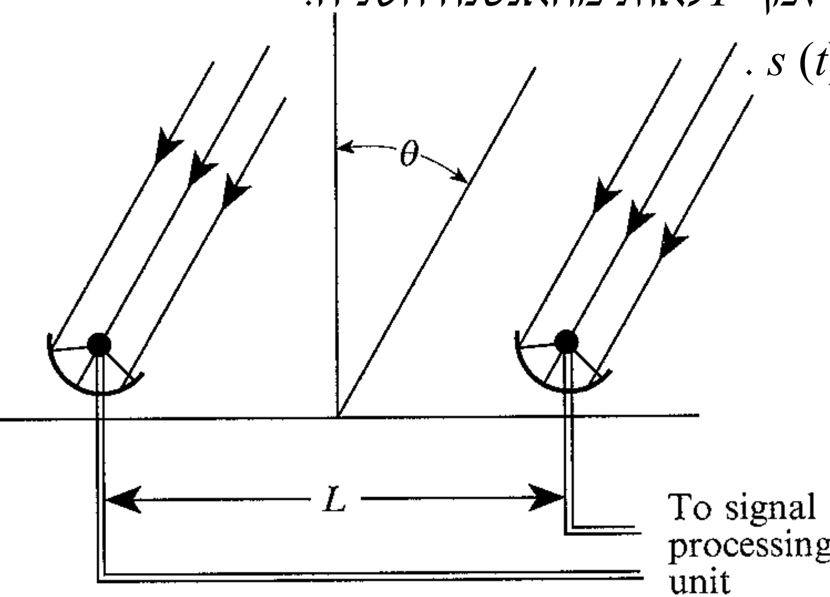
דימות באסטרונומיה

- בשנת 1932 גילה ז׳אנסקי את הקרינה הקוסמית באורך כל של 14.6 מטר.
- בעקבות גילוי זה והתפתחויות באלקטרוניקה במלחמת העולם השניה, עברה אסטרונומית הרדיו התפתחות מואצת מאז שנות החמישים.
- נוצלו לטובה עקרונות אופטיים רבים, המותאמים לאורכי הגל שבין כמה מילימטרים וכמה מטרים.
- טלסקופי רדיו רבים נבנו מצלחות מחזירות פרבוליות עם אנטנה במוקדן.
- פרט לעובדה שהגלאי דוגם רק נקודה אחת ולכן צריך לסרוק את העצם, העקרון דומה לטלסקופ אופטי מחזיר. במיוחד, הפרדתם הזויתית נמדדת באותה דרך.
- הבעיה היא הגודל. במונחי אורך גל, גם המבנים הגדולים ביותר שנתן לבנות הם קטנים ביחס לאור הנראה.
- לכן נעשה שימוש נרחב באינטרפרומטריה שבלעדיה לא ניתן להגיע להפרדה מרחבית מספקת ברדיו.
- השיטה החשובה באסטרונומית רדיו היא סינתזת מפתח (בנית מפתח מדומה לטלסקופ) שנדונה ביחס לתורת הקוהרנטיות.
- נתרכז במערכי אינטרפרומטרי רדיו, שהגיעו בשנים האחרונות לאורכי גל קצרים יותר, עד מתחת למילימטר.

אינטרפרומטר בסיסי

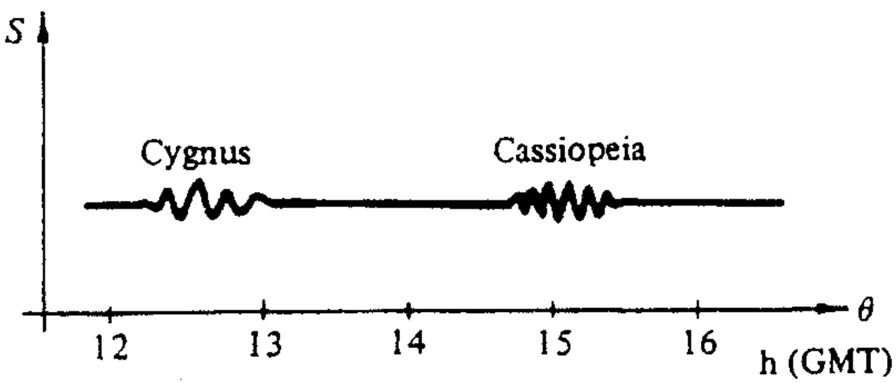
- האינטרפרומטר הבסיסי ביותר מורכב משתי אנטנות במרחק אופקי L.
- כל אנטנה נחשבת כגלאי נקודתי, למרות שהיא מגובה בפרבולואיד קטן מאוד מ- L להגברת הרגישות.
- כדי לחשב את פונקצית פריסת הנקודה, נניח שהזוג צופה במקור נקודתי יחיד בזוית θ לזנית במישור האופקי המכיל את שתי האנטנות.
- כל אנטנה מקבלת את אותו האות $f(t)$ מהמקור.
- קיים הפרש בזמני ההגעה בשיעור $t = L \sin \theta / c$.
- לכן יחסי האות היוצא מהאנטנה הראשונה ל- $f(t)$ ומהשניה ל- $f(t + L \sin \theta / c)$.
- כעת האותות מחוברים קוהרנטית, כאשר מוסיפים הפרש זמן T לאות מהאנטנה השניה.
- כך מתקבל אות ההתאבכות $s(t) = f(t + L \sin \theta / c) + f(t)$.



