השדה המגנטי בחומר

מהי התרומה המיקרוסקופית ל $\vec{B}$?

גם כאשר $\vec{J}=0$ - מאקרוסקופי, בתוך כל אטום יתכן ש $\vec{J}\neq 0$

עבור מטענים בודדים $\vec{J}=\sum_i q_i \vec{v}_i\, \delta(\vec{x}-\vec{x}_i)$

ולכן המומנט המגנטי הנו: $\vec{m}=\frac{1}{2}\sum_i q_i(\vec{x}_i\times\vec{v}_i)$ ←

אבל $L_i=\underset{\text{מסת חלקיק } i}{M_i}(\vec{x}_i\times\vec{v}_i)$ - התנע הזויתי של חלקיק i

ולכן $\vec{m}=\sum \frac{q_i}{2M_i}\vec{L}_i$

אם לכל החלקיקים אותו : $\frac{q_i}{M_i}=\frac{e}{m_e}$ - מטען אלקטרון / מסה

← $\boxed{\vec{m}=\frac{e}{2m_e}\vec{L}}$

התנ"ז המסלולי של אלקטרונים באטום יוצר מומנט מגנטי ← שדה מגנטי

(כנ"ל עבור התנ"ז העצמי - ספין, אבל עם יחס שונה של $\vec{m}/\vec{S}$)

מהן משוואות השדה $(\vec{\nabla}\times\vec{B},\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B})$ בחומר?

נסמן: $\vec{M}(\vec{x})=\sum N_i\langle\vec{m}_i\rangle$ - צפיפות המומנט המגנטי = מגנטיזציה

N_i - מספר אטומי i ליחידת נפח; $\langle\vec{m}_i\rangle$ - המומנט המגנטי הממוצע של אטום i

(כזכור $\vec{A}(\vec{x})=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$)

הפוטנציאל המגנטי הכולל יהיה לכן נתון ע"י:

$$\vec{A}(\vec{x})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\Bigg[\underbrace{\frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}}_{\text{תרומת הזרמים המאקרוסקופיים}}+\underbrace{\frac{\vec{M}(\vec{x}')\times(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}}_{\text{תרומת הדיפולים המגנטיים בחומר}}\Bigg]d^3x'$$

נפתח את אבר המגנטיזציה

$$I=\int \frac{\vec{M}(\vec{x}')\times(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\,d^3x'=\int \vec{M}(\vec{x}')\times\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\right)d^3x'$$

נשתמש בזהות

$$\vec{\nabla}\times(\psi\vec{a})=\vec{\nabla}\psi\times\vec{a}+\psi\vec{\nabla}\times\vec{a}$$

לקבל

$$I=-\int\vec{\nabla}'\times\frac{\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3x'+\int\frac{\vec{\nabla}'\times\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3x'$$

נשתמש בגרסת הרוטור של משפט גאוס

+ גרסאות טנזוריות

ראו Arfken "Mathematical Methods for Physicists p.59

או Jackson כריכה פנימית

$$\int_V\vec{\nabla}\cdot\vec{b}\,dV=\int_S\vec{b}\cdot d\vec{A}$$ גרסת הדיברגנס

$$\int_V\vec{\nabla}\psi\,dV=\int_S\psi\,d\vec{A}$$ גרסת הגרדיינט

$$\int_V\vec{\nabla}\times\vec{b}\,dV=\int_S d\vec{A}\times\vec{b}$$ גרסת הרוטור

להבין את הדבר הראשון ?

$$\int_S\frac{d\vec{A}\times\vec{M}}{|\vec{x}-\vec{x}'|}=0$$

עבור S גדול

מספיק

$\vec{M}\to 0$!

