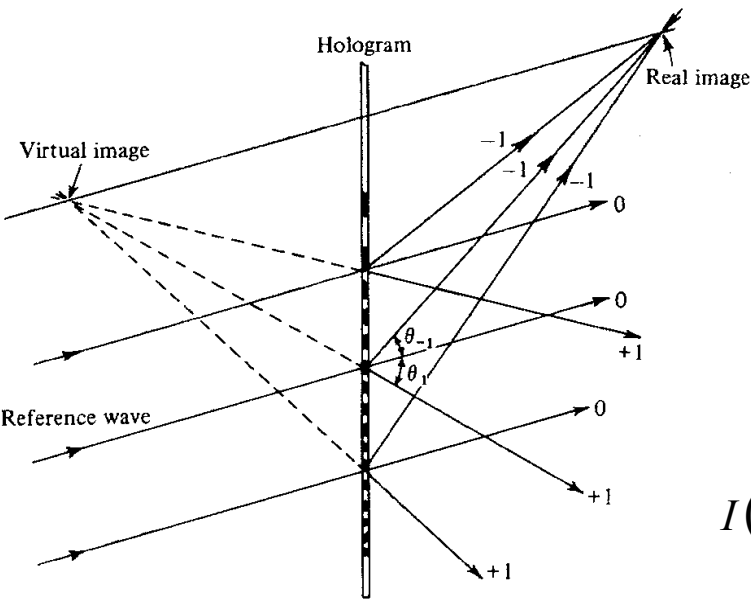
- שתי נקודות חשובות נוספות מודגשות על ידי דגם זה.



- ראשית, הדמות המשוחזרת מוגדרת טוב יותר במרחב אם משתמשים בשטח גדול יותר של ההולוגרמה.
- במקרה זה הקרניים המצטלבות נפגשות בזווית קהה יותר.
- לכן ההפרדה היא פונקציה של גודל ההולוגרמה.

- שנית, פסי ההתאבכות הם סינוסואידיים, כיון ששני הגלים מתאבכים.
- אם הלוח מצלם את הפסים בדיוק, רק הסדרים אפס ואחד ישוחזרו ורק שתי הדמויות הללו ייווצרו.
- גישה זו שימושית גם בהבנת השפעת שינוי זווית הפגיעה, אורך הגל או זווית ההתכנסות של גל הייחוס לצורך השחזור.

# הולוגרמה כחיבור גלים



- בצורה כמותית, נוכל לראות איך גם המשרעת וגם המופע של הגל המתפזר מצולמים בהולוגרמה ואיך פועל השחזור.

- נניח שבנקודה מסוימת  $(x, y)$  בלוח הצילום יש לאור המתפזר משרעת  $a(x, y)$  ומופע  $\phi(x, y)$ .
- נניח שגל היחוס אינו בהכרח מישורי, אלא יש לו משרעת  $A$  ומופע  $\phi_0(x, y)$  בנקודה כללית זו.
- הגל במלואו בנקודה זו יהיה

$$\psi(x, y) = A \exp[i\phi_0(x, y)] + a \exp[i\phi(x, y)]$$

- עוצמת הגל תהיה בהתאם

$$I(x, y) = |\psi(x, y)|^2 = A^2 + a^2 + 2Aa \cos[\phi(x, y) - \phi_0(x, y)]$$

- בדרך כלל דואגים ליחס עוצמות כזה ש- $A \gg a$ , שאז האבר השני זניח ומתקבל

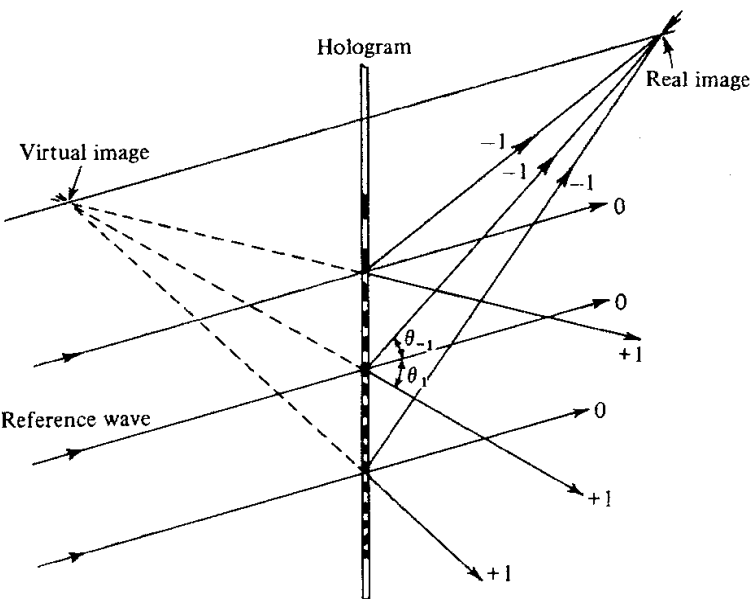
$$I(x, y) = A^2 + 2Aa \cos[\phi(x, y) - \phi_0(x, y)]$$