התאבכות

- האות המרבי בשיעור $2f(t)$ מתקבל עבור השיהוי (הפרש הזמן) שערכו

$$T = L\sin\theta / c \equiv T_0$$



- אם המקור כמעט חד צִבְעִי בתדר ω, והשיהוי יהיה

$$T = T_0 + m\pi / \omega$$

- נקבל אות התאבכות

$$s(t) = f(t) + f\left(t - \frac{m\pi}{\omega}\right)$$

- כאשר סורקים את השיהוי T מקבלים התאבכות הורסת עבור m אי זוגי ובונה עבור m זוגי.
- במילים אחרות, מתקבלים פסי התאבכות במחזור $2\pi/\omega$ לאורך פרק הזמן שבו השיהוי קטן מזמן הקוהרנטיות.
- אם האנטנות נמצאות על קו רוחב מזרח-מערב וכדור הארץ מסתובב אזי הזוית θ משתנה עם הזמן ועימה משתנה השיהוי.
- בכוונים אחרים יש צורך לשנות את השיהוי בצורה מלאכותית.

הפרדה

- כושר ההפרדה הזויתית שבה נמדד מיקום המקור הנקודתי ניתן להערכה כשקול לחצי פס התאבכות,

$$L\delta(\sin\theta)/\lambda = \tfrac{1}{2}$$

- או כמו בניסוי יאנג באור

$$\delta\theta_{min} = \frac{\lambda}{2L\cos\theta}$$

- למשל אם L הוא קילומטר ואורך הגל הוא מטר, כושר ההפרדה הוא 10^{-3} רדיאן, בדומה לזה של עין בלתי מזוינת.
- במקביל, הפרדה זו שקולה לשל צלחת פרבולית בקוטר 1.2 ק״מ (אם כי כמובן לא באותה רגישות), צלחת שלא ניתן לבנות.
- בעיה נפוצה בהתאבכות רדיו היא זיהוי מקורות לא נקודתיים. לכן ניתן להמשיך את האנלוגיה האופטית לרעיון של סריגי עקיפה.

מערך אנטנות

- השימוש במערך סדיר של סדקים במקום זוג כזה בניסוי יאנג מאפשר הבנה של תבניות ספקטרליות. עקרון זה תקף גם למערכי אנטנות. במערך קווי של $N+1$ אנטנות במרחק L הצופה באותו מקור כמקודם נקבל

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N} f\left(t + nL \sin \theta / c\right)$$

- נפצה גם כאן את הפרשי הזמנים מסוג $n\,L \sin \theta / c$ על ידי שיהויים בשיעור $T_n = nT_0$ לכל אנטנה n ונקבל גם כאן את האות המרבי $s(t) = (N+1)\, f\,(t)$.
- כעת משנים את T_n אלקטרונית או באמצעות השינוי היומי של T_0 כך שמקבלים $T_n = n\,(T_0 + \tau)$.
- אם האות עבור אות חד-צבע הוא מן הסוג $f\,(t) = a \exp -i\omega t$, אזי

$$s(t,\tau) = \sum_{n=0}^{N} f\left(t - n\,\tau\right) = a\,\mathrm{e}^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{N} \mathrm{e}^{in\,\omega\tau}$$

- זהו הביטוי המתקבל עבור תמונת העקיפה של מערך קוי של $N+1$ סדקים (בהחלפת $ud=\omega t$).
- תמונת עקיפה זו מורכבת משיאים עקריים ו- $N-1$ שיאים חלשים משניים.
- זוהי פונקצית פריסת הנקודה של מערך האנטנות כמכשיר תצפית.