$\vec{x}'\to\infty$

וסה"כ נקבל עבור הפוטנציאל הוקטורי

$$\vec{A}(\vec{x})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}(\vec{x}')+\vec{\nabla}'\times\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3x'$$

ובאופן אנלוגי לפתרון שהוביל לחוק אמפר, נקבל בחומר

$$\underline{\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0(\vec{J}+\vec{\nabla}\times\vec{M})}$$

(אנלוגי ל $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}(\rho-\vec{\nabla}\cdot\vec{P})$)

כאשר $\vec{J}_M=\mu_0\vec{\nabla}\times\vec{M}$ – צפיפות זרם המגנטיזציה

נגדיר $\vec{H}\equiv\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$ – השדה המגנטי

השראה מגנטית

מגנטיזציה

(אנלוגי ל $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$ באלקטרוסטטיקה

$\vec{E}$ כולל בגלל הקיטוב בחומר)

ונקבל

$$\underline{\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}\ ,\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0}$$

(ללא שינוי כי $\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$)

($\vec{B}$ כולל גם בגלל המגנטיזציה בחומר)

כיצד מושפע $\vec{M}$ מהשדה החיצוני $\vec{B}$?

החומרים מסוימים קיים קשר ליניארי פשוט

$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ magnetic susceptibility

שאפשר לרשום גם בצורה הבאה

$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ magnetic permeability

$\rightarrow \quad \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m$

מסווגים חומרים לפי ערכי χ_m אופייניים:

$\chi_m < 0$ **חומרים דיאמגנטיים**

לדוגמה: מים - $\chi_m = -1.2 \cdot 10^{-5}$, כסף - $-2.5 \cdot 10^{-5}$, חנקן $-0.7 \cdot 10^{-8}$, מימן $-2.3 \cdot 10^{-9}$

(קיבול מושרה + חוק פרדי)

$\chi_m > 0$ **חומרים פרמגנטיים**

לדוגמה: אלומיניום - $\chi_m = 2.1 \cdot 10^{-5}$, חמצן - $1.8 \cdot 10^{-8}$

(קיבול קיים, השפעה כיוונית)

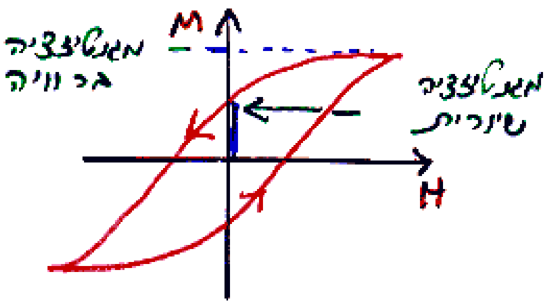
$\chi_m \propto \frac{n}{T}$ ← צפיפות, ← טמפ'

$\chi_m \gg 1$, $\chi_m(H)$ **חומרים פרומגנטיים**

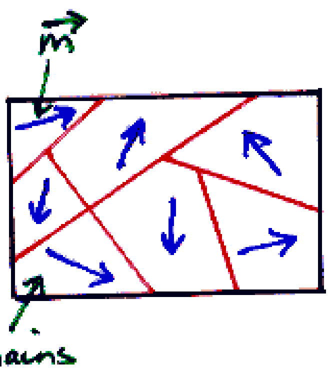
לדוגמה: ברזל, נחושת, ניקל - $\chi_m \approx 10^6$ - הגברה עצומה של השדה החיצוני

(קיבול קיים, מסודר ב domains מאקרוסקופיים)

לולאת היסטרסיס



מבנה המגנטיזציה



(אינטראקציה חזקה בין דיפולים שכנים)

עבור $T > T_c$ (טמפרטורת קירי) החומר יהפוך לפרהמגנטי $\left(\chi_m \propto \frac{n}{T - T_c}\right)$, ברזל $T_c = 794°C$, קובלט $1131°C$, ניקל $372°C$.