# חיבור גלים

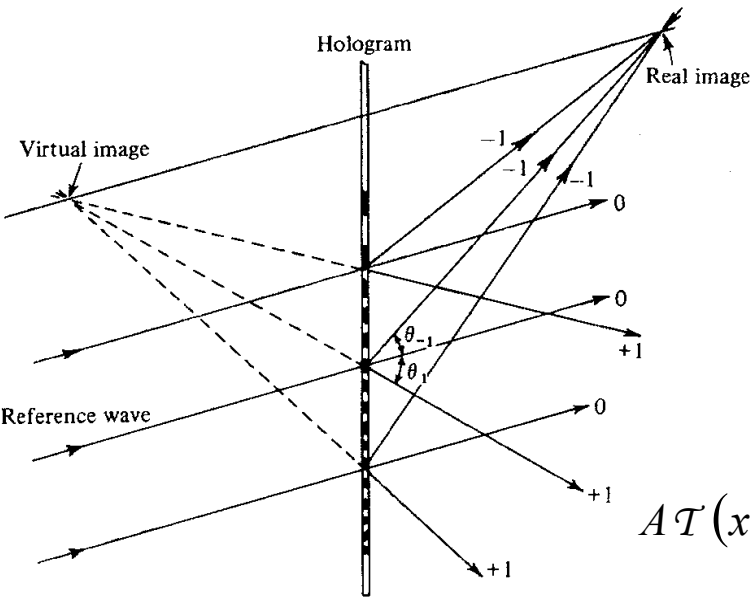
- העוצמה בהולוגרמה היא

$$I(x, y) = A^2 + 2Aa \cos[\phi(x, y) - \phi_0(x, y)]$$

- הוא מורכבת מאוסף פסי התאבכות בעלי חתך סינוסי ומופע  $\phi - \phi_0$ .
- ניגוד הפסים הוא  $2a/A$ .
- כיון ש-  $A$  הוא קבוע ו-  $\phi_0$  אפס או קבוע, גם  $a(x, y)$  וגם  $\phi(x, y)$  רשומים בהולוגרמה.
- הצורך באור קוהרנטי לצילום ההולוגרמה ברור, כיון שהפרש הוא הרשום בתמונת ההתאבכות.



# שחזור גלים



- להסקת צורת השחזור, נניח שתבנית ההתאבכות מצולמת על גבי לוח בעל העברת משרעת בשיעור  $T(x,y)$  היחסי בצורה קווית (בקירוב ראשון) לעוצמת החשיפה  $I(x,y)$ 

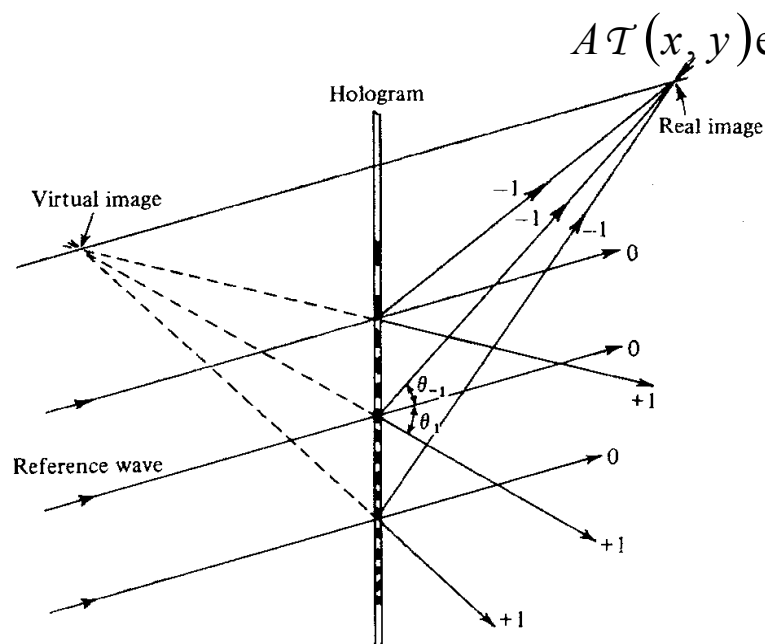
$$T(x,y) = 1 - \alpha I(x,y)$$
- ההולוגרמה מוארת על ידי גל זהה לגל היחוס המקורי  $A \exp[i\phi(x,y)]$  ולכן המשרעת המועברת היא