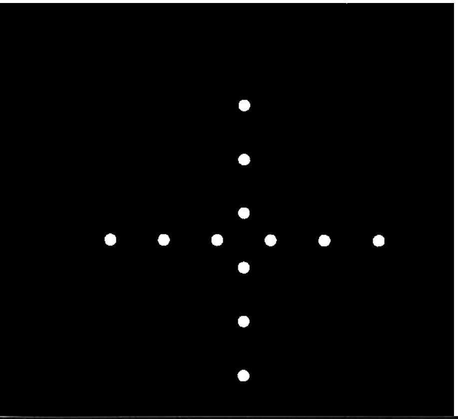
מערך קוי של אנטנות

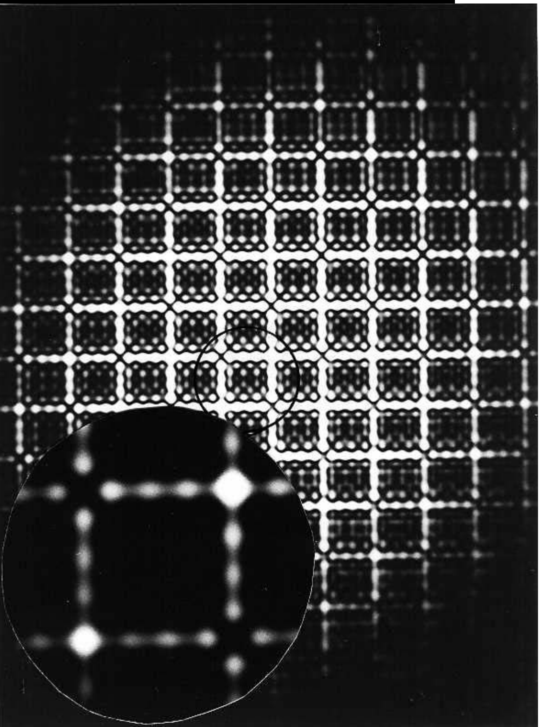
- רוחב השיא העיקרי (סדר האפס שמקומו אינו תלוי באורך הגל) הוא אם כן $\tau_{\min} = 2\pi / N\omega$.
- ההפרדה הזויתית מתקבלת בהצבה $\tau_{\min} = L\delta(\sin\theta)/\lambda$. מקבלים

$$\delta\theta_{min} = \lambda/\left(NL\cos\theta\right)$$

- אם כן מערך אנטנות נותן אותה הפרדה כמו של זוג אנטנות במרחק המירבי NL.
- אבל השיאים העיקריים צרים ומופרדים היטב וניתן להבין טוב את המבנה של מקורות מסובכים.
- בנוסף ההספק בשיא הראשי גדל כמו N^2.
- יתרונות אלו שקולים ליתרונות של סריג עקיפה על זוג סדקי יאנג ומאפשרים כמוהם הבנת הספקטרום של מקור מסובך.
- פונקצית פריסת הנקודה שחושבה לעיל היא חד מימדית, ולסריג כושר הפרדה גבוה לאורכו וכושר הפרדה אפסי לרוחבו.
- שני מערכים קוויים ניצבים של אנטנות יכולים לבנות חתכים של דמות מקור רדיו דו-מימדי, בכושר ההפרדה של שני אורכי המערכים. עדיין, אין זה שקול למערך דו-מימדי אמיתי.

