מעבר ממשוואות דיפרנציאליות לפונקצית תמסורת:

<u>דיפרנציאלית בזמן רציף:</u>

$$y^{(n)}(t)+a_1y^{(n-1)}(t)+\ldots+a_{n-1}y^{(1)}(t)+a_ny(t)=b_0u^{(m)}(t)+b_1u^{(m-1)}(t)+\ldots+b_{m-1}u^{(1)}(t)+b_mu(t)$$

<u>הפרש בזמן בדיד:</u>

$$y[k+n]+a_1y[k+n-1]+\ldots+a_{n-1}y[k+1]+a_ny[k]=b_0u[k+m]+b_1u[k+m-1]+\ldots+b_{m-1}u[k+1]+b_mu[k]$$

תמסורת בזמן רציף:

$$H(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_m}{s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_n}$$

תמסורת בזמן בדיד:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{b_0z^m+b_1z^{m-1}+\ldots+b_m}{z^n+a_1z^{n-1}+\ldots+a_n}$$

מעבר ממשוואות מצב לפונקצית תמסורת:

<u>בזמן רציף:</u>

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+Bu(t)$$
$$y(t)=Cx(t)+Du(t)$$

מעבר לפונקצית תמסורת:

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=H(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$$

חישוב תגובת ההלם של H(s):

$$h(t)=L^{-1}\left\{H(s)\right\}=L^{-1}\left\{C(sI-A)^{-1}B+D\right\}$$

התמרה ידועה:

$$L^{-1}\left\{(sI-A)^{-1}\right\}=e^{At}$$

ולכן:

$$h(t)=D\delta(t)+Ce^{At}B1(t)$$

<u>בזמן בדיד:</u>

$$x[k+1]=\overline{A}x[k]+\overline{B}u[k]$$
$$y[k]=\overline{C}x[k]+\overline{D}u[k]$$

מעבר לפונקצית תמסורת:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\overline{C}(zI-\overline{A})^{-1}\overline{B}+\overline{D}$$

הפתרון המתקבל לוקטור של משתני מצב לכל $k>0$ היינו:

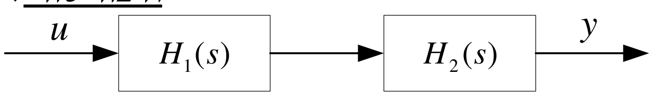
$$x(1)=\overline{A}x(0)+\overline{B}u(0)$$
$$x(2)=\overline{A}x(1)+\overline{B}u(1)=\overline{A^2}x(0)+\overline{A}\overline{B}u(0)+\overline{B}u(1)$$

ובאופן כללי:

$$x(k)=\overline{A^k}x(0)+\sum_{j=0}^{k-1}\overline{A}^{k-j-1}\overline{B}u(j)$$

חיבור מערכות:

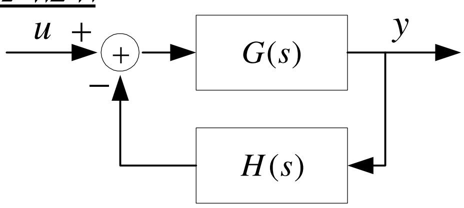
<u>חיבור טורי:</u>



פונקצית תמסורת:

$$T(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=H_1(s)H_2(s)$$

<u>חיבור מקבילי:</u>



פונקצית תמסורת:

$$T(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

ליניאריזציה:

מקרה אופייני לא לינארי:

$$\begin{cases}\dfrac{d\underline{x}}{dt}=\underline{f}\left(\underline{x},\underline{u}\right)\\ \underline{y}=\underline{g}\left(\underline{x},\underline{u}\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix}\dot{x}_1=f\left(x_1,x_2,..,u_1,u_2,.\right)\\ \dot{x}_2=f\left(x_1,x_2,..,u_1,u_2,.\right)\end{pmatrix}$$

מציאת נש"מ: מציאת $\underline{x}_0,\underline{u}_0$ כך ש: $\underline{\dot{x}}=0$

ואז אפשר לרשום משוואות מצב כאשר:

