הפוטנציאל הוקטורי

באלקטרוסטטיקה השתמשנו בזהות ש $\vec{\nabla}\times\vec{E}=0$

ובקשר הכללי $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\psi=0$ להסיק שניתן לרשום $\vec{E}=-\vec{\nabla}\Phi$

באופן אנלוגי נשתמש כאן בזהות ש $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$

ובקשר הכללי $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{a})=0$

להסיק שקיים $\vec{A}$ המקיים

$$\boxed{\vec{B}(\vec{x})=\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{x})}$$

פוטנציאל וקטורי

מהו $\vec{A}$?

לפי ע' 71 למעלה:

$$\vec{A}(\vec{x})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3x'$$

האם זו הגדרה חד ערכית של $\vec{A}$?

לא!

הטרנספורמציה $\vec{A}'=\vec{A}+\vec{\nabla}\psi$ לא משנה את $\vec{B}$ (מדוע?)

"טרנספורמצית כיול" (Gauge transformation)

אנלוגי לטרנספורמציה $\Phi'=\Phi+c$ (קבוע) שלא משנה את $\vec{E}$

למה מתהפכת המשוואה ל $\vec{\nabla}\times\vec{B}$?

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})=\mu_0\vec{J}$$

$$\rightarrow\quad \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A}=\mu_0\vec{J}$$

דרגת החופש בהגדרת $\vec{A}$ (תוספת $\vec{\nabla}\psi$)

מאפשרת לבחור $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$ – כיול קולון

ואז נקבל $\boxed{\nabla^2\vec{A}=-\mu_0\vec{J}}$ (לפלסיאן של וקטור)

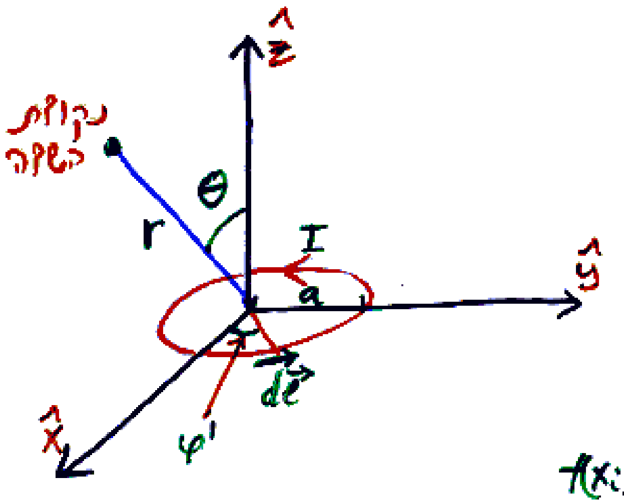
מכיוון ש: (הוכחה ע' 72)

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\vec{J}(\vec{x}')\cdot\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3x=0$$

אין צורך בתוספת של $\vec{\nabla}\psi\neq0$

(או במקרים אחרים $\psi=const$)

הפוטנציאל הוקטורי של טבעת זרם



צפיפות הזרם נתונה ע"י

$$\vec J(\vec x) = J_\varphi \hat\varphi = I\,\delta(\cos\theta)\,\frac{\delta(r-a)}{a}\,\hat\varphi$$

זרם בכיוון φ בלבד?

תזכורת:

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{1}{\left|\frac{df}{dx}\right|_{x_i}}\delta(x-x_i)$$

מקיים $f(x_i)=0$

(הוכחה ע"י חילוף משתנים $z=f(x)$)

לכן

$$\delta(\cos\theta) = \frac{1}{\sin\theta}\delta\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$$

ביטוי זה ל $\vec J$ נותן:

$$\int|\vec J|\,dv = \frac{I}{a}\int\frac{1}{\sin\theta}\delta\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)\delta(r-a)\,r^2dr\,d\varphi\,\sin\theta\,d\theta$$

$$= 2\pi a I$$

הביטוי ל $\vec A$ נתון ע"י:

$$\vec A(\vec x) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{J_\varphi\hat\varphi}{|\vec x-\vec x'|}d^3x'$$

אבל $\hat\varphi$ אינו וקטור בכיוון קבוע במרחב.

לביצוע האינטגרציה צריך לעבור לקואורדינטות קרטזיות, בהן $\hat x,\hat y,\hat z$ קבועים בכיוונם.