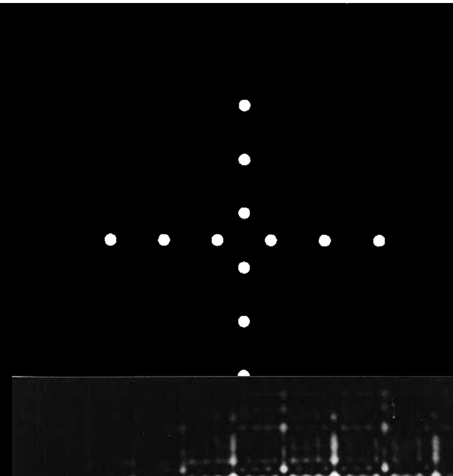
מערך דו-מימדי של אנטנות

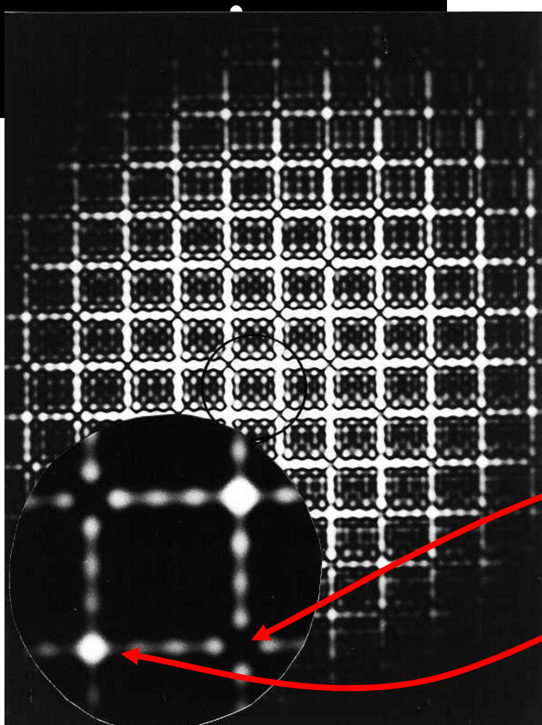




- אם עוברים ממערך קוי לדו מימדי, של $(N+1)^2$ אנטנות על שטח של L^2 מקבלים אותו כושר הפרדה.
- צלב מילס (Mills Cross) מאפשר אותו כושר הפרדה באמצעות שני מערכים קוויים ניצבים שאורך כל אחד מהם באורך $N+1$ אנטנות.
- ניתן להבין זאת באמצעות תמונת העקיפה האופטית השקולה, שהיא פונקצית פריסת הנקודה המושגת בסריקה.
- האנטנות הבודדות מיוצגות אופטית על ידי חריר. הקוים נוצרים בשני המערכים הקוויים עצמאית ומתאבכים במקום שהם נחצים.
- אם לשני מערכים אותו מופע ההתאבכות היא בונה בנקודת החצייה ונוצר כתם בהיר בעוצמה יחסית ל- $4(N+1)^2$.
- נניח כעת שהמופע של אחד המערכים משתנה ב-π, באמצעות היפוך אלקטרוני של קיטוב האותות בין מערכי האנטנות.
- בנקודות החצייה יתחסרו אז האותות ויתנו אפס עוצמה.
- בנקודות האחרות אין הבדל כיון שהאות בא ממערך אחד בלבד.
- על ידי חיסור שתי הדמויות עם ובלי היפוך המופע נותרים רק האותות בנקודות ההצטלבות.
- התוצאה שקולה למערך של $(N+1)^2$ אנטנות הממלאות את השטח.

צלב מילס





- כאשר החורים במכפלות אי זוגיות של $d/2$ לאורך הצירים, הפסים בתמונת העקיפה הם לסרוגין בעלי מופע 0 ו-π, כיון שההתמרה של

$$f(x)=\sum_n \delta(x-d/2-nd)$$

היא

$$F(u)=\exp(iud/2)\sum_m \delta(u-2\pi m/d)$$
$$=\sum_m (-1)^m \delta(u-2\pi m/d)$$

כתוצאה מכך יש הפרש מופע של π בין הפסים הנחצים בנקודות

$$(u,v)=(m_1,m_2)2\pi/d$$

- m_1 הוא זוגי ואילו m_2 אי זוגי או ההפך, לכן הם מתאבכים בצורה הורסת.
- דמות הכוכב המתקבלת בצלב מילס מושגת על ידי חיסור העוצמה של תמונת העקיפה בראשית המצויה למשל ב-(1,0) עם זאת המצויה ב-(0,0).
- ניתן לראות בציור כי פונקציות אלו נבדלות רק בתחום קטן סמוך לראשיתן.