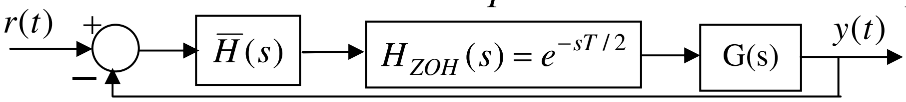
$$\mathrm{A}=\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x_0\\u_0}}\qquad \mathrm{B}=\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{x_0\\u_0}}$$
$$\mathrm{C}=\left.\frac{\partial g}{\partial x}\right|_{\substack{x_0\\u_0}}\qquad \mathrm{D}=\left.\frac{\partial g}{\partial u}\right|_{\substack{x_0\\u_0}}$$

תכנון בקר בזמן בדיד:

קירוב טרפזי: $s\to\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

קירוב אוילר: $s\to\frac{1-z^{-1}}{T}$

התמרה למישור S: $z=\frac{1+s}{1-s}$



שיקול דיסקרטי של מערכת רציפה:

עבור המערכת:

$$\longrightarrow \boxed{\text{ZOH}} \longrightarrow \boxed{\text{G(s)}} \xrightarrow{\;T\;} $$

פונקצית תמסורת בזמן בדיד:

$$\bar{G}(z)=\left(1-z^{-1}\right)\mathrm{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}=\left(1-z^{-1}\right)\mathrm{Z}\left\{\mathrm{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}_{t=kT}\right\}$$

מערכת בזמן רציף:

$$\dot{x}=Ax+Bu$$
$$y=Cx+Du$$

שקול בזמן בדיד:

$$\bar{A}=e^{AT}$$
$$\bar{B}=\int_0^T e^{A\tau}Bd\tau$$
$$\bar{C}=C$$
$$\bar{D}=D$$

פונקצית תמסורת:

$$\bar{G}(z)=\bar{C}(zI-\bar{A})^{-1}\bar{B}+\bar{D}$$

קונטרולביליות ואובזרבביליות:

מטריצת הקונטרולביות:

$$\mathsf{C}=\left[B \quad AB \quad \ldots \quad A^{n-1}B\right]$$

מטריצת האובזרבביליות:

$$\mathsf{O}=\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1}\end{bmatrix}$$

טרנספורמציה למערכות דומות:

$$\bar{A}=T^{-1}AT \quad ; \quad \bar{B}=T^{-1}B$$
$$\bar{C}=CT \quad ; \quad \bar{D}=D$$
$$\bar{\mathsf{O}}=\mathsf{O}\,T \quad \bar{\mathsf{C}}=T^{-1}\mathsf{C}$$

מימושים של פונקיציית תמסורת:

$$H(s)=\frac{b_1s^2+b_2s+b_3}{s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}$$

הערה: $C_o=B_c^T \quad ; \quad B_o=C_c^T \quad ; \quad A_o=A_c^T$

מימוש קונטרולר:

$$y=\left[b_1 \quad b_2 \quad b_3\right]x \quad ; \quad \dot{x}=\begin{bmatrix}-a_1 & -a_2 & -a_3\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}u \quad \mathsf{C}=\begin{bmatrix}1 & a_1 & a_2\\ 0 & 1 & a_1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^{-1}$$

מימוש אובזרבר:

$$y=\left[1 \quad 0 \quad 0\right]x \quad ; \quad \dot{x}=\begin{bmatrix}-a_1 & 1 & 0\\ -a_2 & 0 & 1\\ -a_3 & 0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{bmatrix}u \quad \mathsf{O}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ a_1 & 1 & 0\\ a_2 & a_1 & 1\end{bmatrix}^{-1}$$

מימוש אלכסוני (לא תמיד קיים!):

$$B_d=\begin{bmatrix}\beta_1\\ \vdots\\ \vdots\\ \beta_n\end{bmatrix} \quad ; \quad A_d=\begin{bmatrix}\lambda_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n\end{bmatrix}$$

$$H(s)=\sum_{k=1}^{n}\frac{\beta_k\gamma_k}{s-\lambda_k}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\alpha_k}{s-\lambda_k} \quad ; \quad C_d=\left[\gamma_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad \gamma_n\right]$$

$$\mathsf{C}_d=\begin{bmatrix}\beta_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & \cdots & 0 & \beta_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \lambda_1 & \cdots & \lambda_1^{n-1}\\ \vdots & \lambda_2 & \cdots & \lambda_2^{n-1}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \lambda_n & \cdots & \lambda_n^{n-1}\end{bmatrix}$$

$$\mathsf{O}_d=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_n\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \lambda_1^{n-1} & \lambda_2^{n-1} & \cdots & \lambda_n^{n-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & \cdots & 0 & \gamma_n\end{bmatrix}$$