הטרנספורמציה נתונה ע"י

$$J_x = -J_\varphi\sin\varphi' \qquad A_x = -A_\varphi\sin\varphi$$

$$J_y = J_\varphi\cos\varphi' \qquad A_y = A_\varphi\cos\varphi$$

הזוית לאורך טבעת הזרם — הזוית של נקודת השקה

עקב הסימטריה ב φ של טבעת הזרם ניתן לבחור (ללא הגבלת הכלליות)

$$\varphi=0 \leftarrow A_x=0,\ A_y=A_\varphi$$

$$A_y = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{J_y}{|\vec x-\vec x'|}d^3x' = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{J_\varphi\cos\varphi'}{|\vec x-\vec x'|}d^3x'$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\int\frac{\delta(\cos\theta')\,\delta(r'-a)\cdot\cos\varphi'\,r'^2\sin\theta'\,dr'\,d\theta'\,d\varphi'}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'(\sin\theta\sin\theta'\cos\varphi'+\cos\theta\cos\theta')}}$$

כאשר $r=|\vec x|,\ r'=|\vec x'|$

$$\frac{\vec x}{r} = (\sin\theta\cos\varphi\,\hat x,\ \sin\theta\sin\varphi\,\hat y,\ \cos\theta\,\hat z)$$

וכנ"ל לגבי של $\vec x'$.

לאחר ביצוע האינטגרציה על $\delta(r-a)$ ו $\delta(\cos\theta)$ נקבל

$$A_y(r,\theta)=\frac{\mu_0 I a}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\varphi' d\varphi'}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos\varphi'}}$$

אין פתרון אנליטי. ניתן לרשום כסכום של אינטגרלים אליפטיים ($K\equiv\int_0^{\pi/2}\frac{d\theta}{\sqrt{1-K^2\sin^2\theta}}$, $E=\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-K^2\sin^2\theta}\,d\theta$) להם יש פתרון באמצעות טור אינסופי.

<u>עבור $r>>a$</u>

משתמשים בקירוב $\frac{1}{\sqrt{1+x}}\approx 1-\frac{1}{2}x$ ונקבל

$$A_y\approx\frac{\mu_0 I a}{4\pi r}\int_0^{2\pi}\cos\varphi'\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{r^2}-\frac{2a}{r}\sin\theta\cos\varphi'\right)\right]d\varphi'$$

$$\rightarrow\quad A_y=A_\varphi=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\pi a^2\sin\theta}{r^2}\ ,\quad A_r=A_\theta=0$$

מכיוון ש $\vec{J}=J_\varphi\hat{\varphi}$

מהי ההשראה המגנטית $\vec{B}$?

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}=\frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix}\hat{r} & r\hat{\theta} & r\sin\theta\hat{\varphi}\\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\varphi}\\ A_r & rA_\theta & r\sin\theta A_\varphi\end{vmatrix}$$

ברישום מקוצר באופן כללי:

$$\rightarrow\quad B_r=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\varphi)\ ,\quad B_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)\ ,\quad B_\varphi=0$$

ועבור A_φ שמצאנו, נקבל:

$$B_r=\frac{\mu_0}{2\pi}I\pi a^2\frac{\cos\theta}{r^3}\ ,\quad B_\theta=\frac{\mu_0}{4\pi}I\pi a^2\frac{\sin\theta}{r^3}$$

<u>דיפול מגנטי</u> $\leftarrow$

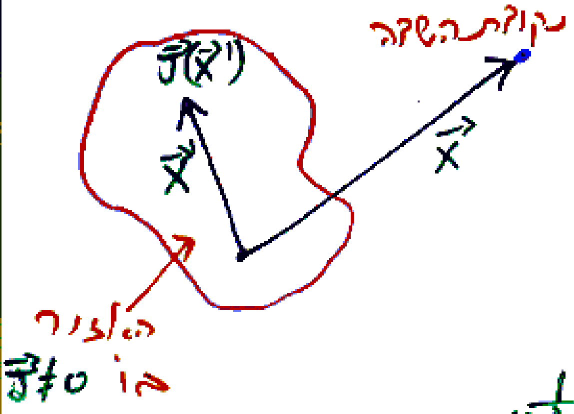
התלות ב r,θ זהה לתלות של דיפול חשמלי (אלקטרוסטטי)

$m=I\pi a^2$ - מומנט הדיפול המגנטי של טבעת זרם.