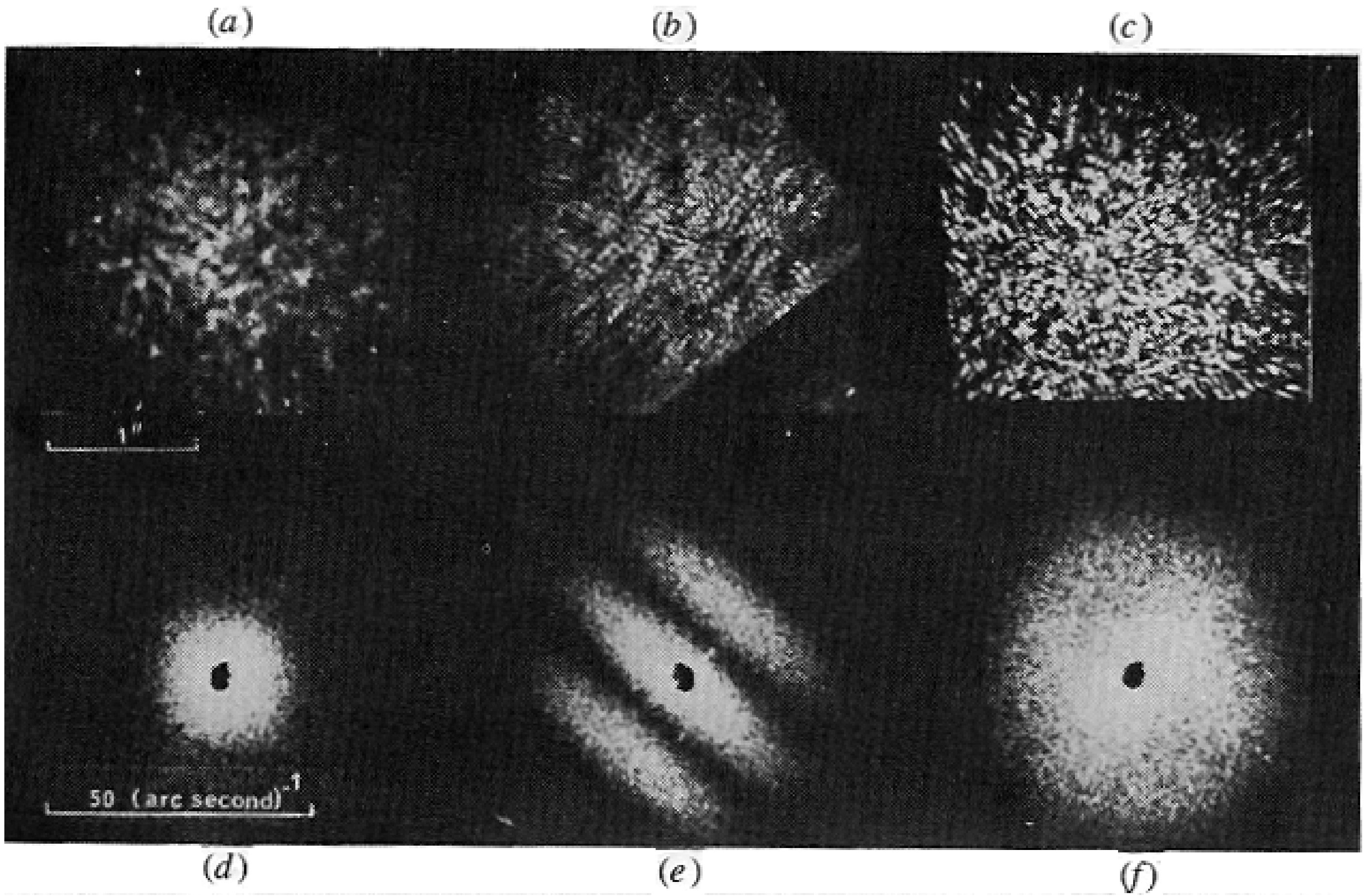
האטמוספרה השקופה

- כושר ההפרדה התאורטי של הטלסקופ בשיעור $1.22\lambda/D$ לא ניתן להשגה על פני כדור הארץ בגלל אי אחידות האטמוספרה.
- שינוי לחץ וטמפרטורה מקומיים גורמים לאיכות אופטית גרועה של האטמוספרה.
- תכונות אלה משתנות בנוסף בתלות במזג האויר, בזמן ובזוית מן הזנית.
- כמה סטיות אופייניות מהעובי האופטי הממוצע של האטמוספרה:
  - שינויי המשרעת (שורש רבועי הממוצע, rms) הוא בין שני ושלושה אורכי גל בתחום הנראה.
  - שינויים אלו קורים בפרקי זמן של כמאית שניה.
  - בתחום המרחבי (במפתח הטלסקופ) השינויים במשרעת הם בגודל של כעשרה סנטימטרים.
- שני סוגי שינויים אלו גורמים לנצנוץ של כוכבים קטנים.
- צפייה בפרקי זמן ארוכים ממאית שניה גורמת למריחה וטשטוש של דמויות הכוכבים ('seeing').
- המריחה היא על פני שלוש שניות קשת בלילה גרוע, וחצי שנית קשת בלילה טוב ושקט במיוחד.
- הטלסקופ מהווה מעשית אוסף של טלסקופים קטנים אקראיים שקוטר כל אחד כעשרה ס״מ והם מתחלפים במיקומם כל מאית שניה.
- הפגיעה בכושר ההפרדה יחסית אם כן ליחס קטרי הטלסקופ הגדול ושבריו הקטנים.
- למשל בטלסקופ של 5 מטר כושר ההפרדה לפי ריילי מדרדר מ-0.02 שניות קשת למשל ל-2 שניות קשת.
- היתרון של הטלסקופ הגדול מסתכם במקרה כזה לא בכושר הפרדתו הפגום אלא בעוצמתו בלבד.

התאבכות ניקודים אסטרונומית

- שתי המצאות ניסו לעקוף את כושר ההפרדה הנקבע על ידי האטמוספרה באמצעות שימוש במספר טלסקופים: אינטרפרומטר הכוכבים של מייכלסון (Michelson) והאינטרפרומטר של הנבורי-בראון וטוויס (Hanbury-Brown and Twiss).
- לאחרונה נוספו עוד שתי שיטות לפתרון הבעיה
  - התאבכות ניקודים שתפורט להלן.
  - אופטיקה מסתגלת (תיקון פעיל של עיוותי האטמוספרה בעת התצפית).
- האופטיקה המסתגלת מיושמת כבר בכל טלסקופ מעל חמשה מטר. היא דחקה את רגלי התאבכות הניקודים בגלל יעילותה האופטית הגדולה ולמרות מחירה הגבוה.
- התאבכות ניקודים (speckle interferometry) קשורה לנושא הדימות ותתואר בצורתה הבסיסית כפי שהוצעה על ידי לַאבֶּרִי (Labeyrie) ובשתי צורות נוספות שלה.
- השיטה נובעת מהתעמקות בתמונות בזק של כוכבים כפי שצולמו דרך האטמוספרה.
- עם המצאת מגברי אור הכוכבים ניתן היה לראשונה לצלם בפרקי זמן קצרים ביותר ובאורך גל צר ביותר כך שתמונות הכוכבים נראו קפואות ולא מרוחות על ידי שינויי האטמוספרה.
- כך ניתן היה לראות פרטים בהפרדת ריילי של הכוכבים עצמם.
- אנו רואים הבדל משמעותי בין התמונות של כוכבים שונים אם כי המעטפת של התמונות דומה ביותר.
- על ידי שימוש במספר רב של תמונות בזק כאלו, שההבדל ביניהן הוא שינויי האטמוספרה בלבד, ניתן לשחזר את דמויות הכוכבים שנשארות קבועות מחשיפה לחשיפה.