בודה:

נוסחאות שימושיות בקירוב זווית :

$$\tan^{-1}(x)=\begin{cases} x & x<1 \\ \frac{\pi}{2}-\frac{1}{x} & x>1\end{cases} \qquad \tan^{-1}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)=\begin{cases} \frac{\omega_1}{\omega_2} & \omega_2>\omega_1 \\ \frac{\pi}{2}-\frac{\omega_2}{\omega_1} & \omega_1>\omega_2\end{cases}$$

אפס פשוט – יציב	$GH(j\omega)=1+Tj\omega$	$+20\,\frac{dB}{dec}$	$+90^0,\pi/2$
אפס לא יציב	$GH(j\omega)=1-Tj\omega$	$+20\,\frac{dB}{dec}$	$-90^0,\pi/2$
קוטב יציב	$GH(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}$	$-20\,\frac{dB}{dec}$	$-90^0,\pi/2$
קוטב לא יציב	$GH(j\omega)=\frac{1}{1-j\omega T}$	$-20\,\frac{dB}{dec}$	$+90^0,\pi/2$
זוג קטבים קומפלקסים יציבים	$GH(j\omega)=\frac{1}{1+2\varsigma\frac{j\omega}{\omega_n}+\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2}$	$+40\,\frac{dB}{dec}$	$-180^0,\pi$
	תדר התהודה : $\omega_p=\omega_n\sqrt{1-2\varsigma^2}$	הגבר התהודה : $M=\frac{1}{2\varsigma\sqrt{1-\varsigma^2}}$	קיום תהודה : $\varsigma<\frac{\sqrt{2}}{2}$

רות-הורוביץ:

$$T(s)=\frac{b(s)}{a(s)}=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+.....+b_m}{s^n+a_1s^{n-1}+.....+a_n}$$

תזכורת:

- המערכת יציבה אסימפטוטית אם תגובה שואפת ל-0 לכל תנאי התחלה עם $u=0$ אס"ם : כל שורשי הפולינום $a(s)$ הם $\mathrm{Re}(s)<0$
- המערכת יציבה BIBO $\Leftarrow$ כל כניסה חסומה גורמת יציאה חסומה
אם כל הקטבים p_i הם בעלי $\mathrm{Re}(p_i)<0$.

$a(s)$ יציב (הורוביץ) אס"ם אין חילופי סימן בעמודה הראשונה :

$$\begin{array}{lllllll} s^n & a_0 & a_2 & a_4 & \cdot & \cdot \\ s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & \cdot & \cdot \\ s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \cdot & \cdot \\ s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s^2 & d_1 & d_2 \\ s^1 & e_1 \\ s^0 & f_1 \end{array}$$

$$b_1=\frac{a_1a_2-a_0a_3}{a_1}\qquad b_2=\frac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}\qquad \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$c_1=\frac{b_1a_3-a_1b_2}{b_1}\qquad c_2=\frac{b_1a_5-a_1b_3}{b_1}$$

מערכות מסדר שני:

$H(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$, כאשר : ω_n - תדר תהודה, ζ - מקדם הריסון

התגובה למדרגה

$$y(t)=1-\frac{e^{-\sigma_d t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\left(\omega_d t+\cos^{-1}\zeta\right)\qquad t\ge 0$$

תדר התנודה

$$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

קבוע הזמן

$$\sigma_d=\zeta\omega_n$$

תגובת יתר (Overshoot) עבור $0\le\zeta<1$

$$\xi = \sqrt{\frac{\ln^2 O.S.}{\pi^2 + \ln^2 O.S.}} \qquad \dot{y} = 0 \quad \Rightarrow \qquad t_p = \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$O.S. = \exp\left(-\pi\zeta \Big/ \sqrt{1-\zeta^2}\right) = \exp\left(-\pi / tg\theta\right)$$