המומנט המגנטי

מהו $\vec B$ השדה במרחק גדול מהתפלגות חסומה (כלשהי) במרחב של $\vec J$?

הפתרון המדויק מתקבל מ:



$$\vec A(\vec x)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec J(\vec x')d^3x'}{|\vec x-\vec x'|}$$

וכמו בפיתוח המולטיפולים באלקטרוסטטיקה נשתמש בקרוב (טור טיילור)

$$\frac{1}{|\vec x-\vec x'|}=\frac{1}{|\vec x|}+\frac{\vec x'\cdot\vec x}{|\vec x|^3}+\dots$$

השימוש בקרוב המתאים אותנו $|\vec x'|\ll|\vec x|$

מדוע לא להשתמש בפיתוח באמצעות Y_ℓ^m, וקואורדינטות ספריות כמו שעשינו באלקטרוסטטיקה? (רמז: הפוטנציאל כאן וקטורי)

נחשב עד סדר שני:

$$\to\ \vec A(\vec x)\approx\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{1}{|\vec x|}\int\vec J(\vec x')d^3x'+\frac{1}{|\vec x|^3}\int\vec J(\vec x')\underbrace{\vec x'\cdot\vec x}_{(\text{סקלר})}d^3x'\right]$$

נראה שמומנט המונופול המגנטי מתאפס תמיד

נבדוק עבור רכיב x של $\vec A$

$$I=\int J_x(\vec x')d^3x'=?$$

נשתמש בזהות (בדוק!)

$$J_x=\vec\nabla\cdot(x\vec J)-x\vec\nabla\cdot\vec J$$

$$\to\ I=\underbrace{\int\vec\nabla'\cdot(x'\vec J)d^3x'}_{=\oint_S x'\vec J\cdot\hat n\,dA=0}-\underbrace{\int x'\vec\nabla'\cdot\vec J\,d^3x'}_{=0}$$

כי $\vec J$ בנפח סופי

כי $\vec\nabla'\cdot\vec J=0$

$\longrightarrow\ I=0$

המומנט המגנטי הנמוך ביותר $\neq 0$ הוא הדיפול המגנטי:

$$\vec A(\vec x)=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{|\vec x|^3}\int\vec J(\vec x')\,\vec x'\cdot\vec x\,d^3x'$$

נביא ביטוי זה לצורה פשוטה יותר שתראה את האנלוגיה לדיפול החשמלי.

נרשום את האינטגרנד בצורה הבאה:

$$(\vec{X}\cdot\vec{x}')\vec{J} = (\vec{X}\cdot\vec{J})\vec{x}' - \vec{x}\times(\vec{x}'\times\vec{J})$$

(עפ"י הזהות הוקטורית $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$)

נראה ש: $\ast \quad \int(\vec{X}\cdot\vec{J})\vec{x}'d^3x' = -\int(\vec{x}\cdot\vec{x}')\vec{J}d^3x'$

נבדוק עבור רכיב $\hat{x}$ של האינטגרל

$$I = \int(xx'+yy'+zz')J_x d^3x'$$

ונעבוד במפורש על החלק $I_y = y\int y' J_x d^3x'$ של האינטגרל I

$$I_y = y\int y'\,\underbrace{\vec{\nabla}'\cdot(x'\vec{J})}_{=J_x}\,d^3x'$$

$= J_x$ (הראה עם קודם + $\vec{\nabla}'\cdot\vec{J}=0$)

מאינטגרציה בחלקים נקבל $=(0,\hat{y},0)$

$$\int y'\,\vec{\nabla}'\cdot(x'\vec{J})d^3x' = -\int(x'\vec{J})\cdot\vec{\nabla}'y'\,d^3x' = -\int x'J_y d^3x'$$

(+ אינטגרל משטח $=0$)

כלומר מצ"ב קיבלנו ש: $\int y'J_x d^3x' = -\int x'J_y d^3x'$

או באופן כללי $\int x_i' J_k d^3x' = -\int x_k' J_i d^3x'$

נכפיל ב x_i ונסכם על i ← $\int\sum_i x_i x_i' J_k d^3x' = -\int\sum x_i J_i x_k' d^3x'$

כלומר הוכחנו את $\ast$ עבור רכיב k.

$$\leftarrow \quad 2\int\vec{J}(\vec{x}\cdot\vec{x}')d^3x' = -\vec{x}\times\int(\vec{x}'\times\vec{J})d^3x'$$