תמונות ניקודים



תמונות ניקודים רגעיות למעלה והספקטרום המרחבי שלהן למטה. (d) (a) בתלג'וז (דיסקה מופרדת);
(e) (b) קפלה (זוג מופרד); (f) (c) כוכב לא מופרד < 0.02″.

עיבוד הניקודים

- נניח תחילה שצופים בכוכב נקודתי מושלם בזמן t.
- פילוג העוצמה של הדמות הוא $p(\mathbf{r}, t)$, כאשר $\mathbf{r} \equiv (x, y)$.
- זוהי פונקצית פריסת הנקודה הרגעית של הטלסקופ בעקבות העברתה דרך האטמוספרה באותה עת.
- אוסף הנקודות החדות בנקודות אקראיות בציור הוא הדוגמה לכך.
- אם האטמוספרה היתה מושלמת, אזי עצם סופי (גדול מן הכוכב הנקודתי) היה יוצר דמות מושלמת שהפרדתו מוגבלת רק על ידי הטלסקופ.
- בגלל האטמוספרה הדמות הנוצרת היא קונבולוציה של דמות הכוכב עם פונקצית פריסת הנקודה

$$i(\mathbf{r}, t) = o(\mathbf{r}) \otimes p(\mathbf{r}, t)$$

- לפי שיטתו המקורית של לאברי, מצלמים דמות זו בזמן t_j כך שהעברת סרט הצילום יחסית במשרעתה לעוצמת החשיפה, כמו בהולוגרפיה.
- בשלב הבא משתמשים בתמונה המפותחת כמסכה בדיפרקטומטר.
- מצלמים על סרט שני את עוצמת תמונת פראונהופר של המסכה, לאמר התמרת פוריה של $i(\mathbf{r}, t_j)$.
- חוזרים על התהליך עבור כל התמונות j כאינטגרציה על **אותה** תמונה בסרט הצילום השני.
- כיום צילום אלקטרוני ועיבוד ספרתי תפסו את מקומם של סרטי הצילום והעקיפה האופטית, אך התהליך והתוצאה זהים.

חיבור התמרות

- התמרת פוריה של $i\,(\mathbf{r}, t_j)$ היא

$$I\left(\mathbf{u}, t_j\right) = O\left(\mathbf{u}\right) P\left(\mathbf{u}, t_j\right)$$

- כאשר $\mathbf{u} \equiv (u, v)$. העוצמה היא

$$\left|I\left(\mathbf{u}, t_j\right)\right|^2 = \left|O\left(\mathbf{u}\right)\right|^2 \left|P\left(\mathbf{u}, t_j\right)\right|^2$$

- סיכום העוצמות מתוך התמרות של תמונות מרובות שצולמו בזמנים עוקבים לתמונה סופית נותן

$$\sum_j \left|I\left(\mathbf{u}, t_j\right)\right|^2 = \left|O\left(\mathbf{u}\right)\right|^2 \sum_j \left|P\left(\mathbf{u}, t_j\right)\right|^2$$

- $|P(\mathbf{u}, t)|^2$ היא פונקציה אקראית שפרטיה משתנים ברציפות וסכומם מתמצע לצורה חלקה יותר ויותר.
- מקבלים לאחר מספר רב של תמונות את פונקצית העברת האטמוספרה הממוצעת והחלקה .
- התוצאה הסופית היא

$$\sum_j \left|I\left(\mathbf{u}, t_j\right)\right|^2 = \left|O\left(\mathbf{u}\right)\right|^2 A\left(\mathbf{u}\right)$$

התמונה הממוצעת

- התוצאה הסופית היא

$$\sum_j \left|I\left(\mathbf{u},t_j\right)\right|^2 = \left|O\left(\mathbf{u}\right)\right|^2 A\left(\mathbf{u}\right)$$

- את הפונקציה החלקה $A(\mathbf{u})$ מכיילים באמצעות כוכב נקודתי שהתמרתו $O_0\,(\mathbf{u})$ קבועה.
- לאחר כיול זה נותרים עם $|O(\mathbf{u})|^2$, שהתמרתו ההפוכה נותנת את פונקצית המתאם העצמית של העצם.
- מתוך הקורלציה העצמית של העצם השמיימי ניתן למדוד פרמטרים פשוטים שלו, כגון קוטר כוכבים או מרחק הדדי של כוכבים כפולים.
- דמות של עצמים מסובכים יותר קשה לשחזור.
- השיטה הבסיסית של התאבכות ניקודים לוקה בחוסר המופע של הדמות, ואולם מופע זה אובד לאחר הצילום ועל כן ניתן לשחזור.
- מספר שיטות פותחו בהצלחה ומאפשרות תמונות מוגבלות-עקיפה של כוכבים. שתי שיטות יידונו להלן.