פתרון בעיות תנאי שפה במגנטוסטטיקה

תנאי השפה

$$\vec\nabla\cdot\vec B=0 \longrightarrow (\vec B_2-\vec B_1)\cdot\hat n=0 \qquad (B_{2\perp}=B_{1\perp})$$

$$\vec\nabla\times\vec H=\vec J \longrightarrow \hat n\times(\vec H_2-\vec H_1)=\vec K \qquad (H_{2\parallel}-H_{1\parallel}=K)$$

צפיפות הזרם המשטחי

כאשר קיים קשר לינארי $\vec B=\mu\vec H$

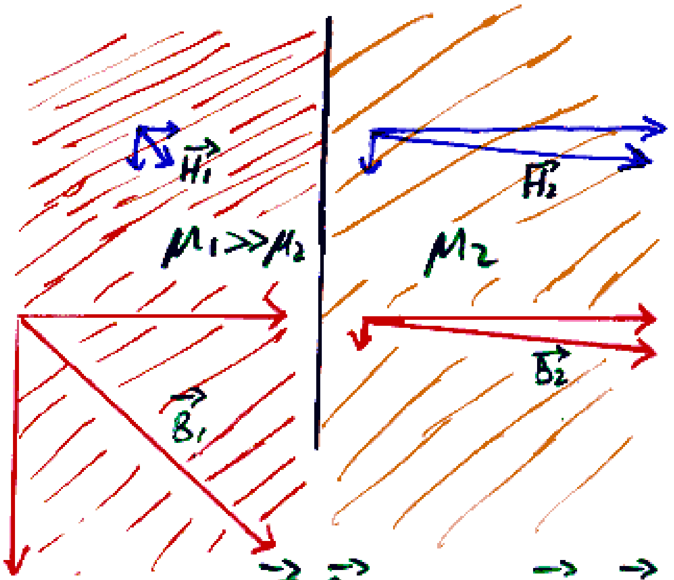
ובהעדר זרמי שפה $\vec K=0$

שקל לרשום $\vec B_2\cdot\hat n=\vec B_1\cdot\hat n\ ,\quad \vec B_2\times\hat n=\frac{\mu_2}{\mu_1}\vec B_1\times\hat n$

או $\vec H_2\cdot\hat n=\frac{\mu_1}{\mu_2}\vec H_1\cdot\hat n\ ,\quad \vec H_2\times\hat n=\vec H_1\times\hat n$

בגבול $\underline{\mu_1\gg\mu_2}$ נקבל:

השדה $\vec H$ בתחום 2 שואף
להיות מאונך לשפה
אנלוגי להתנהגות $\vec E$ סמוך
לפני מוליך. $(\vec D=\epsilon\vec E)$



פתרון באמצעות $\vec A$

את שתי משוואות השדה $\vec\nabla\cdot\vec B=0\ ,\quad \vec\nabla\times\vec H=\vec J$

ניתן לפשט בו זמנית במשוואה אחת ל-$\vec A$ (כאשר $\vec B=\vec\nabla\times\vec A$)

מכיוון ש $\vec H=\vec H(\vec B)$ $\leftarrow$ $\vec\nabla\times\vec H(\vec\nabla\times\vec A)=\vec J$

$\underline{\text{אם}}$ $\vec B=\mu\vec H$ $\leftarrow$ $\vec\nabla\times\frac{1}{\mu}(\vec\nabla\times\vec A)=\vec J$

בתחום בו μ-קבוע נקבל $\vec\nabla(\vec\nabla\cdot\vec A)-\nabla^2\vec A=\mu\vec J$

ובבחירת כיול קולון $(\vec\nabla\cdot\vec A=0)$ $\underline{-\nabla^2\vec A=\mu\vec J}$ – (כמו בריק לפרט $-\nabla^2\vec A=\mu_0\vec J'$ $\left(\vec J'=\frac{\mu}{\mu_0}\vec J\right)$

+ "תפירת" הפתרונות לתחומים בהתאם לתנאי השפה.

פתרון כאשר $\vec{J}=0$

באזור במרחב בו $\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}=0$

ניתן להגדיר פוטנציאל מגנטי סקלרי ← $\vec{H}=-\vec{\nabla}\Phi_m$

אם התווך הוא לינארי $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\vec{\nabla}\cdot(\mu\vec{H})=-\vec{\nabla}\cdot(\mu\vec{\nabla}\Phi_m)=0$

ואם הוא אחיד ← $\nabla^2\Phi_m=0$ (μ - אחיד) משוואת לפלס

אם התווך אחיד בקטעים שונים ← "תפירת" התשובות כנ"ל.