לכן $\vec{A}(\vec{x}) = -\frac{1}{2}\frac{\mu_0}{4\pi|\vec{x}|^3}\vec{x}\times\int\vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')d^3x'$

נסמן $\boxed{\vec{m}(\vec{x}) = \frac{1}{2}\vec{x}\times\vec{J}(\vec{x})}$ - צפיפות המומנט המגנטי ; $\vec{m} = \int\vec{m}(\vec{x})d^3x$ - המומנט המגנטי (מגנטיזציה)

ונקבל את קירוב הדיפול של $\vec{A}$ $\longrightarrow$

$$\boxed{\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{x}}{|\vec{x}|^3}}$$

מהו הביטוי ל $\vec{B}$ בקירוב הדיפול?

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\times\left(\vec{m}\times\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3}\right)$$

נשתמש בזהות:

$$\vec{\nabla}\times(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{a}(\vec{\nabla}\cdot\vec{b}) - \underbrace{\vec{b}(\vec{\nabla}\cdot\vec{a})}_{=0} + \underbrace{(\vec{b}\cdot\vec{\nabla})\vec{a}}_{=0} - (\vec{a}\cdot\vec{\nabla})\vec{b}$$

במקרה שלנו $\vec{a} = \vec{m}$ – וקטור קבוע לא משתנה כפונקציה של $\vec{x}$ (בניגוד ל $\vec{B}$)

ולכן $\vec{\nabla}\vec{m} = 0$ ←

וסה"כ נקבל

$$\vec{B} = \vec{m}\left(\vec{\nabla}\cdot\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3}\right) - (\vec{m}\cdot\vec{\nabla})\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

כאשר

$$\vec{\nabla}\cdot\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3} = \frac{\vec{\nabla}\cdot\vec{x}}{|\vec{x}|^3} + \vec{x}\cdot\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{x}|^3} = 0$$

(כמו $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}$ כאשר $\vec{E} = kq\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$)

$$(\vec{m}\cdot\vec{\nabla})\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\left(m_x\frac{\partial}{\partial x} + m_y\frac{\partial}{\partial y} + m_z\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

החלק i של הפועל על הרכיב j של $\vec{x}$ →

$$\nabla_i\left(\frac{x_j}{|\vec{x}|^3}\right) = \frac{\delta_{ij}}{|\vec{x}|^3} - \frac{3x_i x_j}{|\vec{x}|^5}$$

סה"כ נקבל

$$B_j = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_j}{|\vec{x}|^3} + \frac{3x_j(\vec{m}\cdot\vec{x})}{|\vec{x}|^5}$$

ובאופן מלא

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{m}\cdot\hat{n})\hat{n} - \vec{m}}{|\vec{x}|^3}}$$

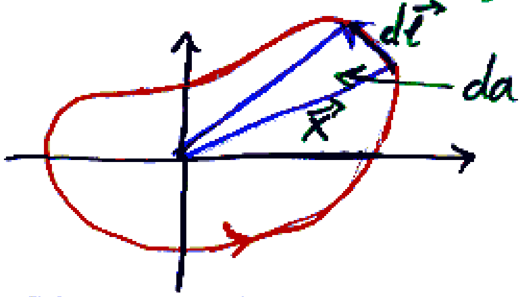
$$\hat{n} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}$$

אנלוגי ל $\vec{E}$ של דיפול חשמלי ($\vec{p}$ במקום $\vec{m}$)

עבור לולאת זרם מישורית, בצורה כלשהי:

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int \vec{x}\times\vec{J}\,d^3x = \frac{1}{2}\oint I\,d\vec{l}\times\vec{x}$$

מכיוון ש $da = \frac{1}{2}|d\vec{l}\times\vec{x}|$



מומנט הדיפול – $\boxed{|\vec{m}| = I\cdot a}$

וכיוונו ניצב למישור

באופן מקביל להוכחות באלקטרוסטטיקה ניתן להוכיח ש:

$$\int_{r<R} \vec{B}(\vec{x})\, d^3x = \begin{cases} \dfrac{2\mu_0 \vec{m}}{3} & \text{— } \vec{J} \text{ מוכל ב } r<R \\ \dfrac{4\pi R^3}{3}\vec{B}(0) & \text{— } \vec{J} \text{ מחוץ ל } r<R \end{cases}$$