$$A T(x,y) \exp[i\phi_0(x,y)] = [1 - \alpha I(x,y)] A \exp[i\phi_0(x,y)]$$

$$\begin{aligned}
 & \stackrel{(a)}{=} \overbrace{A(1 - \alpha A^2) \exp[i\phi_0(x,y)]} \\
 & \quad \stackrel{(b)}{-} \overbrace{\alpha A^2 a(x,y) \exp[i\phi(x,y)]} \\
 & \quad \stackrel{(c)}{-} \overbrace{\alpha A^2 a(x,y) \exp[i\phi_0(x,y) - i\phi(x,y)]}
 \end{aligned}$$



# סדרים גבוהים



$$AT(x, y) \exp[i\phi_0(x, y)] = [1 - \alpha I(x, y)] A \exp[i\phi_0(x, y)]$$

$$\stackrel{(a)}{=} \overbrace{A(1 - \alpha A^2) \exp[i\phi_0(x, y)]}$$

$$\stackrel{(b)}{-} \overbrace{\alpha A^2 a(x, y) \exp[i\phi(x, y)]}$$

$$\stackrel{(c)}{-} \overbrace{\alpha A^2 a(x, y) \exp[i\phi_0(x, y) - i\phi(x, y)]}$$

שלושת האברים במשוואה לעיל הם

(a) המשכה מונחתת של גל הייחוס (סדר האפס)

(b) הסדר הראשון הוא הדמות המדומה. פרט למקדם הכופל  $\alpha A^2$  הגל

המשוחזר הוא זהה לגל העצם ולכן נראה כאילו האור מגיע מעצם מדומה

המשוחזר בצורה מושלמת. בגלל שהגל המרוכב המלא  $a(x, y)$  שוחזר,

השחזור נראה בדיוק כמו העצם מכל זווית, ולכן נראה תלת-מימדי.

(c) סדר -1 הוא הדמות הצמודה. הגל הוא הצמוד המרוכב של גל העצם אם

המופע  $\phi_0$  הוא קבוע, והוא מייצר דמות ראי אמיתית של העצם. אם המופע

אינו קבוע, הדמות מעוותת.

# דרישות מעשיות

- יחס העוצמה בין קרן העצם וקרן הייחוס,  $A^2/a^2$ , חייב להיות קטן; לרוב יחס של 1:5 מספיק, אם כי לכמה מטרות יחס של 1:2 נסבל.
- שחזור מושלם דורש מלוח הצילום לרשום את העוצמות בצורה קווית. התוצאה העיקרית של אי-קוויות היא יצירת שחזור מסדר שני וסדרים גבוהים יותר. הסדרים הגבוהים מופרדים לרוב במרחב מהשחזור מהסדר הראשון. רק כאשר יש חפיפה בין השחזורים השונים נדרשת קוויות טובה יותר של תהליך הצילום.
- דרישה ברורה נוספת היא כושר ההפרדה של לוח הצילום. אם קרן הייחוס וקרן העצם מופרדות בזווית  $\theta$ , מחזור פסי ההתאבכות בהולוגרמה הוא בערך  $\lambda / \sin \theta$ . עבור למשל  $\theta = 30^\circ$  ולייזר רגיל של הליום-נאון מחזור זה הוא רק מיקרומטר אחד. כדי לצלם פסי ההתאבכות בקנה מידה כזה, על לוח הצילום להיות בעל כושר הפרדה של חצי מיקרומטר, שהיא דרישה קשה ביותר מרוב לוחות הצילום.