שיחזור הפרשי המופע

- שיטת נוקס-תומסון (Knox and Thompson) היתה הראשונה לשחזר את מופע הכוכב.
- בשיטה זו מאבכים (ספרתית) את ההתמרה $I(\mathbf{u}, t_j)$ עם עצמה לאחר הסחה בשיעור $\delta\mathbf{u}$.
- הסחה זו צריכה להיות קטנה, אך לא קטנה ביחס למבנה הדמות $|O(\mathbf{u})|^2$. ההתאבכות היא

$$I(\mathbf{u}, t_j) I^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, t_j) = O(\mathbf{u}) O^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}) P(\mathbf{u}, t_j) P^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, t_j)$$

- משתמשים בביטויים המפורשים למופעים באמצעות $O = |O| \exp i\varphi_0$ וכיו״ב.
- כמו כן משתמשים ב-$\delta\varphi = \varphi(\mathbf{u}) - \varphi(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u})$ ומקבלים
- $$\left|I(\mathbf{u}, t_j)\right| \left|I^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, t_j)\right| e^{i\delta\phi_I} = \left|O(\mathbf{u})\right| \left|O^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u})\right| e^{i\delta\phi_O} \times \left|P(\mathbf{u}, t_j)\right| \left|P^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, t_j)\right| e^{i\delta\phi_P}$$
- גם משוואה זו מסוכמת על פני מספר גדול של תמונות.
- משיקולים סטטיסטיים הפרשי המופע הנובעים מהאטמוספרה מתמצעים לאפס : $<\delta\varphi_P>= 0$.
- כאשר $\delta\mathbf{u}$ קטן, משרעת התמרת העצם משתנה לאט כך שלמשל $|O(\mathbf{u})| \approx |O(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u})|$. אי לכך

$$\sum I(\mathbf{u}, t_j) I^*(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, t_j) = \left|O(\mathbf{u})\right|^2 e^{i\delta\phi_O} A(\mathbf{u})$$

שיחזור המופע

- קיבלנו מהתאבכות ניקודים

$$\sum_j \left|I\left(\mathbf{u},t_j\right)\right|^2 = \left|O\left(\mathbf{u}\right)\right|^2 A\left(\mathbf{u}\right)$$

- ובנוסף מתהליך נוקס-תומסון

$$\sum I\left(\mathbf{u},t_j\right) I^*\left(\mathbf{u}+\delta\mathbf{u},t_j\right) = \left|O\left(\mathbf{u}\right)\right|^2 \mathrm{e}^{i\delta\phi_O} \; A\left(\mathbf{u}\right)$$

- מוסיפים את מופע התמרת העצם מביטוי זה למשרעת שלה ומקבלים את ההתמרה המלאה.
- מבצעים את החישוב לעיל בשני כיוונים ניצבים של $\delta\mathbf{u} = (\Delta_u \,,\, \Delta_v)$.
- מתחילים מהראשית שבה $\delta\varphi_0(0) = 0$.
- המופע בשאר מישור פוריה ניתן לחישוב על גבי שריג הנקודות $(m_u\Delta_u \,,\, m_v\Delta_v)$ על ידי סיכום הפרשי המופעים $\delta\varphi_0$.
- כתוצאה מכך נתונה כל ההתמרה המרוכבת $O\,(\mathbf{u})$, והתמרת פוריה הפוכה נותנת את הדמות השלמה בהפרדה המרבית האפשרית.

מיסוך ניקודים

- רעיון אחר שהועלה הוא מיסוך ניקודים (speckle masking).
- אם קיים כוכב נפרד ולא מופרד בשדה הראיה, אזי כאשר מבצעים מְתאם עצמי של כל שדה הראיה, תווצר תרומה נוספת שהיא קונבולוציה של הכוכב היחיד עם שאר העצמים בשדה הראיה.
- מכיון שהכוכב היחיד הוא פונקצית δ, תרומה זו מספקת את דמות העצמים האחרים.
- במיסוך ניקודים יוצרים כוכב ייחוס זה באופן מלאכותי.
- נניח שהעצם $o(\mathbf{r})$ הוא כוכב כפול שהמרחק בין מרכיביו $\mathbf{r}_1$ כבר חושב בהתאבכות ניקודים.
- אזי המכפלה $i(\mathbf{r}+\mathbf{r}_1)$ $i(\mathbf{r})$ תיתן נקודת חפיפה אחת לכל ניקוד ועל כן שקולה ל- $p(\mathbf{r})$.
- יהיו עוד חפיפות אקראיות בשדה הניקודים המסובך, וחפיפות אלו יוצרות שגיאה הניתנת לתיקון באורח סטטיסטי.
- נתבונן בבעיה בדרך אחרת.

מִתאם משולש

- ניתן לראות שהמתאם בין פונקצית פריסת הנקודה ודמות הניקודים שלה היא פונקצית העצם.
- בשימוש ב- $i = o * p$ נכתוב מתאם משולש זה כ- $c_3\,(\mathbf{r})$:.