והביטוי המלא לשדה של דיפול הוא

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\hat{n}(\hat{n}\cdot\vec{m}) - \vec{m}}{|\vec{x}|^3} + \frac{8\pi}{3}\vec{m}\,\delta(\vec{x})\right]$$

הכוח ומומנט הכוח על דיפול מגנטי

נניח שהשדה $\vec{B}(\vec{x})$ משתנה באיטיות באיזור בו $\vec{J}(\vec{x})\neq 0$.
כלומר ניתן לרשום בקירוב טוב
$$\vec{B}(\vec{x}) \approx \vec{B}(0) + (\vec{x}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}(0)$$
(ניתן להזניח את האיברים הבאים בפיתוח טיילור)

הכוח על התפלגות הזרם

$$\vec{F} = \int \vec{J}\times\vec{B}\, d^3x' = \vec{B}(0)\underbrace{\int \vec{J}(\vec{x}')\, d^3x'}_{=0} + \int \vec{J}(\vec{x}') \times \underbrace{(\vec{x}'\cdot\vec{\nabla})}_{(x'\partial_x + y'\partial_y + z'\partial_z)}\vec{B}(0)\, d^3x'$$

(כפי שהוכחנו 77.6)

נפשט את האבר שנותר באגף ימין.
נשתמש בזהות הוקטורית (מכאן והלאה $\vec{B}=\vec{B}(0)$)

$$\vec{x}'\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{x}'\cdot\vec{B}) - (\vec{x}'\cdot\vec{\nabla})\vec{B}$$

מכיוון ש $\vec{B}$ הוא שדה ממקור חיצוני (לא נוצר ע"י $\vec{J}$)
← בסביבת האינטגרציה (האיזור בו $\vec{J}\neq 0$) $\vec{\nabla}\times\vec{B}=0$

$$\rightarrow \quad \vec{\nabla}(\vec{x}'\cdot\vec{B}) = (\vec{x}'\cdot\vec{\nabla})\vec{B}$$

ולכן

$$F = \int \vec{J}\times\vec{\nabla}(\vec{x}'\cdot\vec{B})\, d^3x' = -\int \vec{\nabla}\times(\vec{x}'\cdot\vec{B})\vec{J}\, d^3x'$$

שימוש בזהות נוספת
$$\left(\vec{\nabla}\times(\psi\vec{a}) = \vec{\nabla}\psi\times\vec{a} + \psi\vec{\nabla}\times\vec{a}, \quad \vec{\nabla}\times\vec{x}=0\right)$$

נזכיר בזהות (ע. 78) הבלתי נשכחת:

$$\int(\vec{x}\cdot\vec{x}')\vec{J}(\vec{x}')d^3x' = -\frac{1}{2}\vec{x}\times\int\vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')d^3x'$$

נציב בה $\vec{B}$ במקום $\vec{x}$ ונקבל עבור $\vec{F}$:

$$\vec{F} = \frac{1}{2}\vec{\nabla}\times\Big(\vec{B}\times\underbrace{\int\vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')d^3x'}_{=2\vec{m}}\Big) = \vec{\nabla}\times(\vec{B}\times\vec{m})$$

נמשיך לפשט את הביטוי ל-$\vec{F}$ (נזכור ש $\vec{\nabla}\vec{m}=0$)

$$\vec{F} = \vec{\nabla}\times(\vec{B}\times\vec{m}) = (\vec{m}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} - \underbrace{(\vec{\nabla}\cdot\vec{B})}_{=0}\vec{m}$$

ובנוסף נשתמש בזהות הוקטורית

$$\vec{\nabla}(\vec{m}\cdot\vec{B}) = (\vec{m}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + \underbrace{(\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{m}}_{=0} + \vec{m}\times\underbrace{(\vec{\nabla}\times\vec{B})}_{=0} + \vec{B}\times\underbrace{(\vec{\nabla}\times\vec{m})}_{=0}$$

והתוצאה הסופית עבור הכוח

$$\boxed{\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m}\cdot\vec{B})}$$

- הכוח על דיפול מגנטי $\vec{m}$ בשדה $\vec{B}$

אנרגיית האינטראקציה = האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול בשדה מגנטי

$$U = -\int\vec{F}\cdot d\vec{x} = -\int\vec{\nabla}(\vec{m}\cdot\vec{B})d\vec{x}$$

$$\rightarrow \boxed{U = -\vec{m}\cdot\vec{B}}$$

מומנט הכוח

$$\vec{N} = \int\vec{x}'\times[\vec{J}(\vec{x}')\times\vec{B}(\vec{x}')]d^3x'$$

מומנט הכוח ביחס לראשית הצירים ($\vec{x}'=0$).