פתרון כאשר $\vec{J}=0$, $\vec{M}\neq 0$ (מגנט קבוע)

ללא שדה חיצוני

נעבור באמצעות Φ_m

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\mu_0\vec{\nabla}\cdot(\vec{H}+\vec{M})=0$$

נציב $\vec{H}=-\vec{\nabla}\Phi_m$

ונקבל $-\nabla^2\Phi_m+\vec{\nabla}\cdot\vec{M}=0$ (אין צורך להניח μ אחיד)

או $\nabla^2\Phi_m=-\rho_m$ משוואת פואסון

כאשר $\rho_m=-\vec{\nabla}\cdot\vec{M}$ - "צפיפות המטען המגנטי"

← הפתרון כמו באלקטרוסטטיקה:

$$\Phi_m(\vec{x})=\frac{-1}{4\pi}\int\frac{\vec{\nabla}'\cdot\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x'$$

(הפעלת ∇^2 על שני האגפים מחזירה את משוואת פואסון)

נשתמש שוב בכלל הזהות: $\vec{\nabla}\cdot(\vec{a}\varphi)=\vec{a}\cdot\vec{\nabla}\varphi+\varphi\vec{\nabla}\cdot\vec{a}$

ונקבל ($\vec{a}=\vec{M}$, $\varphi=\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$)

$$\Phi_m(\vec{x})=\frac{1}{4\pi}\int\vec{M}(\vec{x}')\cdot\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\right)d^3x-\underbrace{\oint_S\frac{\vec{M}(\vec{x}')\cdot d\vec{A}}{|\vec{x}-\vec{x}'|}}_{\to 0}$$

כאשר $S\to\infty$

וסה"כ נקבל עבור תווך עם $\vec{J}=0$, $\vec{M}\neq 0$:

$$\Phi_m(\vec{x})=\frac{-1}{4\pi}\vec{\nabla}\cdot\int\frac{\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x'$$

(השתמשנו ב: $\vec{\nabla}'\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}=-\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$ והוצאנו את $\vec{\nabla}$ לפני האינטגרל)

עבור $\vec{x}\gg\vec{x}'$ ← $\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\approx\frac{1}{|\vec{x}|}$

אז

$$\Phi_m(\vec{x})\approx\frac{-1}{4\pi}\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{x}|}\right)\cdot\int\vec{M}(\vec{x}')d^3x' \;\rightarrow\; \Phi_m(\vec{x})=\frac{\vec{m}\cdot\vec{x}}{4\pi r^3}$$

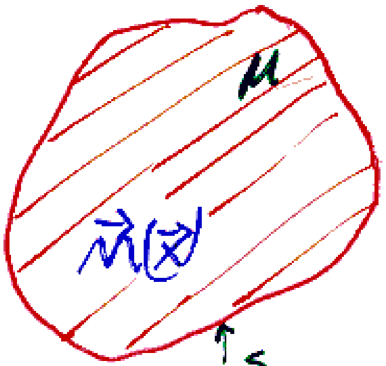
הפוטנציאל הסקלרי של דיפול מגנטי (כמו דיפול חשמלי)

מהו הביטוי ל Φ_m את $\vec{M}$ משתנה באופן לא רציף?

לדוגמא: $\underset{\mu\,!}{\vec{M}(\vec{x})\neq 0}$ בנפח V, $\underset{\mu_0\,!}{\vec{M}(\vec{x})=0}$ מחוץ ל V.

משוואת פואסון $\nabla^2\Phi_m = -\rho_m$

נכונה רק באזור בו μ אחיד



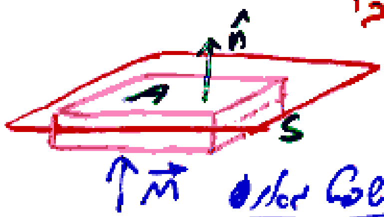
התרומה ל Φ_m מהאזור בו $\vec{M}=0$ היא אפס.