זמן התייצבות (Settling Time) לתחום ±5%

קירוב 1:

$$t_s \approx -\frac{\ln(0.05)}{\zeta\omega_n} \cong \frac{3}{\zeta\omega_n}$$

קירוב 2:

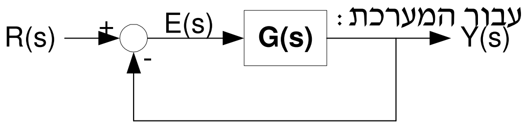
$$t_s \approx -\frac{\ln\left(0.05\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n} \qquad \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.05 \Rightarrow$$

שגיאת מצב מתמיד:

משפט הערך הסופי:

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s)$$

עבור המערכת:



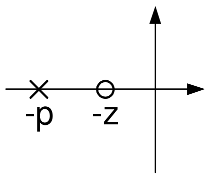
השגיאה היא:

$$E(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s)$$

סוג המערכת	מדרגה - $1/s$	ריצה- $1/s^2$	תאוצה - $1/s^3$
השגיאה הכללית	$\frac{1}{1+\lim\limits_{s\to 0} G(s)}$	$\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s \cdot G(s)}$	$\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2 \cdot G(s)}$
מערכת מסוג 0	$\frac{1}{1+K_p}$	∞	∞
מערכת מסוג I	0	$\frac{1}{K_v}$	∞
מערכת מסוג II	0	0	$\frac{1}{K_a}$

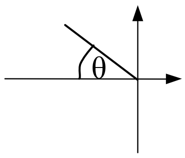
RL - תכן רשתות קידום \ פיגור

רשת קידום פאזה:

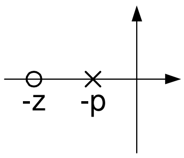


$$G_c(s) = K\frac{s+z}{s+p} = K\frac{s+\alpha\cdot p}{s+p} \;;\alpha \equiv \frac{z}{p}; 0 < \alpha < 1$$

רשת פיגור פאזה:



$$\xi = \cos\theta$$



$$G_c(s) = K\frac{s+z}{s+p} = K\frac{s+\alpha\cdot p}{s+p} \;;\alpha \equiv \frac{z}{p}; \alpha > 1$$

כללי *RL*:

תנאי המודול:

$$|K| \cdot |GH(s_0)| = 1$$

תנאי הזווית:

עבור $K > 0$: $\quad \angle GH(s_0) = (2n+1)\pi \qquad (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$

עבור $K < 0$: $\quad \angle GH(s_0) = 2n\pi \qquad (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$

<u>משמעות תנאי המודול והזוית:</u>

תנאי הזווית הינו תנאי מספיק והכרחי כך שהנקודה s_0 תמצא על ה- *R.L.*. התנאי אינו תלוי בגודלו של K, ובעזרתו נוכל לשרטט את ה- *R.L.*. מתנאי המודול נוכל לקבל את ההגבר K בכל נקודה על ה- *R.L.*.

תכן בתחום התדר:

$$PM = \measuredangle G(jw)\big|_{|G(jw)|=1} + 180^0 \quad , GM = -20\log_{10}\left|G(jw)\right|_{\prec G(jw)=180^0}$$

עבור קירוב למערכת מסדר 2:

שיא מתקבל בתדר: והשיא הוא:

$$PM = \tan^{-1}\frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{1+4\xi^4}-2\xi^2}} \approx 100\xi \qquad M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \equiv \max_{\omega}\left|H(j\omega)\right| \qquad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$$

רשת קידום פאזה: יש למקם בסביבת ω_{co}

θ_m - תוספת הפאזה הדרושה: התדר בו דרושה התוספת:

$$G_c(s) = \frac{1+\frac{1}{z}s}{1+\frac{1}{p}s} = \frac{1+\frac{1}{z}s}{1+\alpha\frac{1}{z}s} \qquad \sin\theta_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1-\sin\theta_m}{1+\sin\theta_m} \qquad w_{\max} = \frac{z}{\sqrt{\alpha}}$$