נשתמש בזהות הוקטורית המוכללת $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$:

$$= \int\Big[(\vec{x}'\cdot\vec{B})\vec{J} - \underbrace{(\vec{x}'\cdot\vec{J})\vec{B}}\Big]d^3x'$$

נשתמש בקירוב $\vec{B}=\vec{B}(0)$ ונראה כי $=0$

$$\int\vec{x}'\cdot\vec{J}\,\vec{B}(0)d^3x' = \vec{B}(0)\int\vec{x}'\cdot\vec{J}d^3x' = \frac{1}{2}\int\vec{\nabla}(x'^2\vec{J})d^3x' = \frac{1}{2}\oint_S x'^2\vec{J}\cdot d\vec{A} = 0$$

עבור S גדול מספיק $J=0$

נשתמש בקשר: $\vec{\nabla}\cdot(x^2\vec{J}) = 2\vec{x}\cdot\vec{J} + x^2\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{J}}_{=0}$

$$\rightarrow \vec{N} = \int(\vec{x}'\cdot\vec{B})\vec{J}d^3x'$$

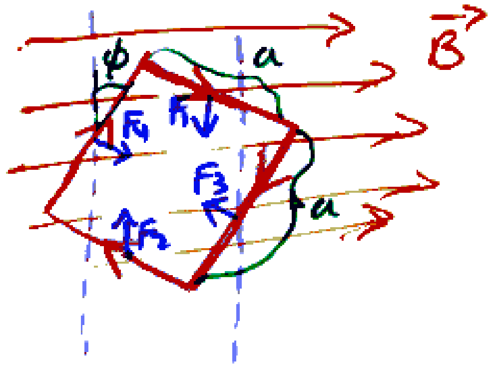
נשתמש שוב בזהות שבה"ש השיעור הקודם ונקבל

$$\vec N = -\vec B \times \int \vec x' \times J \, d^3x'$$

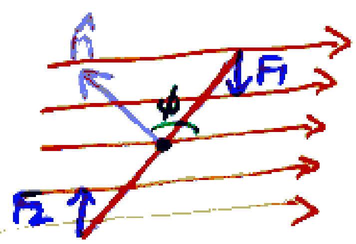
$$\rightarrow \quad \vec N = \vec m \times \vec B$$

דוגמא פשוטה

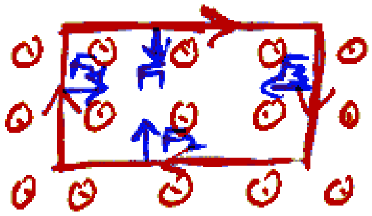
מהו מומנט הכוח על טבעת זרם מלבנית בשדה אחיד?



מבט צד



מבט פנים



נחשב תחילה באמצעות הכוחות

הכוח על כל צלע: $\vec F = I \int d\vec l \times \vec B$

$\rightarrow |\vec F_1| = IaB \qquad \vec F_2 = -\vec F_1$

$|\vec F_3| = IaB\cos\varphi \qquad \vec F_4 = -\vec F_3$

הכוחות $\vec F_3, \vec F_4$ יתרמו סה"כ $\vec N = 0$ (מדוע?)

והתרומה של $\vec F_1, \vec F_2$ תהיה

$$|\vec N| = |\vec F_1| \cdot \frac{a}{2}\sin\varphi + |\vec F_2| \frac{a}{2}\sin\varphi$$

$$\rightarrow |\vec N| = Ia^2B\sin\varphi$$

אז ישירות מהנוסחה שקיבלנו

$$|\vec N| = |\vec m \times \vec B| = Ia^2 \cdot B\sin\varphi$$

כאשר: $\vec m = Ia^2\hat n$

המומנט המגנטי של טבעת הזרם

הניצב למישור הטבעת

← הטבעת תסתובב עד ש-$\vec m$ יהיה מקביל ל-$\vec B$

(כמו התנהגות דיפול חשמלי $\vec p$ בשדה חשמלי $\vec E$)