אבל יש תרומה משטחית מהאזור בו $\vec{\nabla}\cdot\vec{M}\to\infty$

(על המשטח S), אבל $\int \vec{\nabla}\cdot\vec{M}\,d^3x'$ – סופי.

אי הרציפות ב $\vec{M}$ יוצרת מטען משטחי אפקטיבי!

$$\sigma_M = \hat{n}\cdot\vec{M}$$



$$\vec{M}\cdot\hat{n}\cdot A + 0\cdot\hat{n}\cdot A = \sigma\cdot A$$

המעבר לפוטנציאל. הפתרון כולל אי הרציפות הנ"ל

(מתקבל מהפרדת המרחב ל 3 אזורים: בתוך V, סמוך ל S, ומחוץ ל V)

$$\Phi_m(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\vec{\nabla}'\cdot\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x' + \frac{1}{4\pi}\oint_S \frac{\hat{n}\cdot\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^2x'$$

עבור מגנטיזציה אחידה בחומר $\vec{\nabla}'\cdot\vec{M}=0$ ורק האיבר המשטחי יתרום.

הפתרון באמצעות $\vec{A}$

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}\ ,\quad \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\right) = \vec{J} = 0$$

$$\Leftarrow\quad \nabla^2\vec{A} = -\mu_0 J_M\ ,\quad J_M = \vec{\nabla}\times\vec{M}$$

והפתרון ל $\vec{A}$:

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{M}(\vec{x}')\times(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}d^3x'$$

אם אין תנאי שפה ($S\to\infty$) נקבל:

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{\nabla}'\times\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x'$$

אם יש תנאי שפה נקבל (ג.54)

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{\nabla}'\times\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x' + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_S \frac{\vec{M}(\vec{x}')\times\hat{n}}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^2x'$$

דוגמא: כדור עם מגנטיזציה אחידה

נתון כדור שבתוכו $\vec{M} = M_0\hat{z}$ ומבחוץ $\vec{M}=0$, $\mu=\mu_0$

מהו $\vec{B}$ בכל המרחב?

דרך א'

באמצעות Φ_m מאינטגרל נפחי ומשטחי

$\vec{\nabla}\cdot\vec{M}=0$

$$\sigma = \hat{n}\cdot\vec{M} = (\sin\theta'\cos\varphi'\hat{x}, \sin\theta'\sin\varphi'\hat{y}, \cos\theta'\hat{z})\cdot(0\hat{x}, 0\hat{y}, M_0\hat{z})$$

$$= M_0\cos\theta'$$

נותר רק האינטגרל המשטחי:

$$\to \Phi_m(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{M_0\cos\theta' \cdot a^2 d\Omega}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

נזכור ש:

$$\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = \sum_{l=0}^{\infty}\frac{r_<^l}{r_>^{l+1}}P_l(\cos\gamma)$$

הקטן / הגדול מבין $|\vec{x}|, |\vec{x}'|$

הזווית בין $\vec{x}$ ו $\vec{x}'$

נקודת השקה

$\theta, \varphi'=0$

$$\to \cos\gamma = \sin\theta\sin\theta'\cos\varphi' + \cos\theta\cos\theta'$$

וכן ש P_l אורתוגונליים, ! $\cos\theta' = P_1$

← רק האיבר $l=1$ נשאר מ: $\int P_1\left(\sum_{l=0}^{\infty}\dots P_l\right)d\Omega$

$$\Phi_m = \frac{M_0 a^2}{4\pi}\frac{r_<}{r_>^2}\cos\theta\int_0^{2\pi}d\varphi\int_{-1}^{1}\cos^2\theta'\, d\cos\theta = \frac{1}{3}M_0 a^2\frac{r_<}{r_>^2}\cos\theta$$

(האינטגרל של האיבר הראשון בביטוי ל $\cos\gamma$ מתאפס, $\int\cos\varphi' d\varphi=0$)