# הולוגרמת נפח

- שריגי עקיפה הם מאוד לא יעילים, ומכיון שבהולוגרמה יצרנו בעצם שריגים כאלו, ניתן להראות שיעילות העקיפה שלהם היא מזערית,

$$\eta \approx a^2/12A^2$$

- כמו בשריגי עקיפה, רצוי לעבור משריגי משרעת לשריגי מופע, או להולוגרמת מופע.
- יש כמה דרכים מעשיות להחלפת פונקצית ההעברה  $T(x,y)$  במקדם שבירה יחסי לה  $\mu(x,y)$ .
- ניתן למשל להלבין הולוגרמת משרעת שפותחה (על ידי החלפה כימית של כסף מתכתי במבנה מרוכב כמו AgCl שנוכחותו משנה מקומית את מקדם השבירה).
- ניתן גם לצלם בגילים או פולימרים שמידת הקישוריות הפנימית שלהם משתנה בעת החשיפה.
- מכשירים אחרים, כמו חומרים תרמו-פלסטיים או גבישים אלקטרו-אופטיים משמשים אף הם לצילום הולוגרמות מופע.
- כל אלו משפרים את יעילות העקיפה של ההולוגרמה (כמו למשל בכרטיסי אשראי).
- מהולוגרמות שאינן בולעות אור, ניתן לעבור להולוגרמות נפחיות.
- אלו הם לרוב פולימרים או גבישים הרושמים את עוצמת האור הפוגע בשלושה מימדים כאפנון מקומי של מקדם השבירה.
- בשלב הבא מקבעים את האפנון, כלומר הופכים אותו ללא רגיש לאור.
- התווך ההולוגרפי הנפחי מחליף את הלוח ההולוגרפי ומקליט את המבנה המרחבי המלא של פסי ההתאבכות, מה שיוצר **סריג עקיפה תלת-מימדי**.

# זכרון הולוגרפי

- שחזור הדמות קורה כאשר גל שחזור מישורי מגיע אל ההולוגרמה הנפחית ומפוזר על ידי השריגים שבתוכה.
- כמו באפקט האקוסטו-אופטי, הסריג הנפחי פיזר את הגל לעקיפה רק כשהיה בזווית המתאימה לתנאי בראג לעקיפה.
- נניח למשל שאנו יוצרים את ההולוגרמה של גל מישורי כך שהזווית בינו ובין גל היחוס היא  $2\alpha$ .
- במקרה זה פסי ההתאבכות בהולוגרמה הנפחית הם מישוריים ומרחקם זה מזה

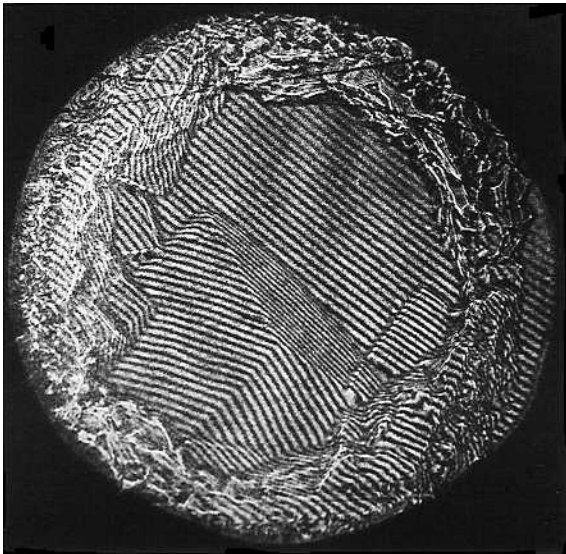
$$\Lambda = \lambda / 2 \sin \alpha$$

- לפי חוק בראג יש עקיפה כאשר זווית הייחוס היא בזווית  $\alpha$ , שהוא הכיוון שבו היה בעת יצירת ההולוגרמה. פרט למקרה זה **אין כלל שחזור** וההולוגרמה נראית שקופה לגל.
- ניתן להשוות למקרה הדו-מימדי, שבו שימוש בגל ייחוס לשחזור השונה מן הגל המקורי יוצר בסך הכל דמות מעוותת.
- מנצלים את העדרותה המלאה של התמונה המשוחרת כאשר הגל המשחזר אינו בזוויתו המקורית.
- רושמים הרבה הולוגרמות **באותו** התווך, כל אחת עם גל הייחוס שלה ועם העצם שלה.
- לאחר מכן צופים בכל דמות באופן נפרד על ידי בחירת גל ייחוס מתאים לה.
- מכאן בא הרעיון של **זכרון הולוגרפי**, שבו כמות מידע גדולה ביותר (בצורת דמויות תלת-מימדיות) נשמר בגביש, עם נגישות גבוהה ביותר באמצעות קרן שחזור מתאימה.