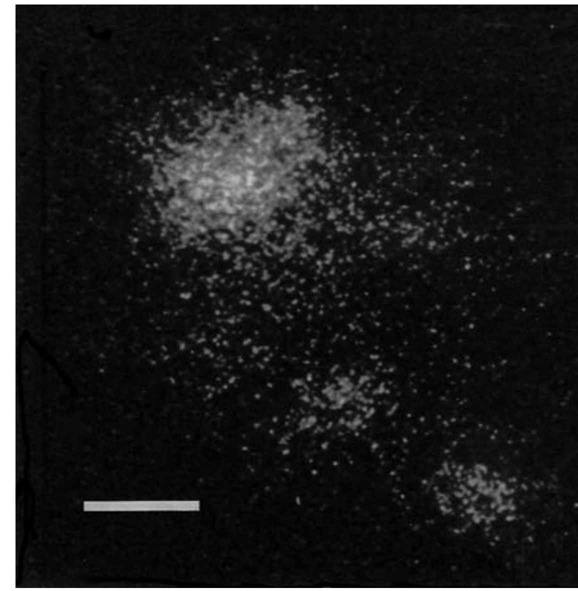
$$
\begin{aligned}
c_3(\mathbf{r}, t_j) &= i(\mathbf{r}, t_j) \otimes p(-\mathbf{r}, t_j) \\
&= \left[o(\mathbf{r}) \otimes p(\mathbf{r}, t_j)\right] \otimes p(-\mathbf{r}, t_j) \\
&= o(\mathbf{r}) \otimes \left[p(\mathbf{r}, t_j) \otimes p(-\mathbf{r}, t_j)\right]
\end{aligned}
$$

- כאשר האבר השני (המְתאם העצמי של פונקצית פריסת הנקודה האטמוספרית) ממוצע על תמונות רבות מזמנים שונים, השיא החד בראשית מתחזק מעל כל השאר. זוהי למעשה פונקצית δ, ומכאן

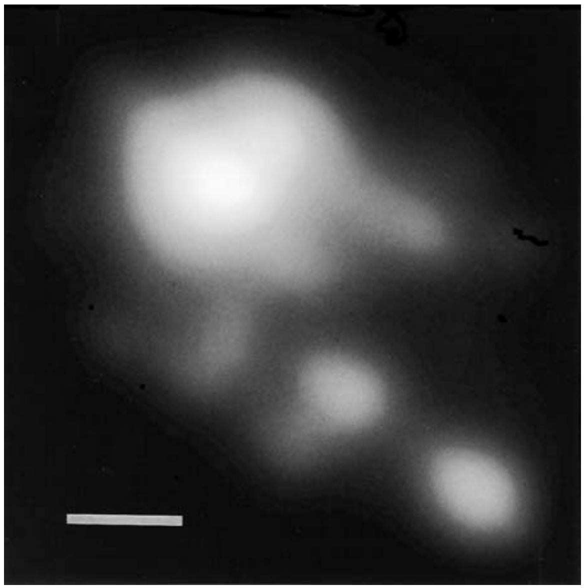
$$
\sum_j c_3(\mathbf{r}, t_j) = C\ o(\mathbf{r})
$$

- כאן C הוא קבוע, וקיבלנו שמיסוך ניקודים משחזר את הדמות.
- הבעיה בשיטה היא בחירת $\mathbf{r}_1$ כדי לקבל את הקירוב הטוב ביותר לפונקצית הפריסה האטמוספרית, עבור עצמים מסובים יותר מכוכב כפול. לעתים משתמשים בערכים שונים וממצעים על תוצאותיהם.

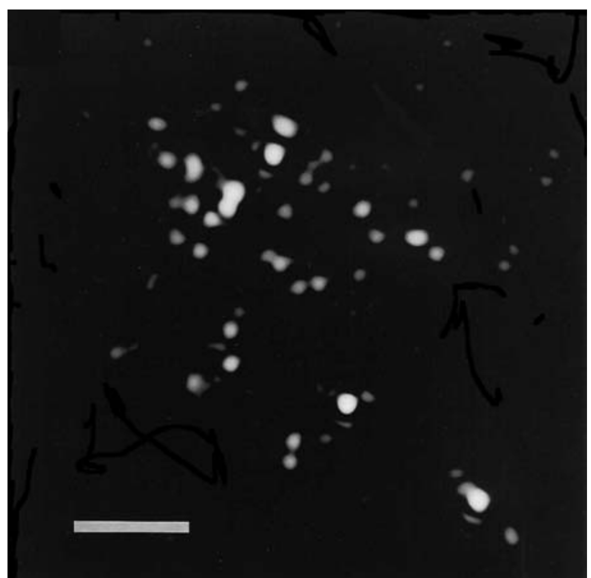
דוגמה לשחזור



דמות ניקודים בודדת (חשיפה קצרה)



דמות בחשיפה ארוכה של R136
בערפילית דוראדוס 30.



שיחזור בהפרדה גבוהה של המקור.
הקו הקצר מסמל שניית קשת אחת.