בתוך הכדור

$|\vec{x}| = r < a$, $|\vec{x}'| = a$ - על פני המשטח

← $r_< = r$, $r_> = a$

$$\to \Phi_m = \frac{1}{3}M_0 r\cos\theta = \frac{1}{3}M_0 z$$

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\Phi_m = -\frac{1}{3}M_0\hat{z} = -\frac{1}{3}\vec{M} \to \vec{B} = \mu_0(\vec{H}+\vec{M}) = \frac{2}{3}\mu_0\vec{M}$$

מחוץ לכדור

$|\vec{x}| = r > a$, $|\vec{x}'| = a$ ← $r_> = r$, $r_< = a$

$\to \Phi_m = \frac{1}{3}M_0 a^3\frac{\cos\theta}{r^2}$, הפוטנציאל של דיפול עם $\vec{m} = \frac{4\pi a^3}{3}\vec{M}$

דרך ב

חישוב Φ_m מהביטוי הכללי

$$\Phi_m(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi}\vec{\nabla}\cdot\int\frac{\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x'$$

$$= -\frac{1}{4\pi}M_0\frac{\partial}{\partial z}\int_0^a r'^2 dr'\int\frac{d\Omega'}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

ולזק צ'ל גמור

דרך ג

חישוב $\vec{A}$ מהאינטגרל המשטחי:

(האינטגרל הנפחי מתאפס, $\vec{\nabla}\times\vec{M}=0$)

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_S\frac{\vec{M}(\vec{x}')\times\hat{n}'d^2x'}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

$$\vec{M}\times\hat{n}' = M_0\sin\theta'\hat{\varphi} = M_0\sin\theta'(-\sin\varphi'\hat{x}+\cos\varphi'\hat{y})$$

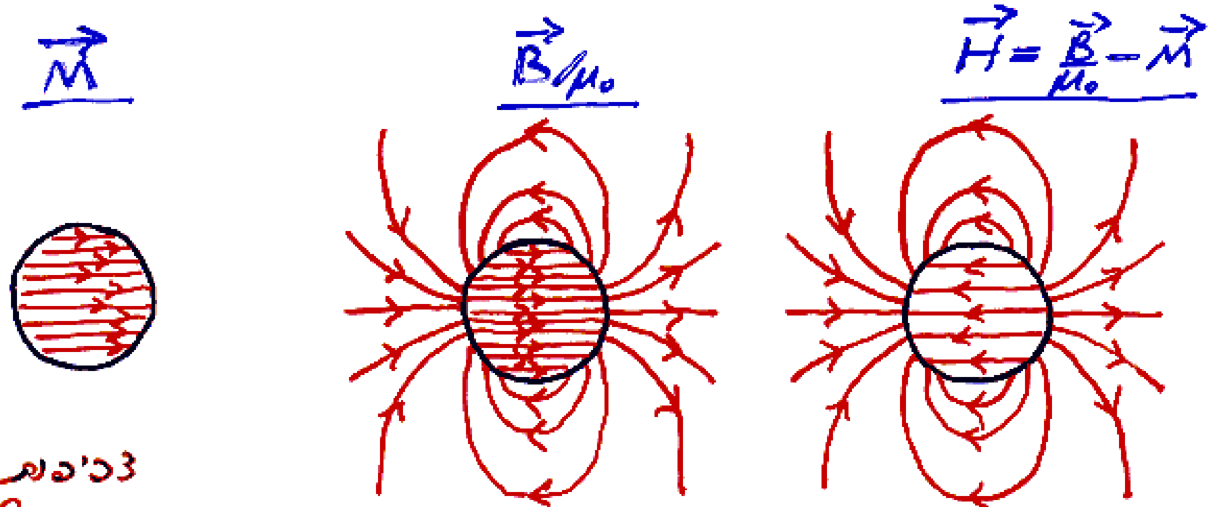
כמו בחישוב $\vec{A}$ של טבעת זרם, משיקולי סימטריה (ר' 75)

ניתן לבחור נקודת שדה בה $\varphi=0$ $\leftarrow$ $A_x=0\ ,\ A_y=A_\varphi$

$$\to A_y = \frac{\mu_0}{4\pi}M_0a^2\int\frac{\sin\theta'\sin\varphi'd\Omega'}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = \frac{M_0a^2}{3}\mu_0\frac{r_<}{r_>^2}\sin\theta$$

וכיבי $\vec{B}$ מ $\vec{\nabla}\times\vec{A}$.