# אינטרפרומטריה הולוגרפית

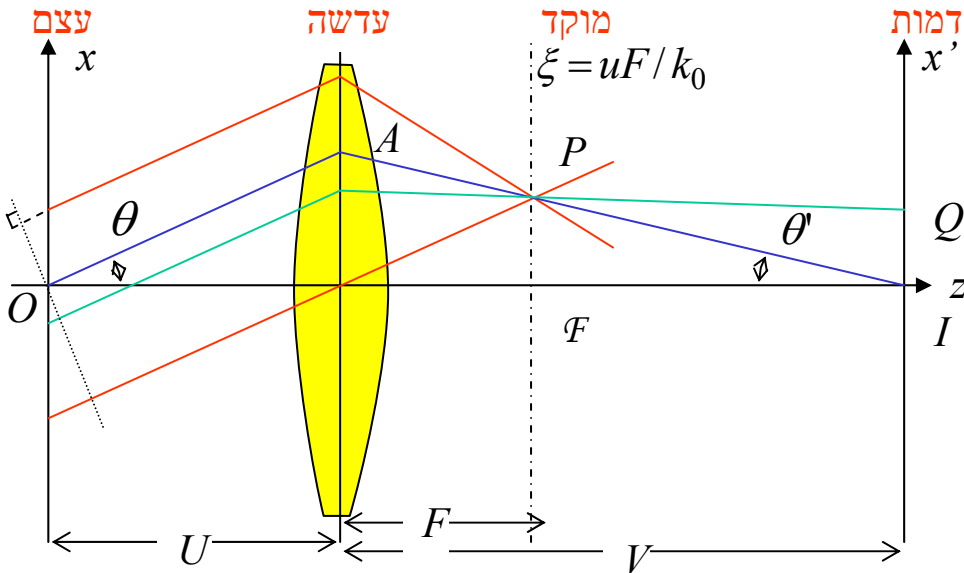
- לשחזורים הולוגרפיים שני יתרונות על פני צילומים רגילים :  
הם תלת-מימדיים,  
הם מכילים מידע על המופע.
- מכאן שימושם לאינטרפרומטריה הולוגרפית.
- בשיטה זו ניתן להשוות **בהתאבכות** עצם עם הולוגרמה של עצמו בזמן מוקדם יותר.
- אם חל שינוי כלשהו מאז הצילום, של המימדים או המופע למשל, שינויים אלו ייראו כפסי התאבכות.
- לדוגמה מודדים גידול של גביש שקוף בתוך תא אופטי דרך שינוי מקדם השבירה שלו.
- ההולוגרמה צולמה לפני שהגביש החל לגדול, ועל כן היא מראה את הגביש בלבד.
- צורת התא ופרטים אחרים הקשורים בניסוי אינם רלוונטיים כיון שצופים ומודדים רק **שינויים** בצפיפות האופטית.
- יישומים אחרים של התאבכות הולוגרפית כוללים ניתוח רעידות וניסויים אוירודינמיים.

אינטרפרוגרמה הולוגרפית  
המראה גביש הליום גדול  
בטמפרטורה של 0.5 קלוין.



# מסננים הולוגרפיים

- 



# חלקי הדמות

- מסנן מרוכב  $G(u)$  מצולם על לוח בצורה הולוגרפית כפונקציה ממשית  $H(u)$ , אם בניסוי ואם באמצעות גרפיקה ממוחשבת. עבור גל יחוס בזווית  $\beta$  לציר האופטי, העברת המסנן יחסית לעוצמה

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(u) &\propto I(u) = \left| G(u) + A e^{iuL \sin \beta} \right|^2 \\ &\propto A^2 + AG(u) e^{-iuL \sin \beta} + AG^*(u) e^{iuL \sin \beta} \end{aligned}$$