עבור $0<\alpha<1$, נהוג: $0.05<\alpha$

רשת פיגור פאזה: יש למקם בתדרים נמוכים $z << \omega_{co}$, מקובל $z = \frac{\omega_{co}}{10}$

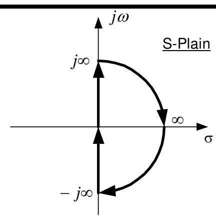
$\alpha>1 \quad ; \quad \alpha \equiv \frac{z}{p} \quad ; \quad G_c(s) = K\frac{s+z}{s+p} = K\frac{s+\alpha\cdot p}{s+p}$ α-תוספת הגבר דרושה

כללי תכנון:

$\omega_{BW} = \beta\,\omega_{co}$, כאשר בד"כ $1.5<\beta<1.7$ $\qquad \beta = 2\tan\theta_m$

ω_{BW} - רוחב הסרט (-3 Db) של החוג הסגור, ω_{co} - תדר חציית 0 Db של החוג הפתוח

דיאגרמת **Nyquist**:



קריטריון היציבות של **Nyquist**:

$$\boxed{P_c = P_o + N_{cw}}$$

P_c - מספר הקטבים הלא יציבים בחוג סגור (אותו מחפשים)

P_o - מספר הקטבים הלא יציבים בחוג פתוח (לא כולל קטבים מדומים)

N_{cw} - מספר ההקפות של העקומה את הנקודה 1- **<u>בכיוון השעון</u>**

כללי שרטוט:

1. בחרו במסלול המתאים (עקפו קטבים מדומים מימינם).
2. **<u>חלק I</u>** של העקומה העובר דרך הציר המדומה החיובי הציבו $s = j\omega$ ושרטטו את העקומה בעזרת שרטוט בודה של GH(s).
3. **<u>חלק II</u>** של העקומה הינו "תמונת ראי" (יחסית לציר הממשי) של חלק I.
4. **<u>חלק III</u>** חצי המעגל ברדיוס האין-סופי (עם כיוון השעון) הגדירו:

$$s = \mathrm{R}e^{j\theta} \quad , \quad R \to \infty \quad , \quad \theta : \frac{\pi}{2} \xrightarrow{(cw)} -\frac{\pi}{2}$$

אז מתקיים:

$$1 + Ts \approx Ts$$

5. **<u>חלק IV</u>** מעקפי קטבים מדומים הגדירו קירוב מתאים.
לדוגמא: עבור קוטב בראשית הגדירו:

$$s = \varepsilon\, e^{j\theta} \quad , \quad \varepsilon \to 0 \quad , \quad \theta : -\frac{\pi}{2} \xrightarrow{(ccw)} \frac{\pi}{2}$$

במקרה זה מתקיים:

$$1 + Ts \approx 1$$

<u>הערות</u>

- אם יש קוטב מדומה בחוג סגור העקומה תעבור בדיוק דרך הנקודה 1-
- הקפות של הנקודה 1- נגד כיוון השעון (ccw) ייחשבו כספירה שלילית של N_{cw}
- אם מעוניינים ביציבות בחוג סגור של 1+KGH(s) ניתן לצייר את העקומה עבור 1+GH(s) אך לספור הקפות סביב הנקודה $-1/K$

כללי שרטוט ROOT LOCUS:

כלל 0: הבא את תמסורת החוג הפתוח לצורה סטנדרטית ל- $R.L.$:
$$K\cdot GH(s)=\frac{K\cdot\prod_{i=1}^{M}(s-z_i)}{\prod_{j=1}^{N}(s-p_j)}$$

כלל 1: מספר ענפי ה- $R.L.$ הוא $\max(\#p,\#z)$

כלל 2: נקודות קצה של ה- $R.L.$: כל ענף של ה- $R.L.$ מתחיל $(K=0)$ בקוטב שונה של החוג הפתוח (p_j) ומסתיים $(|K|=\infty)$ באפס שונה של החוג הפתוח (z_i). כשמספר הקטבים (אפסים) גדול ממספר האפסים (קטבים) אזי לצורך זה האפסים (קטבים) החסרים נמצאים ב- ∞.