בפתרון הגרפי



צפיפות מומנט הדיפול המגנטי

השדה "האמיתי" (כוח לורנץ, צפיפות אנרגיה)

השדה לצורך זיהוי זרמים מקרוסקופיים $\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}$

כדור כנ"ל בשדה אחיד

משוואות השדה לינאריות ← סופרפוזיציה של פתרונות = פתרון

שדה אחיד $\vec{B}_0=\mu_0\vec{H}_0$ - פתרון

← הפתרון בתוך הכדור לשדה אחיד באינסוף

$$\vec{B}_{in}=\vec{B}_0+\frac{2}{3}\mu_0\vec{M} \quad , \quad \vec{H}_{in}=\frac{1}{\mu_0}\vec{B}_0-\frac{1}{3}\vec{M}$$

עבור כדור מחומר פארהמגנטי או דיאמגנטי

מתקיים הקשר $\vec{B}_{in}=\mu\cdot\vec{H}_{in}$, $\vec{M}$ - נקבע ע"י השדה החיצוני (אינו קבוע)

$$\vec{B}_0+\frac{2}{3}\mu_0\vec{M}=\mu\left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B}_0-\frac{1}{3}\vec{M}\right)$$

כלומר! מצאנו את $\vec{M}$ כפונקציה של השדה החיצוני $\vec{B}_0$

$$\vec{M}=\frac{3}{\mu_0}\frac{(\mu/\mu_0-1)}{(\mu/\mu_0+2)}\cdot\vec{B}_0 \rightarrow$$

(אנלוגי ל $\vec{P}=3\epsilon_0\frac{(\epsilon/\epsilon_0-1)}{(\epsilon/\epsilon_0+2)}\vec{E}_0$ באלקטרוסטטיקה)

ניתן גם לחשב ישירות תוך שימוש בתנאי השפה, כמו החישוב באלקטרוסטטיקה (ע' 61)

עבור כדור מחומר פרומגנטי

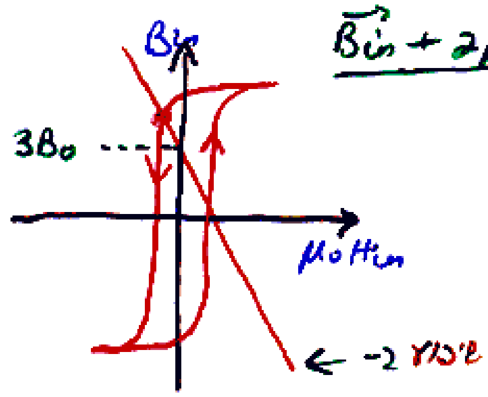
לא מתקיים הקשר הפשוט $\vec{B}\propto\vec{H}$

במיוחד יתכן $\vec{M}\neq0$ עבור $\vec{B}_0=0$

משוואות השדה צריכות כמובן להתקיים, ולכן הפיתרון למעלה הנו עדיין תקף עבור $\vec{M}$ כלשהו

$$\rightarrow \quad (\vec{B}_{in}-\vec{B}_0)\frac{3}{2}\mu_0=-3\left(\vec{H}_{in}-\frac{1}{\mu_0}\vec{B}_0\right)$$

$$\underline{\vec{B}_{in}+2\mu_0\vec{H}_{in}=3\vec{B}_0}$$



בפועל הגודל של $\vec{M}$ נקבע ע"פ הקשר $\vec{B}(\vec{H})$ - עקום ההיסטרזיס של החומר המסוים ממנו הכדור עשוי.