- בעקבות הפעלת מסנן על הדמות של  $f(x)$  תיוצר דמות

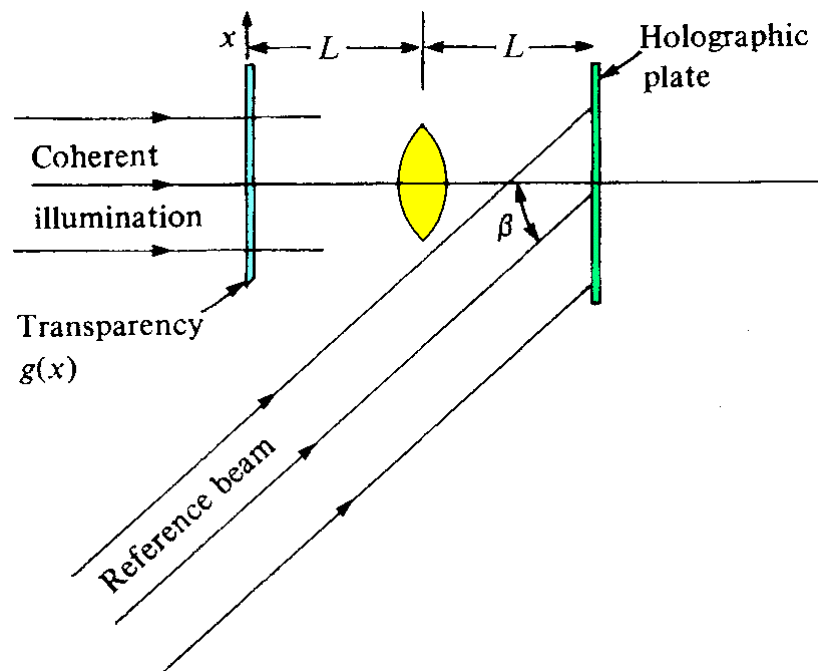
$$\begin{aligned} f_1(x) &= \overbrace{A^2 f(-x)}^{(a)} \\ &+ \overbrace{Af(-x) \otimes g(-x) \otimes \delta(x - L \sin \beta)}^{(b)} \\ &+ \overbrace{Af(-x) \otimes g^*(x) \otimes \delta(x + L \sin \beta)}^{(c)} \end{aligned}$$

- כאן יש שלושה אברים קלים לזיהוי

(a) הוא הדמות של  $f(x)$ .

(b) הוא הקונבולוציה של  $f$  עם  $g$ , ממורכזת ב-  $x = L \sin \beta$ .

(c) הוא הקונבולוציה של  $f$  עם  $g$ , ממורכזת ב-  $x = -L \sin \beta$ .



# יישומים

- יש הפרדה מרחבית בין שלושת האברים המייצגים שלוש דמויות, כאשר כל אחד ממורכז במקום אחר.
- אחד היישומים של השיטה היא זיהוי מרקמים מסובכים כגון טביעות אצבעות.
- נניח ש- $g(x)$  שייך לעצם מסוים ו- $f(x)$  לעצם אחר.
- אם השניים זהים, ההתאמה ביניהם תהיה בעלת שיא מרכזי חזק, אשר הולך ונחלש ככל שהשניים שונים אחד מהשני.
- ישום אחר הוא טשטוש תמונות או צילומים.
- טשטוש כזה, או מריחה, שקול לקונבולוציה של התמונה החדה עם פונקצית מריחה, שנקרא לה  $b(x)$ .
- התמרת הדמות המרוחה היא על כן  $F(u)B(u)$ .
- אם ידועה פונקצית המריחה ניתן ליצור במחשב מסנן  $1/B(u)$  ולכפול בו את התמונה המרוחה  $F(u)B(u)$ .
- מכאן ניתן לשחזר את  $F(u)$  ומתוכו את  $f(-x)$  החדה במישור הדמות.
- כך ניתן לתקן טשטוש בגלל תמונה לא ממוקדת, תמונה של עצם נע, או צילום רנטגן קליני (שהוא בעצם צל של מקור סופי).
- אבל הפתרון לא פשוט כל כך, כיון שאם  $B(u)$  קרובה לאפס או ממש מתאפסת, כפי שקורה הרבה פעמים, אזי החלוקה בו יוצרת תוצאות לא סבירות.