כלל 3: ה- $R.L.$ על הציר הממשי:
עבור $K>0$: נקודה על הציר הממשי תימצא על ה- $R.L.$ אם סכום הקטבים והאפסים הממשיים (של החוג הפתוח) מימינה הוא אי זוגי.
עבור $K<0$: כנ"ל, עם מספר זוגי.

כלל 4: אסימפטוטות: זווית האסי':
$K>0$: $(n=0,\pm1,\pm2,...)$ $\Theta=\frac{(2n+1)\pi}{N}$ $\quad$ $K<0$: $(n=0,\pm1,\pm2,...)$ $\Theta=\frac{2n\pi}{N}$

מספר האסי': $N=|\#p-\#z|$ מפגש האסי': $b_0=\frac{\sum p_j-\sum z_i}{\#p-\#z}$

כלל 5 א': זווית עזיבה מקוטב קומפלקסי, או כניסה לאפס קומפלקסי, של החוג הפתוח
$K>0$: זווית עזיבה מקוטב בנקודה s_0 : $-\Phi+\angle[GH(s_0)]^{\#}=\pi$
זווית כניסה לאפס בנקודה s_0 : $\Psi+\angle[GH(s_0)]^{\#}=\pi$
כאשר $\angle[GH(s_0)]^{\#}$ זו הזווית של $GH(s)$ המחושבת ב- s_0 ללא תרומת הקוטב (אפס) הנדון.
$K<0$: כנ"ל עם 0 במקום π.

כלל 5 ב': זוויות עזיבה מקוטב ממשי מרובה (או כניסה לאפס ממשי מרובה) ניתן לקבל (כאלטרנטיבה עדיפה לכלל 5 א') מצירוף העובדות הבאות:
1. קיום / אי קיום ענף של ה- $R.L.$ על הציר הממשי משני צידי הקוטב / אפס.
2. הזוויות בין הענפים היוצאים (נכנסים) הן שוות.
3. ה- $R.L.$ הינו סימטרי ביחס לציר הממשי.

כלל 6: נקודות פיצול של ה- $R.L.$:
נקודת פיצול היא נקודה בה נפגשים 2 ענפים (או יותר) של ה- $R.L.$.
בד"כ נתקל בנקודת פיצול על הציר הממשי. נקודות אלו הן נקודות קיצון של K, ומתקבלות מתוך:
$$\frac{d}{ds}(K)=-\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{GH(s)}\right]=0 \text{ או } \frac{d}{ds}[GH(s)]=0 \text{ או } \sum_{i=1}^{\#p}\left(\frac{1}{s-p_i}\right)=\sum_{j=1}^{\#z}\left(\frac{1}{s-z_j}\right)$$
<u>שים לב</u>: יש לבדוק לגבי כל נקודת פיצול אם היא שייכת ל- $R.L.$ עבור $K>0$ או ל- $R.L.$ עבור $K<0$.

כלל 7: חיתוך ציר $j\omega$: ניתן למצוא את נקודות חיתוך הענפים עם ציר $j\omega$ (במידה וקיימות) בשתי שיטות:
1. מקריטריון רות – הורוביץ:
חשב את מערך $R.H.$ עבור הפולינום האופייני של החוג הסגור $1+K\cdot GH(s)=0$, מצא K_0 (או מספר ערכים של K) עבורו המקדם בשורה s^1 המתאפס. הצב K_0 זה בשורה s^1 ומצא את ω_n - תדר החציה.
2. הצב $s=j\omega$ במשוואה האופיינית. השוואת החלק הממשי והמדומה לאפס תיתן את K_0 ו- ω_n.

כלל 8: – שימור מרכז הכובד:
אם מספר הקטבים של החוג הפתוח גדול לפחות בשניים ממספר האפסים $(\#p\geq\#z+2)$, אזי סכום קטבי החוג <u>הסגור</u> קבוע (לכל K) ושווה לסכום קטבי החוג הפתוח.
(קוטבי החוג הסגור) $\sum_{i=1}^{\#p_{ol}}p_{ol}=\sum_{i=1}^{\#p_{cl}}p_{cl}$ (קוטבי החוג הפתוח)